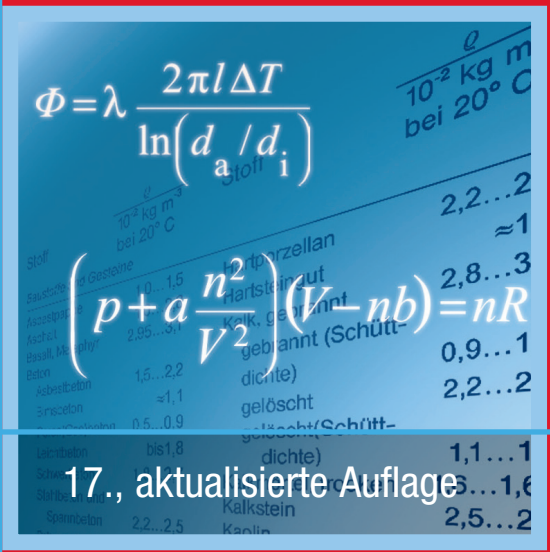
Dietmar Mende
Günter Simon

PHYSIK

Gleichungen und Tabellen



17., aktualisierte Auflage

fv

HANSER

1	Grundbegriffe der Metrologie	M
2	Mechanik fester Körper	FK
3	Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	FG
4	Thermodynamik	T
5	Elektrik	E
6	Schwingungen	S
7	Wellen	W
8	Spezielle Relativitätstheorie	R
9	Quantentheorie und Atombau	Q
10	Physikalische Konstanten	K
11	Grundlagen der Vektorrechnung	V
12	Grundlagen der Fehlerrechnung	F
13	Umrechnung von Einheiten	UE

Mende/Simon
PHYSIK
Gleichungen und Tabellen

PHYSIK

Gleichungen und Tabellen

Von Dipl.-Phys. Dietmar Mende (†), Riesa
und Dipl.-Phys. Günter Simon, Apolda

17., aktualisierte Auflage
Mit 297 Bildern

FACHBUCHVERLAG LEIPZIG
im Carl Hanser Verlag

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

ISBN 978-3-446-44969-5
E-Book-ISBN 978-3-446-44970-1

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag
© 2016 Carl Hanser Verlag München
www.hanser-fachbuch.de
Lektorat: Philipp Thorwirth
Herstellung: Katrin Wulst
Satz: Werksatz Schmidt & Schulz GmbH, Gräfenhainichen
Zeichnungen: Peter Palm, Berlin
Druck und Bindung: Friedrich Pustet, Regensburg
Printed in Germany

Vorwort

Die Zusammenstellung der wichtigsten Gleichungen, Größen, Zahlenwerte und Konstanten aus dem Gesamtbereich der Physik auf möglichst knappem Raum, dabei übersichtlich, einprägsam und rasch auffindbar, wo möglich in Tabellenform – das ist das Anliegen dieses Buches. Dem Benutzer soll ein Hilfsmittel für theoretische und praktische Arbeiten auf dem Gebiet der Physik, ein „Speicher" für gelerntes Wissen zur Verfügung gestellt werden.

„PHYSIK – Gleichungen und Tabellen" ist kein Lehrbuch, es baut auf vorhandenen Kenntnissen auf. Unterschiedlichen Niveaustufen wird durch entsprechende Gliederung des Stoffes Rechnung getragen; dem Einarbeiten in die Methodik des Buches dienen die Benutzungshinweise. In seiner Anlage wendet sich dieses Nachschlagewerk vorrangig an Studenten der Fachhochschulen, Technischen Hochschulen und Universitäten, Ingenieure, Techniker und Laboranten, aber auch an Naturwissenschaftler.

Zugang zu den gewünschten Informationen erhält der Benutzer vor allem durch das umfangreiche Sachwortverzeichnis am Schluss des Buches.

Für Hinweise zur weiteren Verbesserung des Werkes sind wir sehr dankbar.

Autoren und Verlag

Benutzungshinweise

1. Es wird grundsätzlich das *Internationale Einheitensystem* (SI) verwendet. Umrechnungen früherer, SI-fremder Einheiten in SI-Einheiten enthält Abschnitt 1.4.
2. Im Abschnitt 1.2 sind die im Buch verwendeten *Formelzeichen* physikalischer Größen in alphabetischer Reihenfolge zusammengestellt. Außerdem ist jedem Abschnitt eine Übersicht über die vorkommenden Größen vorangestellt: Formelzeichen, Größe, SI-Einheit, oft auch die Beziehung der Einheit zu anderen, insbesondere Basiseinheiten.
3. Die am häufigsten vorkommenden *Größen* werden im Allgemeinen nicht vor jedem Abschnitt wiederholt. Sie sind hier zusammengefasst:

Mechanik:		
s	Weg	m
t	Zeit	s
v	Geschwindigkeit	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
m	Masse	kg
A	Fläche	$\mathrm{m^2}$
V	Volumen	$\mathrm{m^3}$
F	Kraft	N
p	Druck	Pa

Schwingungen und Wellen:		
λ	Wellenlänge	m
t	Zeit	s
T	Periodendauer	s
f	Frequenz	Hz
ω	Kreisfrequenz	$\mathrm{s^{-1}}$

Thermodynamik:		
m	Masse	kg
V	Volumen	$\mathrm{m^3}$
p	Druck	Pa
T	Temperatur	K
t	Celsius-Temperatur	°C

Gleichstromkreis:		
I	Stromstärke	A
U	Spannung	V
R	Widerstand	Ω

4. In der Regel sind die im Buch vorkommenden Gleichungen *Größengleichungen*. Sie gelten unabhängig von der Wahl der Einheiten. In Ausnahmefällen ist auch die Form der zugeschnittenen Größengleichung gewählt worden.
5. Besonders *wichtige Gleichungen* sind durch einen Punkt ● am linken Seitenrand markiert, die *Konstanten* durch ein Dreieck ►.
6. Im *Sachwortverzeichnis* wird grundsätzlich auf die Seitenzahl verwiesen.
7. *Fehlergrenzen* der physikalischen Konstanten sind nur im Kapitel 10 angegeben.
8. Vektoren werden durch das entsprechende Formelzeichen mit einem Pfeil versehen dargestellt.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe der Metrologie	11
1.1	Physikalische Größen	11
1.2	Formelzeichen physikalischer Größen (Auswahl)	11
1.3	Einheiten physikalischer Größen	15
1.4	Umrechnungstabellen (s. auch Kapitel 13)	18
1.5	Dimensionen physikalischer Größenarten	20
1.6	Physikalische Gleichungen	25
2	Mechanik fester Körper	26
2.1	Kinematik	26
2.2	Statik starrer Körper	39
2.3	Physikalische Grundlagen der Festigkeitslehre	47
2.4	Dynamik	66
2.5	Zusammenfassung wichtiger Gesetze der Kinematik und Dynamik	83
2.6	Gravitation	86
3	Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	93
3.1	Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase	93
3.2	Ruhende Flüssigkeiten und Gase	95
3.3	Strömende Flüssigkeiten und Gase	98
4	Thermodynamik	111
4.1	Temperatur	111
4.2	Thermische Ausdehnung der festen Körper und Flüssigkeiten	112
4.3	Zustandsgleichung des idealen Gases	116
4.4	Wärmemenge	120
4.5	Wärmeübertragung	129
4.6	Erster Hauptsatz der Thermodynamik	135
4.7	Zustandsänderungen des idealen Gases	136
4.8	Carnot'scher Kreisprozess	143
4.9	Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	145
4.10	Exergie und Anergie	145
4.11	Änderungen des Aggregatzustandes	145
4.12	Reale Gase	155
4.13	Kinetische Theorie der Wärme	159
5	Elektrik	169
5.1	Gleichstrom	169

5.2 Elektrisches Feld . . . 181
5.3 Magnetisches Feld . . . 192
5.4 Zusammenfassung der wichtigsten Gesetze des elektrischen und magnetischen Feldes . . . 212
5.5 Leitungsvorgänge in Festkörpern und Flüssigkeiten . . . 215
5.6 Leitungsvorgänge in Gasen und im Vakuum . . . 224
5.7 Wichtige Bauelemente der Elektronik . . . 229
5.8 Grundlagen der Schaltalgebra . . . 239

6 Schwingungen . . . 243
6.1 Mechanische Schwingungen . . . 243
6.2 Elektrische Schwingungen . . . 256
6.3 Wechselstrom . . . 258

7 Wellen . . . 272
7.1 Allgemeine Wellenlehre . . . 272
7.2 Wellenfeld . . . 275
7.3 Schallwellen . . . 279
7.4 Schallfeldgrößen . . . 285
7.5 Physiologische Akustik . . . 291
7.6 Elektromagnetische Wellen . . . 293
7.7 Lichtausbreitung . . . 298
7.8 Optische Abbildung . . . 309
7.9 Optische Geräte . . . 313
7.10 Fotometrie . . . 315
7.11 Lichtabsorption . . . 320
7.12 Temperaturstrahlung . . . 322

8 Spezielle Relativitätstheorie . . . 326

9 Quantentheorie und Atombau . . . 331
9.1 Atom . . . 331
9.2 Dualismus Welle – Korpuskel . . . 332
9.3 Atomhülle . . . 334
9.4 Physik der Atomkerne . . . 361
9.5 Dosimetrie und Strahlenschwächung . . . 388

10 Häufig benötigte physikalische Konstanten (Fundamentalkonstanten) nach CODATA 2014 . . . 403

11 Grundlagen der Vektorrechnung . . . 409
11.1 Vektoralgebra . . . 409
11.2 Vektoranalysis (Differenzialoperationen) . . . 413

12 Grundlagen der Fehlerrechnung . . . 416

13 Umrechnung von Einheiten . . . 422

14 Sachwortverzeichnis . . . 428

1 Grundbegriffe der Metrologie

1.1 Physikalische Größen

G Wert der physikalischen Größe
$\{G\}$ Zahlenwert der physikalischen Größe
$[G]$ Einheit der physikalischen Größe

Jeder Größenwert ist das Produkt aus Zahlenwert und Einheit:

● $G = \{G\}\,[G]$

Beispiele: $l = 20$ m, $F = 8$ N, $U = 230$ V

Physikalische Größen, die sich als Quotienten gleicher Größenarten ergeben, haben die Einheit 1.

Beispiele: Wirkungsgrad, Reibungszahl, Permeabilitätszahl

1.2 Formelzeichen physikalischer Größen (Auswahl)

A Absorptionsfläche
Aktivität
Fläche
Massenzahl
numerische Apertur
A_H HALL-Koeffizient
A_r relative Atommasse
a Albedo
Beschleunigung
Länge, Abstand
Materialwert eines Thermoelements
spezifische Aktivität
Temperaturleitfähigkeit
VAN-DER-WAALS'sche Konstante
B Bildgröße
Blindleitwert
magnetische Flussdichte
b Bildweite
Länge, Abstand
b Spaltbreite
VAN-DER-WAALS'sche Konstante
WIEN'sche Konstante
C elektrische Kapazität
Wärmekapazität
C_m molare Wärmekapazität
C_V volumenbezogene Wärmekapazität
c Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen
Lichtgeschwindigkeit
PLANCK'sche Strahlungskonstanten
spezifische Wärmekapazität
D Abstand der Hauptebenen
Brechwert von Linsen
elektrische Flussdichte
Energiedosis
Winkelrichtgröße
d Dicke, Abstand

d Durchmesser
$d_{1/2}$ Halbwertsdicke
E Beleuchtungsstärke
Bestrahlungsstärke
ebullioskopische Konstante
Elastizitätsmodul
elektrische Feldstärke
Energie
E_k kinetische Energie
E_p potenzielle Energie
e Elementarladung
Exzentrizität
$\vec{e}$ Einheitsvektor
F FARADAY-Konstante
Kraft
F_G Gewichtskraft
F_N Normalkraft
F_R Reibungskraft
f absolute Feuchte
Anzahl der Freiheitsgrade
Brennweite
Frequenz
G elektrischer Leitwert, Wirkleitwert
Gegenstandsgröße, Dinggröße
Gravitationskonstante
Schubmodul, Torsionsmodul
g Fallbeschleunigung
Gegenstandsweite
Gitterkonstante
H Äquivalentdosis
Belichtung
Drehstoß
Enthalpie
Häufigkeit
Heizwert
magnetische Feldstärke
h Höhe
PLANCK'sches Wirkungsquantum
spezifische Enthalpie
$\hbar$ Drehimpulsquantum
I elektrische Stromstärke
Flächenträgheitsmoment
I Kraftstoß
Lichtstärke
Strahlstärke
i elektrische Stromstärke (zeitlich veränderlich)
Trägheitsradius
$\vec{i}$ Einheitsvektor in Richtung der x-Achse
J elektrische Stromdichte
Ionendosis (Exposition)
magnetische Polarisation
(Massen-)Trägheitsmoment
Schallintensität
j magnetisches Moment (Dipolmoment)
$\vec{j}$ Einheitsvektor in Richtung der y-Achse
K fotometrisches Strahlungsäquivalent
Kerma
Kompressionsmodul
kryoskopische Konstante
k BOLTZMANN-Konstante
elektrochemisches Äquivalent
Federkonstante, Richtgröße
Öffnungszahl
Polytropenexponent
Stoßparameter
Wärmedurchgangskoeffizient
$\vec{k}$ Einheitsvektor in Richtung der z-Achse
L Drehimpuls
Induktivität
Leuchtdichte
Strahldichte
L_p Schalldruckpegel
l Länge
l_i Bahndrehimpuls-Quantenzahl
M Drehmoment, Kraftmoment
Magnetisierung
molare Masse
M_r relative Molekülmasse
m Masse
m_i Magnetquantenzahl

N Anzahl der Neutronen
Windungszahl
N_A AVOGADRO-Konstante
n Brechzahl
Drehzahl
Elektronenkonzentration
Hauptquantenzahl
Stoffmenge
n_0 LOSCHMIDT-Konstante
n_{eq} Äquivalentmenge
$\vec{n}^o$ Einheitsvektor in Richtung der Bahnnormalen
P elektrische Polarisation
Leistung, Wirkleistung
p Druck
Impuls
Schalldruck
elektrisches Moment
Q Blindleistung
elektrische Ladung
Lichtmenge
Wärmemenge, Wärmeenergie
q elektrische Ladung (zeitlich veränderlich)
gleichmäßig verteilte Belastung
spezifische Schmelzwärme
Wärmestromdichte
R elektrischer Widerstand, Wirkwiderstand
Gaskonstante
RYDBERG-Konstante
Schalldämm-Maß
R_{th} Wärmewiderstand
R_{thk} Wärmedurchgangswiderstand
$R_{th\alpha}$ Wärmeübergangswiderstand
$R_{th\lambda}$ Wärmeleitwiderstand
Re REYNOLDS-Zahl
r Radius, Abstand
spezifische Verdampfungswärme
$\vec{r}$ Ortsvektor
S Entropie
Scheinleistung
S Steilheit
$\vec{S}$ POYNTING-Vektor
s konventionelle Sehweite
spezifische Entropie
Weg, Länge
s_i Spindrehimpuls-Quantenzahl
T Periodendauer
thermodynamische Temperatur
$T_{1/2}$ Halbwertszeit
t CELSIUS-Temperatur
optische Tubuslänge
Zeit
U elektrische Spannung
innere Energie
Wärmedurchgangskoeffizient
U_q Quellenspannung
u Beweglichkeit von Ladungsträgern
elektrische Spannung (zeitlich veränderlich)
spezifische innere Energie
V magnetische Spannung
Normalvergrößerung
Volumen
$\dot{V}$ Volumenstrom
V_m molares Volumen
v Geschwindigkeit
Parallelverschiebung
Schallschnelle
spezifisches Volumen
W Arbeit
Widerstandsmoment
w Energiedichte
Wahrscheinlichkeit
X Blindwiderstand
x Koordinate
Y Scheinleitwert
y Elongation
Koordinate
Verlängerung
Z Kernladungszahl (Ordnungszahl)
Scheinwiderstand

z Anzahl
Koordinate
Wertigkeit

α Absorptionsgrad
Dämpfungskoeffizient
Dehnungskoeffizient
Dissoziationsgrad
elektrische Polarisierbarkeit
Längenausdehnungskoeffizient
Phasendifferenz
Temperaturkoeffizient
Wärmeübergangskoeffizient
Winkel
Winkelbeschleunigung

α_s spezifische Drehung

β Abbildungsmaßstab
Phasenkoeffizient
Schubkoeffizient
Temperaturkoeffizient
Winkel

Γ Dosisleistungskonstante
Wellenwiderstand

γ Ausbreitungskoeffizient
Druckkoeffizient
elektrische Leitfähigkeit
Raumausdehnungskoeffizient
Scherung (Schiebung)
Winkel

Δ LAPLACE-Operator

δ Abklingkoeffizient
Gangunterschied
Winkel

ε Dehnung
Emissionsgrad
Winkel

ε_0 elektrische Feldkonstante

ε_r Permittivitätszahl

η dynamische Viskosität
Lichtausbeute
Wirkungsgrad

ϑ Dämpfungsgrad
mittlere Dispersion

ϑ Streuwinkel

$\varkappa$ Adiabatenexponent (Isentropenexponent)
Kompressibilität

Λ magnetischer Leitwert
mittlere freie Weglänge

λ Wärmeleitfähigkeit
Wellenlänge
Zerfallskonstante

μ Ausflusszahl
magnetisches Moment von Elementarteilchen
makroskopischer Wirkungsquerschnitt
Permeabilität
POISSON-Zahl
Reibungszahl
Schwächungskoeffizient

μ_0 magnetische Feldkonstante

μ_r Permeabilitätszahl

ν ABBE-Zahl
kinematische Viskosität

ξ spezifische magnetische Suszeptibilität

ϱ Dichte
Krümmungsradius
Raumladungsdichte
Reflexionsgrad
spezifischer elektrischer Widerstand
Winkel (natürlicher Böschungswinkel)

σ mikroskopischer Wirkungsquerschnitt
Oberflächenspannung (spezifische Grenzflächenenergie)
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante
Streukoeffizient
Zugspannung, Druckspannung

τ Schubspannung
Transmissionsgrad

τ	Zeitkonstante	Ψ	elektrischer Verschiebungsfluss
Φ	Lichtstrom magnetischer Fluss Strahlungsfluss Wärmestrom	$\mathbf{\Psi}$	orts- und zeitabhängige Wellenfunktion
φ	elektrostatisches Potenzial Phasenverschiebungswinkel relative Feuchte Strahlungsflussdichte Winkel	ψ	Druckkoeffizient der Siedetemperatur ortsabhängige Wellenfunktion
χ_e	elektrische Suszeptibilität	Ω	Raumwinkel
χ_m	magnetische Suszeptibilität	ω	Kreisfrequenz Winkel Winkelgeschwindigkeit

1.3 Einheiten physikalischer Größen

Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI)

Einheit der Länge:	Meter	m
Einheit der Zeit:	Sekunde	s
Einheit der Masse:	Kilogramm	kg
Einheit der Stromstärke:	Ampere	A
Einheit der Temperatur:	Kelvin	K
Einheit der Stoffmenge:	Mol	mol
Einheit der Lichtstärke:	Candela	cd

Abgeleitete SI-Einheiten

Abgeleitete SI-Einheiten (kohärente Einheiten) sind alle Einheiten, die aus den Basiseinheiten direkt gebildet werden können (ohne Verwendung von Zahlenfaktoren ungleich 1).

Beispiele für abgeleitete SI-Einheiten:

Einheit des ebenen Winkels:	Radiant	$1\ \text{rad} = 1\ \text{m m}^{-1} = 1$
Einheit des Raumwinkels:	Steradiant	$1\ \text{sr} = 1\ \text{m}^2\ \text{m}^{-2} = 1$
Einheit der Geschwindigkeit:	Meter/Sekunde	$1\ \text{m s}^{-1}$
Einheit der Kraft:	Newton	$1\ \text{N} = 1\ \text{m s}^{-2}\ \text{kg}$
Einheit der Arbeit:	Joule	$1\ \text{J} = 1\ \text{m}^2\ \text{s}^{-2}\ \text{kg}$
Einheit des Druckes:	Pascal	$1\ \text{Pa} = 1\ \text{m}^{-1}\ \text{s}^{-2}\ \text{kg}$
Einheit der Leistung:	Watt	$1\ \text{W} = 1\ \text{m}^2\ \text{s}^{-3}\ \text{kg}$
Einheit der elektrischen Spannung:	Volt	$1\ \text{V} = 1\ \text{m}^2\ \text{s}^{-3}\ \text{kg A}^{-1}$
Einheit des Widerstandes:	Ohm	$1\ \Omega = 1\ \text{m}^2\ \text{s}^{-3}\ \text{kg A}^{-2}$

SI-fremde Einheiten

SI-fremde Einheiten lassen sich zwar auch auf die Basiseinheiten zurückführen, jedoch treten in den entsprechenden Gleichungen Zahlenwerte auf, die von eins verschieden sind.

Beispiele für SI-fremde Einheiten:

Einheit der Länge:	Kilometer	1 km $= 10^3$ m
Einheit der Zeit:	Stunde	1 h = 3600 s
Einheit der Masse:	Tonne	1 t $= 10^3$ kg
Einheit der Kraft:	Kilopond*)	1 kp = 9,806 65 m s^{-2} kg
Einheit der Energie:	Kalorie*)	1 cal = 4,186 8 m^2 s^{-2} kg
Einheiten des Druckes:	physikalische Atmosphäre *)	1 atm = 101 325 m^{-1} s^{-2} kg
	technische Atmosphäre *)	1 at = 98 066,5 m^{-1} s^{-2} kg

*) Nicht mehr gesetzlich

Vielfache und Teile der Einheiten

Vielfache und Teile der Einheiten werden durch *Vorsätze* gekennzeichnet:

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Bedeutung
Yotta	Y	10^{24} Einheiten
Zetta	Z	10^{21} Einheiten
Exa	E	10^{18} Einheiten
Peta	P	10^{15} Einheiten
Tera	T	10^{12} Einheiten
Giga	G	10^{9} Einheiten
Mega	M	10^{6} Einheiten
Kilo	k	10^{3} Einheiten
Hekto*)	h	10^{2} Einheiten
Deka*)	da	10 Einheiten
Dezi*)	d	10^{-1} Einheiten
Zenti*)	c	10^{-2} Einheiten
Milli	m	10^{-3} Einheiten
Mikro	μ	10^{-6} Einheiten
Nano	n	10^{-9} Einheiten
Piko	p	10^{-12} Einheiten
Femto	f	10^{-15} Einheiten
Atto	a	10^{-18} Einheiten
Zepto	z	10^{-21} Einheiten
Yocto	y	10^{-24} Einheiten

*) Diese Vorsätze sollen nur bei solchen Einheiten angewendet werden, bei denen sie bisher üblich waren (z. B. cm, dm, hl).
In der Informatik bedeutet Mega (M) $2^{20} = 1\,048\,576$ und Kilo (k) $2^{10} = 1024$.

Einheiten, die nach Personen benannt sind

Einheitenzeichen	Einheit	Größe	Beziehungen zu den SI-Einheiten
A	Ampere	elektrische Stromstärke	Basiseinheit
Å	Ångström*)	Länge	$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$
Bi	Biot*)	elektrische Stromstärke	$1\ \text{Bi} = 10\ \text{A}$
Bq	Becquerel	Aktivität	$1\ \text{Bq} = 1\ \text{s}^{-1}$
C	Coulomb	elektrische Ladung	$1\ \text{C} = 1\ \text{A s}$
Ci	Curie*)	Aktivität	$1\ \text{Ci} = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$
Cl	Clausius*)	Entropie	$1\ \text{Cl} = 4{,}1868\ \text{J K}^{-1}$
°C	Grad Celsius	Temperatur	$0\ °\text{C} = 273{,}15\ \text{K}$
D	Debye*)	Dipolmoment	$1\ \text{D} = 3{,}3 \cdot 10^{-30}\ \text{C m}$
F	Farad	Kapazität	$1\ \text{F} = 1\ \text{A s V}^{-1}$
Fr	Franklin*)	elektrische Ladung	$1\ \text{Fr} = 3{,}336 \cdot 10^{-10}\ \text{C}$
G	Gauß*)	magn. Flussdichte	$1\ \text{G} = 10^{-4}\ \text{T}$
Gal	Gal*)	Beschleunigung	$1\ \text{Gal} = 10^{-2}\ \text{m s}^{-2}$
Gb	Gilbert*)	magnetische Spannung	$1\ \text{Gb} = \frac{10}{4\pi}\ \text{A}$
Gy	Gray	Energiedosis	$1\ \text{Gy} = 1\ \text{J kg}^{-1}$
H	Henry	Induktivität	$1\ \text{H} = 1\ \text{V s A}^{-1}$
Hz	Hertz	Frequenz	$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$
J	Joule	Energie	$1\ \text{J} = 1\ \text{N m} = 1\ \text{W s}$
K	Kelvin	Temperatur	Basiseinheit
M (Mx)	Maxwell*)	magnetischer Fluss	$1\ \text{M} = 10^{-8}\ \text{Wb}$
N	Newton	Kraft	$1\ \text{N} = 1\ \text{m kg s}^{-2}$
Oe	Oested*)	magnetische Feldstärke	$1\ \text{Oe} = \frac{10^3}{4\pi}\ \text{A m}^{-1}$
Ω	Ohm	elektrischer Widerstand	$1\ \Omega = 1\ \text{V A}^{-1}$
P	Poise*)	dynamische Viskosität	$1\ \text{P} = 0{,}1\ \text{Pa s}$
Pa	Pascal	Druck, Spannung	$1\ \text{Pa} = 1\ \text{N m}^{-2}$
R	Röntgen*)	Ionendosis	$1\ \text{R} = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\ \text{C kg}^{-1}$
S	Siemens	elektrischer Leitwert	$1\ \text{S} = 1\ \Omega^{-1}$
St	Stokes*)	kinematische Viskosität	$1\ \text{St} = 10^{-4}\ \text{m}^2\ \text{s}^{-1}$
Sv	Sievert	Äquivalentdosis	$1\ \text{Sv} = 1\ \text{J kg}^{-1}$
T	Tesla	magn. Flussdichte	$1\ \text{T} = 1\ \text{V s m}^{-2}$
Torr	Torr*)	Druck	$1\ \text{Torr} = 133{,}3224\ \text{Pa}$
V	Volt	elektrische Spannung	$1\ \text{V} = 1\ \text{W A}^{-1}$
W	Watt	Leistung	$1\ \text{W} = 1\ \text{J s}^{-1} = 1\ \text{V A}$
Wb	Weber	magnetischer Fluss	$1\ \text{Wb} = 1\ \text{V s}$

*) Einheit nicht (oder nicht mehr) gesetzlich

1.4 Umrechnungstabellen (s. auch Kapitel 13)

Umrechnungstabelle SI-fremder Längeneinheiten in Meter

Einheit	Einheiten-zeichen	Umrechnung in Meter
Seemeile	sm	1 sm = 1852 m
X-Einheit	XE	1 XE = $1{,}00202 \cdot 10^{-13}$ m
Ångström	Å	1 Å = 10^{-10} m
Astronomische Einheit	AE	1 AE = $1{,}49600 \cdot 10^{11}$ m
Lichtjahr	ly	1 ly = $9{,}4605 \cdot 10^{15}$ m
Parsec	pc	1 pc = $3{,}0857 \cdot 10^{16}$ m (1 pc = 3,2617 ly)

Umrechnungstabelle für Zeiteinheiten

Einheit	Einheiten-zeichen	Faktor zur Umrechnung in				
		a	d	h	min	s
Jahr	a	1	365,242	8765,81	525949	31556926
Tag	d	$2{,}738 \cdot 10^{-3}$	1	24	1440	86400
Stunde	h	$1{,}141 \cdot 10^{-4}$	0,0417	1	60	3600
Minute	min	$0{,}1901 \cdot 10^{-5}$	$0{,}694 \cdot 10^{-3}$	0,01667	1	60
Sekunde	s	$0{,}3169 \cdot 10^{-7}$	$1{,}57 \cdot 10^{-5}$	$2{,}778 \cdot 10^{-4}$	0,01667	1

Umrechnungstabelle SI-fremder Energieeinheiten in Joule

Einheit	Einheiten-zeichen	Umrechnung in Joule (1 J = 1 N m = 1 W s)
Kilowattstunde	kW h	1 kW h = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ J = 3,6 MJ
Kilopondmeter	kp m	1 kp m = 9,80665 J
Erg	erg	1 erg = 10^{-7} J = 0,1 µJ
Kilokalorie	kcal	1 kcal = $4{,}1868 \cdot 10^{3}$ J = 4,1868 kJ
Elektronvolt	eV	1 eV = $1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ J = 0,160218 aJ

Umrechnungstabelle für Winkeleinheiten

Einheit	Einheiten-zeichen	Faktor zur Umrechnung in rad	∟	°	°	′	″	gon
Radiant	rad	1	0,636620	57,295781	57	17	44,8	63,662
1 Rechter = $\frac{\pi}{2}$ Radiant	∟	1,570796	1	90	90	0	0	100
Grad	°	17,45329 $\cdot 10^{-3}$	1,11111 $\cdot 10^{-2}$	1	1	0	0	1,11111
Minute	′	2,90888 $\cdot 10^{-4}$	1,85185 $\cdot 10^{-4}$	1,66667 $\cdot 10^{-2}$	0	1	0	1,85185 $\cdot 10^{-2}$
Sekunde	″	4,848137 $\cdot 10^{-6}$	3,0864 $\cdot 10^{-6}$	2,77 $\cdot 10^{-4}$	0	0	1	3,0864 $\cdot 10^{-4}$
Gon	gon	1,570796 $\cdot 10^{-2}$	10^{-2}	0,9	0	54	0	1

Umrechnungstabelle SI-fremder Druckeinheiten in Pascal

Einheit	Einheiten-zeichen	Umrechnung in Pascal (1 Pa = 1 N/m^2)	
Bar	bar	1 bar	= 10^5 Pa = 100 kPa = 10^3 hPa
Mikrobar	µbar = $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	1 µbar	= 0,1 Pa
Millimeter Wassersäule	mm WS = $\frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$	1 mm WS	= 9,80665 Pa
Physikalische Atmosphäre	atm	1 atm	= 1,01325 $\cdot 10^5$ Pa = 101,325 kPa
Torr	Torr	1 Torr	= 133,3224 Pa
Technische Atmosphäre	at	1 at	= 9,80665 $\cdot 10^4$ Pa = 98,0665 kPa

Umrechnungstabelle SI-fremder Krafteinheiten in Newton

Einheit	Einheiten-zeichen	Umrechnung in Newton
Dyn	dyn	1 dyn = 10^{-5} N
Kilopond	kp	1 kp = 9,80665 N
Megapond	Mp	1 Mp = 9,80665 $\cdot 10^3$ N

Umrechnungstabelle SI-fremder Leistungseinheiten in Watt

Einheit	Einheiten-zeichen	Umrechnung in Watt (1 W = 1 J/s)
Kilowatt	kW	$1\ \mathrm{kW} = 10^3\ \mathrm{W}$
Kilopondmeter / Sekunde	kp m / s	$1\ \frac{\mathrm{kp\ m}}{\mathrm{s}} = 9{,}80665\ \mathrm{W}$
Kilokalorie / Sekunde	kcal / s	$1\ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{s}} = 4{,}1868 \cdot 10^3\ \mathrm{W} = 4{,}1868\ \mathrm{kW}$
Pferdestärke	PS	1 PS = 735,5 W
Kilokalorie / Stunde	kcal / h	$1\ \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{h}} = 1{,}163\ \mathrm{W}$

1.5 Dimensionen physikalischer Größenarten

Die Dimension kennzeichnet die *Qualität* einer physikalischen Größenart; sie gibt den Zusammenhang einer physikalischen Größe mit den Basisgrößen an.
Der Begriff der Dimension ist von dem der Einheit zu unterscheiden. So hat z. B. die Geschwindigkeit

die Dimension $\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$ und die Einheit $\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$

Als Dimensionszeichen werden *große steile Groteskbuchstaben* benutzt:

Basisgröße	Dimensionszeichen	Basisgröße	Dimensionszeichen
Länge	L	Temperatur (thermo-dynamische)	T
Zeit	Z		
Masse	M		
Stromstärke	I	Stoffmenge	N
		Lichtstärke	J

Beispiele für Dimensionen und Einheiten

Größenart	Dimension	Einheit
Fläche	L^2	$1\ \mathrm{m}^2$
Volumen	L^3	$1\ \mathrm{m}^3$
Geschwindigkeit	$\mathsf{L}\,\mathsf{Z}^{-1}$	$1\ \mathrm{m\ s^{-1}}$
Beschleunigung	$\mathsf{L}\,\mathsf{Z}^{-2}$	$1\ \mathrm{m\ s^{-2}}$
Kraft	$\mathsf{L}\,\mathsf{Z}^{-2}\mathsf{M}$	$1\ \mathrm{m\ s^{-2}\ kg} = 1\ \mathrm{N}$

Größenart	Dimension	Einheit
Druck	$\mathsf{L}^{-1}\,\mathsf{Z}^{-2}\,\mathsf{M}$	$1\ \mathrm{m^{-1}\,s^{-2}\,kg} = 1\ \mathrm{Pa}$
Arbeit, Energie	$\mathsf{L}^{2}\,\mathsf{Z}^{-2}\,\mathsf{M}$	$1\ \mathrm{m^{2}\,s^{-2}\,kg} = 1\ \mathrm{J}$
Leistung	$\mathsf{L}^{2}\,\mathsf{Z}^{-3}\,\mathsf{M}$	$1\ \mathrm{m^{2}\,s^{-3}\,kg} = 1\ \mathrm{W}$
Elektrische Spannung	$\mathsf{L}^{2}\,\mathsf{Z}^{-3}\,\mathsf{M}\,\mathsf{I}^{-1}$	$1\ \mathrm{m^{2}\,s^{-3}\,kg\,A^{-1}} = 1\ \mathrm{V}$
Elektrische Ladung	$\mathsf{Z}\,\mathsf{I}$	$1\ \mathrm{s\,A} = 1\ \mathrm{C}$
Molare Masse	$\mathsf{M}\,\mathsf{N}^{-1}$	$1\ \mathrm{kg\,mol^{-1}}$

Die Dimension der Größe G kann also in der Form

$$\dim G = \mathsf{L}^{i}\,\mathsf{z}^{j}\,\mathsf{M}^{k}\,\mathsf{I}^{l}\,\mathsf{T}^{m}\,\mathsf{N}^{n}\,\mathsf{J}^{p}$$

die SI-Einheit als

$$[G] = \mathrm{m}^{i}\,\mathrm{s}^{j}\,\mathrm{kg}^{k}\,\mathrm{A}^{l}\,\mathrm{K}^{m}\,\mathrm{mol}^{n}\,\mathrm{cd}^{p}$$

dargestellt werden. Die Exponenten i, j, k, l, m, n, p sind der folgenden Tabelle zu entnehmen (Auswahl):

Größe	Formelzeichen	i	j	k	l	m	n	p
Länge	l	1	0	0	0	0	0	0
Fläche	A	2	0	0	0	0	0	0
Volumen	V	3	0	0	0	0	0	0
Brechwert	D	–1	0	0	0	0	0	0
Ebener Winkel	φ	0	0	0	0	0	0	0
Raumwinkel	Ω	0	0	0	0	0	0	0
Zeit	t	0	1	0	0	0	0	0
Frequenz	f	0	–1	0	0	0	0	0
Kreisfrequenz	ω	0	–1	0	0	0	0	0
Winkelgeschwindigkeit	ω	0	–1	0	0	0	0	0
Winkelbeschleunigung	α	0	–2	0	0	0	0	0
Geschwindigkeit	v	1	–1	0	0	0	0	0
Beschleunigung	a	1	–2	0	0	0	0	0
Masse	m	0	0	1	0	0	0	0
Dichte	ϱ	–3	0	1	0	0	0	0
Spezifisches Volumen	v	3	0	–1	0	0	0	0
Kraft	F	1	–2	1	0	0	0	0
Druck	p	–1	–2	1	0	0	0	0
Spannung (Zug-, Druck-)	σ	–1	–2	1	0	0	0	0
Impuls	p	1	–1	1	0	0	0	0
Drehimpuls	L	2	–1	1	0	0	0	0
Massenträgheitsmoment	J	2	0	1	0	0	0	0
Flächenträgheitsmoment	I	4	0	0	0	0	0	0

Größe	Formelzeichen	i	j	k	l	m	n	p
Drehmoment (Kraftmoment)	M	2	–2	1	0	0	0	0
Energie, Arbeit	E, W	2	–2	1	0	0	0	0
Leistung	P	2	–3	1	0	0	0	0
Wirkung	H	2	–1	1	0	0	0	0
Energiedichte	w	–1	–2	1	0	0	0	0
Wirkungsgrad	η	0	0	0	0	0	0	0
Reibungszahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Elastizitätsmodul	E	–1	–2	1	0	0	0	0
Schub-, Torsionsmodul	G	–1	–2	1	0	0	0	0
Kompressionsmodul	K	–1	–2	1	0	0	0	0
Poisson-Zahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Richtgröße	k	0	–2	1	0	0	0	0
Gravitationskonstante	G	3	–2	–1	0	0	0	0
Oberflächenspannung	σ	0	–2	1	0	0	0	0
Dynamische Viskosität	η	–1	–1	1	0	0	0	0
Kinematische Viskosität	v	2	–1	0	0	0	0	0
Volumenstrom	$\dot{V}$	3	–1	0	0	0	0	0
Reynolds-Zahl	Re	0	0	0	0	0	0	0
Elongation	y	1	0	0	0	0	0	0
Periodendauer	T	0	1	0	0	0	0	0
Schallschnelle	v	1	–1	0	0	0	0	0
Lautstärkepegel	L_s	0	0	0	0	0	0	0
Dämm-Maß	R	0	0	0	0	0	0	0
Temperatur (thermodynamische)	T	0	0	0	0	1	0	0
Stoffmenge	n	0	0	0	0	0	1	0
Molare Masse	M	0	0	1	0	0	–1	0
Molares Volumen	V_m	3	0	0	0	0	–1	0
Wärmemenge, Wärmeenergie	Q	2	–2	1	0	0	0	0
Wärmekapazität	C	2	–2	1	0	–1	0	0
Spezifische Wärmekapazität	c	2	–2	0	0	–1	0	0
Volumenbezogene Wärmekapazität	C_V	–1	–2	1	0	–1	0	0
Molare Wärmekapazität	C_m	2	–2	1	0	–1	–1	0
Enthalpie	H	2	–2	1	0	0	0	0
Entropie	S	2	–2	1	0	–1	0	0
Gaskonstante	R	2	–2	1	0	–1	–1	0
Boltzmann-Konstante	k	2	–2	1	0	–1	0	0
Adiabatenexponent	x	0	0	0	0	0	0	0
Polytropenexponent	k	0	0	0	0	0	0	0
Spezifische Schmelzwärme	q	2	–2	0	0	0	0	0

Größe	Formelzeichen	i	j	k	l	m	n	p
Spezifische Verdampfungswärme	r	2	–2	0	0	0	0	0
Heizwert (feste und flüssige Brennstoffe)	H	2	–2	0	0	0	0	0
Heizwert (gasförmige Brennstoffe)	H'	–1	–2	1	0	0	0	0
Längenausdehnungskoeffizient	α	0	0	0	0	–1	0	0
Raumausdehnungskoeffizient	γ	0	0	0	0	–1	0	0
Wärmeleitfähigkeit	λ	1	–3	1	0	–1	0	0
Wärmeübergangskoeffizient	α	0	–3	1	0	–1	0	0
Wärmedurchgangskoeffizient	k, U	0	–3	1	0	–1	0	0
Wärmestrom	Φ	2	–3	1	0	0	0	0
Wärmestromdichte	q	0	–3	1	0	0	0	0
Temperaturleitfähigkeit	a	2	–1	0	0	0	0	0
Ebullioskopische Konstante	E	0	0	0	0	1	0	0
Kryoskopische Konstante	K	0	0	0	0	1	0	0
Dissoziationsgrad	α	0	0	0	0	0	0	0
VAN-DER-WAALS'sche Konstante	a	5	–2	1	0	0	–2	0
VAN-DER-WAALS'sche Konstante	b	3	0	0	0	0	–1	0
Absolute Feuchte	f	–3	0	1	0	0	0	0
Relative Feuchte	φ	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Stromstärke	I	0	0	0	1	0	0	0
Elektrische Ladung	Q	0	1	0	1	0	0	0
Elektrische Stromdichte	J	–2	0	0	1	0	0	0
Elektrische Spannung	U	2	–3	1	–1	0	0	0
Elektrischer Widerstand	R	2	–3	1	–2	0	0	0
Elektrischer Leitwert	G	–2	3	–1	2	0	0	0
Spezifischer elektrischer Widerstand	ϱ	3	–3	1	–2	0	0	0
Elektrische Leitfähigkeit	γ	–3	3	–1	2	0	0	0
Elektrische Feldstärke	E	1	–3	1	–1	0	0	0
Magnetische Feldstärke	H	–1	0	0	1	0	0	0
Elektrische Kapazität	C	–2	4	–1	2	0	0	0
Induktivität	L	2	–2	1	–2	0	0	0
Elektrische Flussdichte	D	–2	1	0	1	0	0	0
Magnetische Flussdichte	B	0	–2	1	–1	0	0	0
Magnetischer Fluss	Φ	2	–2	1	–1	0	0	0

Größe	Formelzeichen	i	j	k	l	m	n	p
Magnetische Spannung	V	0	0	0	1	0	0	0
Magnetischer Widerstand	R_m	–2	2	–1	2	0	0	0
Elektrische Feldkonstante	ε_0	–3	4	–1	2	0	0	0
Magnetische Feldkonstante	μ_0	1	–2	1	–2	0	0	0
Dielektrizitätszahl	ε_r	0	0	0	0	0	0	0
Permeabilitätszahl	μ_r	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Suszeptibilität	χ_e	0	0	0	0	0	0	0
Magnetische Suszeptibilität	χ_m	0	0	0	0	0	0	0
Elektrische Polarisation	P	–2	1	0	1	0	0	0
Magnetische Polarisation	J	0	–2	1	–1	0	0	0
Elektrisches Moment	p	1	1	0	1	0	0	0
Magnetisches Moment	j	3	–2	1	–1	0	0	0
Elektrische Polarisierbarkeit	α	0	4	–1	2	0	0	0
Magnetische Polarisierbarkeit	β	4	–2	1	–2	0	0	0
FARADAY-Konstante	F	0	1	0	1	0	–1	0
Lichtstärke	I, I_v	0	0	0	0	0	0	1
Lichtstrom	Φ, Φ_v	0	0	0	0	0	0	1
Leuchtdichte	L, L_v	–2	0	0	0	0	0	1
Beleuchtungsstärke	E, E_v	–2	0	0	0	0	0	1
Strahlungsfluss	Φ, Φ_e	2	–3	1	0	0	0	0
Strahlungsflussdichte	φ	0	–3	1	0	0	0	0
Strahlstärke	I, I_e	2	–3	1	0	0	0	0
Strahldichte	L, L_e	0	–3	1	0	0	0	0
Bestrahlungsstärke	E, E_e	0	–3	1	0	0	0	0
Numerische Apertur	A	0	0	0	0	0	0	0
Brennweite	f	1	0	0	0	0	0	0
Brechzahl	n	0	0	0	0	0	0	0
Gitterkonstante	g	1	0	0	0	0	0	0
Relative Atommasse	A_r	0	0	0	0	0	0	0
Relative Molekülmasse	M_r	0	0	0	0	0	0	0
Aktivität	A	0	–1	0	0	0	0	0
PLANCK'sches Wirkungsquantum	h	2	–1	1	0	0	0	0
Drehimpulsquantum	$\hbar$	2	–1	1	0	0	0	0
AVOGADRO-Konstante	N_A	0	0	0	0	0	–1	0
LOSCHMIDT-Konstante	n_0	–3	0	0	0	0	0	0
Zerfallskonstante	λ	0	–1	0	0	0	0	0

1.6 Physikalische Gleichungen

Größengleichungen

In jeder Größengleichung steht das *Formelzeichen für die physikalische Größe*, also für das Produkt aus Zahlenwert und Einheit. Die Größengleichung gilt unabhängig von der Wahl der Einheiten, sie ist daher bevorzugt anzuwenden.

Beispiele für Größengleichungen:

$$s = vt, \qquad v = 2\pi rf, \qquad F = ma$$

Zugeschnittene Größengleichungen

Auch in der zugeschnittenen Größengleichung steht das *Formelzeichen für die physikalische Größe*. In der Gleichung wird der *Quotient aus der Größe und der Einheit* gebildet, in der die Größe zu messen ist. Dieser Quotient ergibt den *Zahlenwert der Größe*.

Beispiele für zugeschnittene Größengleichungen:

$$s/\mathrm{m} = \frac{1}{3{,}6}\, v/\mathrm{km\ h^{-1}} \cdot t/\mathrm{s}, \qquad F/\mathrm{N} = m/\mathrm{kg} \cdot a/\mathrm{m\ s^{-2}}$$

$$v/\mathrm{m\ s^{-1}} = 0{,}104\,72\, r/\mathrm{m} \cdot f/\mathrm{min^{-1}}$$

Zahlenwertgleichungen

Das *Formelzeichen* bedeutet in einer Zahlenwertgleichung nur den *Zahlenwert* der physikalischen Größe, dem eine ganz bestimmte Einheit zugeordnet ist, die in einer Gleichungslegende (Einheitenrechen, Wallot'scher Kamm) angegeben werden muss. Wegen der abweichenden Bedeutung der Formelzeichen – nur Zahlenwert, nicht physikalische Größe – werden in diesem Buch grundsätzlich *keine* Zahlenwertgleichungen verwendet.

Beispiele für Zahlenwertgleichungen:

$$s = \frac{1}{3{,}6}\, vt \quad \begin{array}{c|c|c} s & v & t \\ \hline \mathrm{m} & \mathrm{km\ h^{-1}} & \mathrm{s} \end{array} \qquad v = 0{,}104\,72\, rf \quad \begin{array}{c|c|c} v & r & f \\ \hline \mathrm{m\ s^{-1}} & \mathrm{m} & \mathrm{min^{-1}} \end{array}$$

2 Mechanik fester Körper

2.1 Kinematik

Länge

● Die Länge ist eine Basisgröße. Die *Einheit* der Länge ist das *Meter:* Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft.

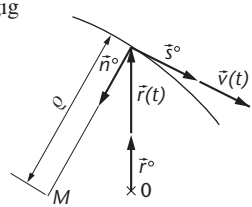
Zeit

● Die Zeit ist eine Basisgröße. Die *Einheit* der Zeit ist die *Sekunde:* Die Sekunde ist die Dauer von 9 192 631 770 Perioden der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms Cäsium 133 entspricht.

Bahngeschwindigkeit

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
$\vec{r}$	Ortsvektor	m
$\vec{s}\,°$	Einheitsvektor in Richtung der Bahnkurve	1
$\vec{r}\,°$	Einheitsvektor in Richtung des Ortsvektors	1

v, $\vec{r}$, s, $\vec{r}\,°$ und $\vec{s}\,°$ sind im Allgemeinen zeitabhängig



● $$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\,\vec{s}\,° = v\vec{s}\,°$$

Bahngeschwindigkeit auf gerader Bahn

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
s_0	zur Zeit t_0 bereits zurückgelegter Weg	m

Augenblicksgeschwindigkeit

● $$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s}$$

Durchschnittsgeschwindigkeit

● $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$ $v = \frac{s - s_0}{t}$ für $t_0 = 0$

Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung

● $v = \frac{s}{t}$ für $t_0 = 0$ und $s_0 = 0$

Einige Geschwindigkeiten (Durchschnittswerte)

Bewegung	$\frac{v}{\text{km h}^{-1}}$	$\frac{v}{\text{m s}^{-1}}$
Gletscherbewegung	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$	$6{,}4 \cdot 10^{-6}$
Schneeflocken	0,72	0,2
Gehen	5	1,4
Dauerlauf	10	2,8
Radfahren	20	5,5
Kurzstreckenlauf	bis 36	bis 10
Brieftaube	72	20
Rennpferd	90	25
Orkan (Windstärke 12)	126	35
Schallgeschwindigkeit in Luft bei 0 °C und 101,325 kPa	1225	340
Punkt am Äquator (Umfangsgeschwindigkeit der Erde)	1670	464
Überschallverkehrsflugzeug	2500	695
Gewehrgeschoss (Anfangsgeschwindigkeit)	3130	870
Wasserstoffmoleküle bei 0 °C und 101,325 kPa	6625	1840
Erdbebenwelle	13000	3600
Künstlicher Erdsatellit	28800	8000
Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne	$1{,}1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^4$
Licht im Vakuum (gerundet)	$1{,}1 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^8$

Bahngeschwindigkeit bei Kreisbewegung mit konstanter Drehfrequenz

v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
r	Radius der Kreisbahn	m
f	Drehfrequenz (Drehzahl)	s^{-1}

● $v = 2\pi r f$

Winkelgeschwindigkeit

(→	Bild S. 26); M und O liegen in der Zeichenebene	
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit bezüglich O	rad $s^{-1} \equiv s^{-1}$
$\vec{r}$	Ortsvektor	m
$\vec{e}\,°$	Einheitsvektor, senkrecht zur Bahnebene	1
φ	Winkel zwischen $\vec{r}$ und einer vorgegebenen Richtung	rad ≡ 1
$\vec{n}\,°$	Einheitsvektor in Richtung der Normalen der Bahnkurve zum Krümmungsmittelpunkt	1
ϱ	Krümmungsradius der Bahnkurve	m

$$\overrightarrow{\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\,\vec{e}\,°$$

Winkelgeschwindigkeit bezüglich O

$$\vec{e}\,° \perp \vec{r} \qquad \overrightarrow{\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)} = \frac{1}{r^2}\,(\vec{r} \times \vec{v})$$

Winkelgeschwindigkeit bezüglich M

$$\vec{e}\,° \perp \vec{n}\,° \qquad \vec{\omega} = \frac{1}{\varrho}\,(\vec{v} \times \vec{n}\,°) \qquad \omega = \frac{v}{\varrho}$$

Wenn O und M zusammenfallen, gilt $\vec{\omega} = \overrightarrow{\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)}$.

Winkelgeschwindigkeit bei Kreisbewegung

ω	Winkelgeschwindigkeit	rad $s^{-1} \equiv s^{-1}$
φ	Drehwinkel	rad ≡ 1
t	Zeit	s
T	Periodendauer (Umlaufzeit)	s
f	Drehfrequenz (Drehzahl)	s^{-1}
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
r	Radius der Kreisbahn	m
s	Kreisbogen	m
z	Anzahl der Umdrehungen	1

Augenblickswinkelgeschwindigkeit

● $$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \dot{\varphi} \quad \text{mit} \quad \varphi = \frac{s}{r}$$

Durchschnittswinkelgeschwindigkeit

● $$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}, \qquad \omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \quad \text{für} \quad t_0 = 0$$

Winkelgeschwindigkeit bei konstanter Drehfrequenz für $t_0 = 0$ und $\varphi_0 = 0$

● $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}, \qquad \omega = 2\pi f, \qquad f = \frac{1}{T}$

Zusammenhang zwischen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit

● $v = \omega r$

Anzahl der Umdrehungen bei konstanter Drehfrequenz

● $z = ft$

Beschleunigung

(→	Bild S. 26)	
$\vec{a}$	Vektor der Beschleunigung	m s^{-2}
$\vec{r}$	Ortsvektor	m
a_t	Bahnbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung)	m s^{-2}
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
a_r	Radialbeschleunigung	m s^{-2}
ϱ	Krümmungsradius der Bahnkurve	m
$\vec{s}°$	Einheitsvektor in Richtung der Bahnkurve	1
$\vec{n}°$	Einheitsvektor in Richtung der Normalen der Bahnkurve	1
t	Zeit	s

● $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}, \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \dot{v}\vec{s}° + \frac{v^2}{\varrho}\vec{n}° = \vec{a}_t + \vec{a}_r$

Betrag der Beschleunigung

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}, \qquad a_t = \dot{v}, \qquad a_r = \frac{v^2}{\varrho}$$

Bahnbeschleunigung

a_t	Bahnbeschleunigung (Tangentialbeschleunigung)	m s^{-2}
v	Bahngeschwindigkeit	m s^{-1}
t	Zeit	s
v_0, t_0	Anfangswerte von v und t	

Augenblicksbeschleunigung

● $a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v} = \ddot{s}$

Durchschnittsbeschleunigung

● $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}, \qquad a_t = \frac{v - v_0}{t}$ für $t_0 = 0$

Beschleunigung bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung

● $a_t = \frac{v}{t}$ für $t_0 = 0$ und $v_0 = 0$

Beträge einiger Beschleunigungen (Durchschnittswerte)

Bewegung	$\frac{a}{\mathrm{m\,s^{-2}}}$
Anfahren von Güterzügen	0,1 … 0,3
Anfahren von Personenzügen	0,5 … 0,6
Anfahren von Kraftfahrzeugen	1 … 3
Bremsen von Güterzügen	0,15
Bremsen von Personenzügen	0,3 … 1
Bremsen von Kraftfahrzeugen	1 … 10
Normwert der Fallbeschleunigung	9,806 65
Tennisball beim Aufprall auf eine Wand	10^5
Abschuss eines Geschosses	bis $5 \cdot 10^5$

Radialbeschleunigung

(→ Bild S. 26)

a_r	Radialbeschleunigung	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
v	Bahngeschwindigkeit	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
ϱ	Krümmungsradius der Bahnkurve	m
r	Radius des Kreises bei Kreisbewegung	m
ω_ϱ	Winkelgeschwindigkeit um die zur Bahnebene senkrechte Achse durch den Krümmungsmittelpunkt M	$\mathrm{rad\,s^{-1}} \equiv \mathrm{s^{-1}}$
ω	Winkelgeschwindigkeit bei Kreisbewegung	$\mathrm{rad\,s^{-1}} \equiv \mathrm{s^{-1}}$

$$a_r = \frac{v^2}{\varrho}, \qquad \frac{v^2}{\varrho} = v\omega_\varrho = \omega_\varrho^2 \varrho$$

Radialbeschleunigung bei Kreisbewegung

● $a_r = \frac{v^2}{r}, \qquad \frac{v^2}{r} = v\omega = \omega^2 r$

Winkelbeschleunigung

α	Winkelbeschleunigung	$\mathrm{rad\,s^{-2}} \equiv \mathrm{s^{-2}}$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\mathrm{rad\,s^{-1}} \equiv \mathrm{s^{-1}}$

φ	Drehwinkel	rad ≡ 1
t	Zeit	s
$\vec{e}°$	Einheitsvektor in Richtung der Achse, um die die Drehung erfolgt	1
ω_0, t_0	Anfangswerte von ω und t	

Augenblickswinkelbeschleunigung

$$\vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}, \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}} = \dot{\omega}\vec{e}°$$

● $$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}, \qquad \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$$

Durchschnittswinkelbeschleunigung

● $$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}, \qquad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad \text{für} \quad t_0 = 0$$

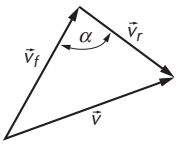
Winkelbeschleunigung bei gleichmäßig beschleunigter Kreisbewegung

● $$\alpha = \frac{\omega}{t} \quad \text{für} \quad t_0 = 0 \quad \text{und} \quad \omega_0 = 0$$

Geschwindigkeit bei Relativbewegung

$\vec{v}$	Absolutgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers gegenüber dem ruhenden System)	m s^{-1}
$\vec{v}_\mathrm{f}$	Führungsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des translatorisch bewegten Bezugssystems gegenüber dem ruhenden System)	m s^{-1}
$\vec{v}_\mathrm{r}$	Relativgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers, bezogen auf das bewegte Bezugssystem)	m s^{-1}

● $$\vec{v} = \vec{v}_\mathrm{f} + \vec{v}_\mathrm{r}, \qquad v = \sqrt{v_\mathrm{f}^2 + v_\mathrm{r}^2 - 2v_\mathrm{f}v_\mathrm{r}\cos\alpha}$$



Beschleunigung bei Relativbewegung

$\vec{a}$	Absolutbeschleunigung (Beschleunigung des Körpers, bezogen auf das ruhende System)	m s^{-2}
$\vec{a}_\mathrm{f}$	Führungsbeschleunigung (Beschleunigung des bewegten Systems, bezogen auf das ruhende System)	m s^{-2}
$\vec{a}_\mathrm{r}$	Relativbeschleunigung (Beschleunigung des bewegten Körpers, bezogen auf das bewegte System)	m s^{-2}
$\vec{a}_\mathrm{c}$	CORIOLIS-Beschleunigung	m s^{-2}

$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit des bewegten Systems, bezogen auf das ruhende System	rad $s^{-1} \equiv s^{-1}$
$\vec{v}_r$	Relativgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Körpers, bezogen auf das bewegte System)	m s^{-1}
α	Winkel zwischen $\vec{\omega}$ und $\vec{v}_r$	rad $\equiv 1$

Absolutbeschleunigung

$$\vec{a} = \vec{a}_f + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$

Coriolis-Beschleunigung

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

$$a_c = 2\omega v_r \sin\alpha, \qquad a_c = 2\omega v_r \quad \text{für} \quad \vec{\omega} \perp \vec{v}_r$$

$a_c = 0$ für $\omega = 0$: Es ist nur Translationsbewegung der beiden Systeme zueinander vorhanden.
$v_r = 0$: Der Körper ruht im bewegten System.
$\vec{v}_r \parallel \vec{\omega}$: Die Geschwindigkeit des Körpers im bewegten System ist parallel zur Drehachse.

Gesetze der beschleunigten geradlinigen Bewegung

$s, v, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
a	Beschleunigung	m s^{-2}
s_0, v_0, t_0	Anfangswerte von s, v, t	

	Für $t_0 = 0$ gelten:	Für $t_0 \neq 0$ gelten:
Weg-Zeit-Gesetz		
●	$s = s_0 + \int_0^t v \, dt,$	$s = s_0 + \int_{t_0}^t v \, dt$
Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz		
●	$v = v_0 + \int_0^t a \, dt,$	$v = v_0 + \int_{t_0}^t a \, dt$

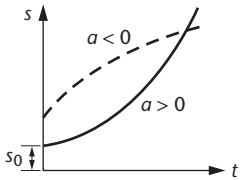
s, v und a sind zeitabhängig.

Gesetze der gleichmäßig beschleunigten geradlinigen Bewegung

(a = const)

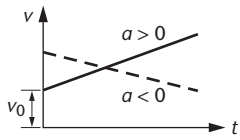
$s, v, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
a	Beschleunigung	m s^{-2}
s_0, v_0, t_0	Anfangswerte von s, v, t	

Für $t_0 = 0$ gelten:



Weg-Zeit-Gesetz

- $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
- $s = s_0 + \frac{v + v_0}{2} t$
- $s = s_0 + vt - \frac{1}{2} a t^2$

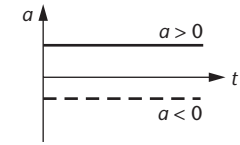


Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

- $v = v_0 + at$

Zeitfreie Gleichung

- $v = \sqrt{v_0^2 + 2a\,(s - s_0)}$



Spezialfälle → S. 38

Freier Fall

g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
h	Fallhöhe	m
t	Zeit	s
φ	geografische Breite	°
r	Abstand vom Erdmittelpunkt	m
r_E	Erdradius	m
h_1	Höhe über der Erdoberfläche	m

- $h = \frac{1}{2} g t^2, \qquad v = gt, \qquad v = \sqrt{2gh}$

Fallbeschleunigung

Ort	Formelzeichen	$\frac{g}{\text{m s}^{-2}}$
Normort (45° nördliche Breite 0 m über dem Meeresspiegel)	g_n	9,80665
Pol	g_p	9,83221
Äquator	$g_ä$	9,78049

Abhängigkeit der Fallbeschleunigung von der geografischen Breite

$$\frac{g_\varphi}{\text{m s}^{-2}} = \frac{g_p}{\text{m s}^{-2}} - 0{,}052 \cos^2 \varphi$$

Abhängigkeit der Fallbeschleunigung vom Abstand vom Erdmittelpunkt

$$g_r = \frac{r_E^2}{r^2}\, g_n, \qquad r > r_E = 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Fallbeschleunigung in der Höhe h_1 über der Erdoberfläche

$$\frac{g_h}{\text{m s}^{-2}} = \frac{g_n}{\text{m s}^{-2}} - 3 \cdot 10^{-6}\, \frac{h_1}{\text{m}} \quad \text{für} \quad \frac{h_1}{r_E} \ll 1$$

Senkrechter Wurf

Der senkrechte Wurf nach oben ist eine gleichmäßig verzögerte Bewegung mit der Beschleunigung $a = -g$ (Ordinaten werden nach oben positiv gezählt) (→ S. 33; $s_0 = 0$).

$v, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
h	Höhe	m
h_{max}	Steighöhe	m
t_{max}	Steigzeit	s
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}

● $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \qquad h = \frac{1}{2}(v + v_0)\, t$

● $v = v_0 - g t, \qquad v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

Steighöhe Steigzeit

● $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \qquad t_{max} = \frac{v_0}{g}$

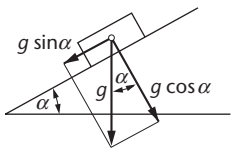
Reibungsfreie Bewegung auf der geneigten Ebene

a	Beschleunigung	m s^{-2}
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
α	Winkel	°

Die reibungsfreie Abwärtsbewegung auf der geneigten Ebene ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung

● $a = g \sin \alpha$

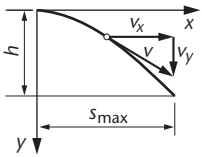
Es gelten die Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung (→ S. 33).



Horizontaler Wurf

v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
v_x, v_y	Geschwindigkeitskomponenten	m s^{-1}
x, y	Koordinaten	m
s_{max}	Wurfweite	m
t	Zeit	s
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
h	Fallhöhe	m

Geschwindigkeit



● $v_x = v_0\,, \qquad v_y = gt\,, \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Gleichung der Wurfparabel

● $x = v_0 t\,, \qquad y = \frac{1}{2}\,gt^2\,, \qquad y = \frac{g}{2v_0^2}\,x^2$

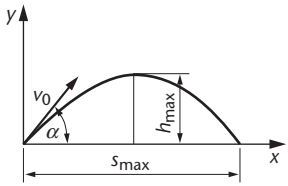
Wurfweite

● $s_{max} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Schiefer Wurf

v, $t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m s^{-1}
v_x, v_y	Geschwindigkeitskomponenten	m s^{-1}
x, y	Koordinaten	m
h_{max}	Steighöhe	m
s_{max}	Wurfweite	m
g	Fallbeschleunigung	m s^{-2}
α	Winkel zwischen v_0 und der x-Achse	°
t_{st}	Steigzeit	s

Geschwindigkeit



● $v_x = v_0 \cos\alpha\,,$
$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Gleichung der Wurfparabel

● $x = v_0 t \cos\alpha\,, \qquad y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}\,gt^2\,,$

● $y = x \tan\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$

	Wurfweite	Steighöhe	Steigzeit
●	$s_{\max} = \frac{1}{g} v_0^2 \sin 2\alpha$	$h_{\max} = \frac{1}{2g} v_0^2 \sin^2 \alpha$	$t_{\mathrm{st}} = \frac{1}{g} v_0 \sin \alpha$

Gesetze der beschleunigten Kreisbewegung

s	Weg auf der Kreisbahn	m
v	Bahngeschwindigkeit	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
a	Bahnbeschleunigung	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
φ	Drehwinkel	$\mathrm{rad} \equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\mathrm{rad\,s^{-1}} \equiv \mathrm{s^{-1}}$
α	Winkelbeschleunigung	$\mathrm{rad\,s^{-2}} \equiv \mathrm{s^{-2}}$
t	Zeit	s
φ_0, ω_0, t_0	Anfangswerte von φ, ω, t	
r	Radius der Kreisbahn	m

Für die Bahnbeschleunigung, die Bahngeschwindigkeit und den zurückgelegten Weg auf der Kreisbahn gelten die gleichen Gesetze wie bei der beschleunigten geradlinigen Bewegung (→ S. 32).
Zwischen Weg und Drehwinkel, Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit sowie Bahnbeschleunigung und Winkelbeschleunigung bestehen folgende Zusammenhänge:

● $s = r\varphi\,, \qquad v = r\omega\,, \qquad a = r\alpha$

Drehwinkel-Zeit-Gesetz

	$(t_0 = 0)$	$(t_0 \neq 0)$
●	$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega \,\mathrm{d}t\,,$	$\varphi = \varphi_0 + \int_{t_0}^t \omega \,\mathrm{d}t$

Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Gesetz

	$(t_0 = 0)$	$(t_0 \neq 0)$
●	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha \,\mathrm{d}t\,,$	$\omega = \omega_0 + \int_{t_0}^t \alpha \,\mathrm{d}t$

φ, ω, α sind zeitabhängig.

Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Kreisbewegung

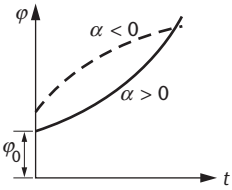
φ	Drehwinkel	$\mathrm{rad} \equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	$\mathrm{rad\,s^{-1}} \equiv \mathrm{s^{-1}}$
f	Drehfrequenz (Umdrehungsfrequenz, Drehzahl)	$\mathrm{s^{-1}}$

α	Winkelbeschleunigung	rad $s^{-2} \equiv s^{-2}$
$\varphi_0, \omega_0, f_0, t_0$	Anfangswerte von φ, ω, f und t	
z	Anzahl der Umdrehungen	1
t	Zeit	s

Für $t_0 = 0$ gelten:

Drehwinkel-Zeit-Gesetz

- $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2, \qquad \varphi = \varphi_0 + \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
- $\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)\, t$

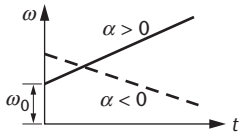


Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Gesetz

- $\omega = \omega_0 + \alpha t$

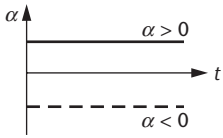
Zeitfreie Gleichung

- $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\,(\varphi - \varphi_0)}$



Anzahl der Umdrehungen während der gleichmäßig beschleunigten Kreisbewegung

- $z = \frac{1}{2}(f + f_0)\, t, \qquad z = \frac{\varphi}{2\pi}$



Spezialfälle → S. 38.

Zusammenfassung der Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

$s, t \rightarrow$	Benutzungshinweise	
v	Bahngeschwindigkeit (Geschwindigkeit)	m s^{-1}
a	Bahnbeschleunigung (Beschleunigung)	m s^{-2}
φ	Drehwinkel	rad $\equiv 1$
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad $s^{-1} \equiv s^{-1}$
α	Winkelbeschleunigung	rad $s^{-2} \equiv s^{-2}$

Translation	Rotation

Für $s_0 = 0$, $v_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ und $\omega_0 = 0$ bei $t_0 = 0$ gelten folgende Gleichungen:

$s = \frac{1}{2} a t^2$	$\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2$

Translation	Rotation
$s = \frac{1}{2} vt$	$\varphi = \frac{1}{2} \omega t$
$v = at$	$\omega = \alpha t$
$v = \sqrt{2as}$	$\omega = \sqrt{2\alpha\varphi}$

Für $s_0 = 0$, $v_0 \neq 0$, $\varphi_0 = 0$, $\omega_0 \neq 0$ bei $t_0 = 0$ gelten folgende Gleichungen:

$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$s = \frac{1}{2} (v + v_0)\, t$	$\varphi = \frac{1}{2} (\omega + \omega_0)\, t$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\varphi}$
$s = vt - \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$

Sind alle Anfangswerte $\neq 0$ (bei $t_0 = 0$), gelten folgende Gleichungen:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$s = s_0 + \frac{1}{2} (v + v_0)\, t$	$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{2} (\omega + \omega_0)\, t$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\,(s - s_0)}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\,(\varphi - \varphi_0)}$
$s = s_0 + vt - \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$

Ist r der Radius der Kreisbahn, so gilt:

$s = r\varphi\,, \qquad v = r\omega\,, \qquad a = r\alpha$

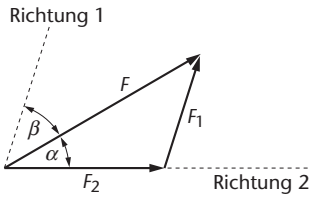
2.2 Statik starrer Körper

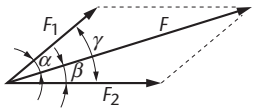
Ebenes zentrales Kraftsystem

F	Kraft	N
α, β, γ	Winkel	°, rad ≡ 1

Addition zweier Kräfte

- $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \qquad F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 F_2 \cos\gamma}$





Richtung der Resultierenden

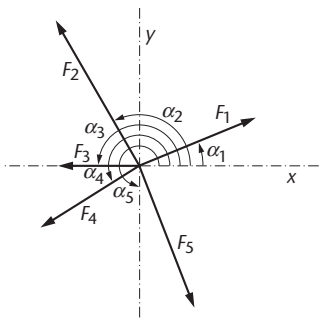
- $\sin\beta = \dfrac{F_2}{F}\sin\gamma, \qquad \sin\alpha = \dfrac{F_1}{F}\sin\gamma$

Zerlegung einer Kraft in zwei Richtungen

- $F_1 = F\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}, \qquad F_2 = F\dfrac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$

Für $\alpha + \beta = 90°$ gilt

- $F_1 = F\sin\alpha, \qquad F_2 = F\cos\alpha$



Addition beliebig vieler Kräfte

- $F_x = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i$
- $F_y = \sum_{i=1}^{n} F_i \sin\alpha_i$
- $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$
- $\tan\alpha_F = \dfrac{F_y}{F_x}$

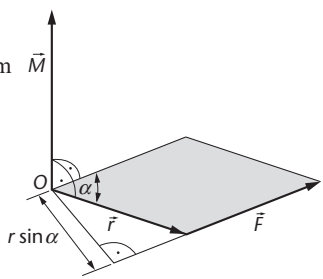
Gleichgewicht im ebenen zentralen Kraftsystem

● $\sum_{i=1}^{n} F_i \cos \alpha_i = 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} F_i \sin \alpha_i = 0$

Kraftmoment (Drehmoment)

F	Kraft	N
M	Kraftmoment	N m
M_x, M_y, M_z	Beträge der Komponenten des Kraftmoments	N m
$\vec{r}$	Vektor vom Drehpunkt zum Angriffspunkt der Kraft	m
x, y, z	Beträge der Komponenten des Vektors $\vec{r}$	m
α	Winkel	°
F_x, F_y, F_z	Beträge der Komponenten der Kraft $\vec{F}$	N
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Einheitsvektoren in Richtung der Achsen des Koordinatensystems	1
a	Abstand der Kräfte des Kräftepaares	m

● $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \qquad M = Fr \sin \alpha$

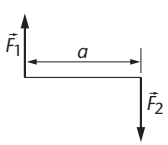


Für ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit dem Ursprung O gilt

$$\vec{M} = \vec{i} M_x + \vec{j} M_y + \vec{k} M_z$$

$$\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Drehmoment eines Kräftepaares (Drehachse beliebig, das Moment steht senkrecht zur Zeichenebene)



● $M = Fa$

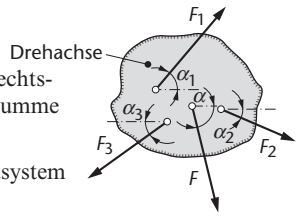
Allgemeines ebenes Kraftsystem

F	Kraft	N
a	Länge des Lotes von der Drehachse auf die Kraftrichtung	m
M	Kraftmoment	N m
α	Winkel	°

Addition von Kräften:
Betrag und Richtung der Resultierenden ergeben sich wie beim ebenen zentralen Kraftsystem.

Die Lage der Resultierenden erhält man aus dem *Kraftmomentensatz*

- $Fa = \sum_{i=1}^{n} F_i a_i$



Linksdrehende Kräfte sind mit positivem, rechtsdrehende mit negativem Vorzeichen in die Summe einzusetzen.

Gleichgewicht im allgemeinen ebenen Kraftsystem (Gleichgewichtsbedingungen)

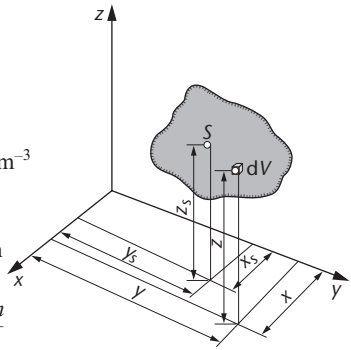
- $\sum_{i=1}^{n} F_i \cos \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} F_i \sin \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} F_i a_i = 0$

Gleichgewicht an einem starren Körper, der um eine feste Achse drehbar ist (Hebelgesetz):
Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der Summe der linksdrehenden Momente ist.

- $\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$

Massenmittelpunkt (Schwerpunkt)

$m, V, A \rightarrow$	Benutzungshinweise	
ϱ	Dichte	kg m^{-3}
l	Länge	m
x, y, z	Ortskoordinaten	m



Schwerpunkt eines homogenen starren Körpers

- $x_s = \frac{\int \varrho x \, dV}{\int \varrho \, dV} = \frac{\int x \, dm}{\int dm} = \frac{\int x \, dm}{m}$

- $y_s = \frac{\int \varrho y \, dV}{\int \varrho \, dV} = \frac{\int y \, dm}{\int dm} = \frac{\int y \, dm}{m} \qquad z_s = \frac{\int \varrho z \, dV}{\int \varrho \, dV} = \frac{\int z \, dm}{\int dm} = \frac{\int z \, dm}{m}$

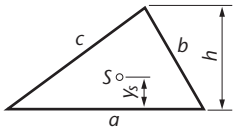
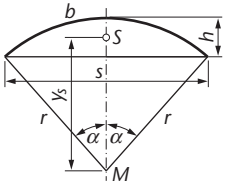
Schwerpunkt eines Körpers, der aus n Teilkörpern besteht, die die Massen Δm_i und die Schwerpunktkoordinaten x_i, y_i und z_i haben

- $x_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta m_i}{m}, \qquad y_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta m_i}{m}, \qquad z_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta m_i}{m}$

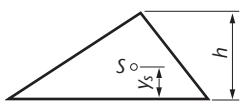
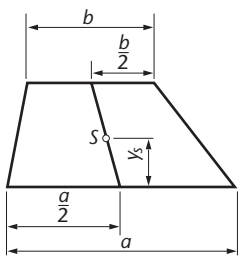
Bei homogenen Körpern kann Δm_i durch ΔV_i und m durch V ersetzt werden.

Für *Flächenschwerpunkte* ist an Stelle der Masse m die Fläche A, für *Linienschwerpunkte* die Länge l zu setzen.

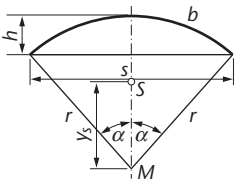
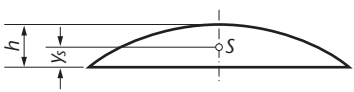
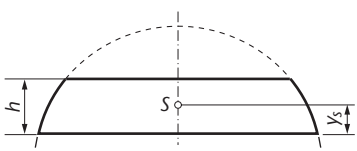
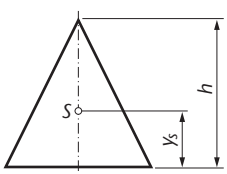
Schwerpunkte von Linien

Linie	Lage des Schwerpunkts
Dreieckumfang 	$y_s = \frac{1}{2} h \frac{b + c}{a + b + c}$
Parallelogrammumfang	im Schnittpunkt der Diagonalen
Kreisbogen 	$y_s = \frac{rs}{b}$ $\alpha = \frac{\pi}{2}: \quad y_s = \frac{2r}{\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{4}: \quad y_s = \frac{2\sqrt{2}r}{\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{6}: \quad y_s = \frac{3r}{\pi}$

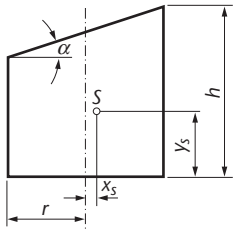
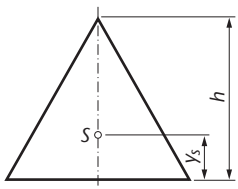
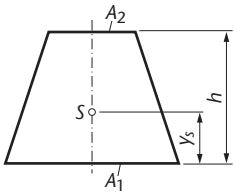
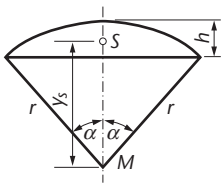
Schwerpunkte von Flächen

Fläche	Lage des Schwerpunkts
Dreieckfläche 	im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden $y_s = \frac{1}{3} h$
Trapez 	$y_s = \frac{1}{3} h \frac{a + 2b}{a + b}$

Schwerpunkte von Flächen

Fläche	Lage des Schwerpunkts
Parallelogramm	im Schnittpunkt der Diagonalen
Kreisausschnitt 	$y_s = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{2rs}{3b}$ $\alpha = \frac{\pi}{2}: \quad y_s = \frac{4r}{3\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{4}: \quad y_s = \frac{4\sqrt{2}r}{3\pi}$ $\alpha = \frac{\pi}{6}: \quad y_s = \frac{2r}{\pi}$
Kreisabschnitt (→ Bild Kreisausschnitt)	$y_s = \frac{4r \sin \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{s^3}{12A}$ A Fläche des Kreisabschnitts
Kugelkappe, Kugelzone  	$y_s = \frac{h}{2}$
Kegelmantel 	$y_s = \frac{h}{3}$

Schwerpunkte von Körpern

Körper	Lage des Schwerpunkts
Prisma und Zylinder mit parallelen Endflächen	in der Mitte der geradlinigen Verbindungsstrecke der Schwerpunkte der beiden Endflächen
schief abgeschnittener Kreiszylinder 	$x_s = \frac{r^2 \tan \alpha}{4h}$ $y_s = \frac{1}{8h}(4h^2 + r^2 \tan^2 \alpha)$
Pyramide und Kegel 	$y_s = \frac{h}{4}$
Pyramiden- und Kegelstumpf 	$y_s = \frac{h\,(A_1 + 2\sqrt{A_1 A_2} + 3A_2)}{4\,(A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + A_2)}$
Kugelabschnitt 	$y_s = \frac{3\,(2r - h)^2}{4\,(3r - h)}$ $\alpha = \frac{\pi}{2}: \; y_s = \frac{3}{8} r$
Kugelausschnitt (→ Bild Kugelabschnitt)	$y_s = \frac{3}{8}(2r - h)$