

Norbert Kämmer

A cartoon illustration of a fried egg with a smiling face, wearing blue-rimmed glasses and orange sneakers. It is climbing a white ladder that is leaning against a dark blue background. The ladder has several rungs and is positioned vertically. The egg character is halfway up the ladder, with its arms and legs gripping the rungs. The background is a dark blue color with small white dots, resembling stars or a night sky.

# Das Spiegelei im Höhenrausch

Modellierung von  
Alltagsphänomenen

HANSER



Kämmer  
**Das Spiegelei im Höhenrausch**



**Bleiben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

**[www.hanser-fachbuch.de/newsletter](http://www.hanser-fachbuch.de/newsletter)**



Norbert Kämmer

# **Das Spiegelei im Höhenrausch**

Modellierung von Alltagsphänomenen

HANSER

Der Autor: Dr.-Ing. Norbert Kämmer, Stolberg

Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf die gleichzeitige Verwendung der Sprachformen männlich, weiblich und divers (m/w/d) verzichtet. Sämtliche Personenbezeichnungen gelten gleichermaßen für alle Geschlechter.



Print-ISBN: 978-3-446-48078-0

E-Book-ISBN: 978-3-446-48265-4

Alle in diesem Werk enthaltenen Informationen, Verfahren und Darstellungen wurden zum Zeitpunkt der Veröffentlichung nach bestem Wissen zusammengestellt. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Werk enthaltenen Informationen für Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht. Ebenso wenig übernehmen Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt also auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedem benutzt werden dürfen.

Die endgültige Entscheidung über die Eignung der Informationen für die vorgesehene Verwendung in einer bestimmten Anwendung liegt in der alleinigen Verantwortung des Nutzers.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Werkes, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 UrhG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Wir behalten uns auch eine Nutzung des Werks für Zwecke des Text- und Data Mining nach § 44b UrhG ausdrücklich vor.

© 2024 Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München

[www.hanser-fachbuch.de](http://www.hanser-fachbuch.de)

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Eberl & Koesel Studio, Kempten

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, [www.rebranding.de](http://www.rebranding.de), München

Covergestaltung: Tom West

Titelmotiv: Natali Quintero Diaz

Satz: le-tex publishing services GmbH, Leipzig

Druck: CPI Books GmbH, Leck

Printed in Germany

# Vorwort

Dieses Buch ist eine Sammlung von Alltagsphänomenen, die mir bei verschiedenen Gelegenheiten begegnet sind und deren physikalischer Hintergrund sich mir nicht spontan erschlossen hat. Sie haben mein Interesse so sehr geweckt, dass ich mich eines Tages hinsetzte, um das Problem in angemessenen technischen Begriffen zu beschreiben und zu versuchen, eine analytische Lösung zu finden. Im Laufe der vielen Jahre meiner Arbeit als Maschinenbauingenieur ist mir bewusstgeworden, dass ich die Welt um mich herum wohl durch eine spezielle Brille betrachte, indem ich Dinge sehe, die uns sehr vertraut scheinen, mich aber dann trotzdem frage: „Warum ist das so?“

Ich finde, diese Sichtweise sollte man sich als angehender Ingenieur oder angehende Ingenieurin generell zu eigen machen. Schließlich ist es quasi unser „Tagesgeschäft“ Zustände und Veränderungen modellhaft zu beschreiben. Man ist auf analytisches Denken getrimmt, um den Untersuchungsgegenstand in seine Einzelwirkungen zerlegen und auf das Wesentliche reduzieren zu können. Und diese Art des Denkens muss sich nicht ausschließlich in abstrakten mathematischen Schwergewichtsübungen manifestieren, wie sie nur allzu oft mit dem Maschinenbaustudium verbunden werden. Nein, auch etwas gedankliche Gymnastik und Leichtathletik mit Problemen des Alltags sind durchaus erlaubt.

Das Spannende daran ist, dass sich gelegentlich hinter solchen Alltagsphänomenen durchaus komplexe Zusammenhänge verbergen. Es hat natürlich Freude gemacht, diese mit den Werkzeugen zu bearbeiten, die mir in meinem Maschinenbaustudium vermittelt worden sind. Allein die Erfahrung, dass mit diesen technischen Grundfähigkeiten Erscheinungen aus meiner unmittelbaren – manchmal auch etwas speziellen – Umgebung beschrieben und analysiert werden können und damit ein tieferer Einblick in diese gewonnen werden kann, hat die Mühe dieser Modellierungsanstrengungen gelohnt. Ich hoffe, dass meine Freude und Befriedigung darüber bei der Lektüre der einzelnen Kapitel erkennbar wird und sich auf Sie überträgt, egal ob Sie nun

Studierender oder Schüler:in im MINT-Bereich sind oder versuchen, anderen diese Themen in der Lehre nahezubringen. Ich meine, an erster Stelle steht Neugier und Begeisterung, der Rest ergibt sich von selbst.

Das Buch ist so aufgebaut, dass ich die Situation oder die Umstände beschreibe, in denen das Problem meine Aufmerksamkeit erregt hat. Dann folgt die genaue Definition des Problems und die Lösung, die ich erarbeiten konnte. Dazu gehört auch das Risiko, dass meine Analyse Fehler, Ungenauigkeiten und unzulässige Vereinfachungen enthält – damit kann ich leben.

In ihrer ursprünglichen und etwas kürzeren Version ist diese Sammlung von technischen Modellierungen entstanden als Abschiedsgeschenk an meine früheren Kollegen und Mitarbeiter in einem internationalen Industrieunternehmen aus Anlass meines Ausscheidens aus dem Berufsleben. Damit habe ich mich bedankt für viele spannende, engagierte und kontroverse Diskussionen, die wir zu technischen Problemstellungen geführt haben.

Norbert Kämmer

April 2024



Physiker:innen und Ingenieur:innen formen sich ihr Weltbild mithilfe der Mathematik. Sie entwickeln und verwenden Gleichungen, mit denen sich Zustände und Veränderungen modellhaft beschreiben lassen. Das erfordert analytisches Denken, denn der Untersuchungsgegenstand muss in seine Einzelwirkungen zerlegt und auf Wesentliches reduziert werden. Das vorliegende Buch ist eine unterhaltsame Lehrstunde, um sich diese Fähigkeit spielerisch anzueignen. Das Besondere daran sind die Beispiele aus dem Alltag, die eindrücklich zeigen, dass man im Grunde jedes physikalisch-technische Problem mathematisch modellieren kann.

# Inhalt

<b>Vorwort .....</b>	<b>v</b>
<b>1    Das Schwingvogelproblem .....</b>	<b>1</b>
<b>2    Xiaogens Windturbinen-Problem.....</b>	<b>11</b>
<b>3    Das Pool-Springer-Problem.....</b>	<b>25</b>
<b>4    Das Winterreifenproblem .....</b>	<b>31</b>
<b>5    Das Regenproblem .....</b>	<b>39</b>
<b>6    Das Problem des Bier-Eingießens.....</b>	<b>45</b>
<b>7    Das Problem des Eierkochens .....</b>	<b>51</b>
<b>8    Das Problem des Bergsteigens .....</b>	<b>55</b>
<b>9    Das Loos-Gauge-Problem.....</b>	<b>61</b>
<b>10   Das Toilettenpapierproblem.....</b>	<b>71</b>
<b>11   Das Problem des geschichteten Balkens .....</b>	<b>77</b>
<b>12   Das Problem des Sonnenuntergangs.....</b>	<b>83</b>
<b>13   Das Problem des sprudelnden Wassers .....</b>	<b>91</b>
<b>14   Das Problem der Windturbine mit variabler Drehzahl .....</b>	<b>99</b>

<b>15</b>	<b>Das Problem der Mittagssonne in Bogota .....</b>	<b>111</b>
<b>16</b>	<b>Das Problem des zu großen Schraubenschlüssels.....</b>	<b>115</b>
<b>17</b>	<b>Das Seiltänzer-Problem .....</b>	<b>121</b>

# 1

# Das Schwingvogelproblem

Meine erste Erinnerung an den Schwingvogel (ein Name, den ich diesem spielzeugähnlichen Gerät gegeben habe) reicht viele Jahre zurück, als wir noch in Homburg/Saar lebten und wir einen unserer Söhne zum Kinderarzt bringen mussten. Im Warterzimmer des Arztes hing ein Schwingvogel von der Decke und ich habe vielleicht sogar damit gespielt, als mir die Frage in den Sinn kam, was die Eigenfrequenz des Vogels sei. Die Frage war aber nicht stark genug, um mich wirklich dazu zu bringen, mich damit zu befassen.



Viele Jahre später besuchten wir das Haus meines Schwagers, als wir einige Zeit in Bogota, Kolumbien, verbrachten. Dort hing wieder ein solcher Gegenstand zur Dekoration an der Decke, und die frühere Begegnung mit diesem Spielzeug kam mir wieder in den Sinn. Angesichts der zusätzlichen Zeit, die ich während unseres Urlaubs in Kolumbien hatte, begann ich, dieses Gerät zu analysieren und versuchte, die Eigenfrequenz zu berechnen. Ich unternahm mehrere Versuche, die nicht wirklich erfolgreich waren, und legte es mehrmals beiseite. Aber ich sah diese Schwingvögel nun an mehreren Orten, in Spielzeugläden und dergleichen, und jedes Mal, wenn ich sie sah, erinnerten sie mich an dieses ungelöste Problem. Schließlich war dieses Gefühl einer unvollendeten Aufgabe zu stark und ich setzte mich ernsthaft hin und erstellte die Analyse, die auf den folgenden Seiten wiedergegeben wird.

### Problemstellung

Bestimmen Sie die Eigenfrequenz des schwingenden Vogels.

### Analyse

$F_s$  – Kraft in der Tragschnur

$F_j$  – Kraft im Gelenk zwischen Vogel und Flügel

$g$  – Schwerkraftkonstante

$G_b$  – Gewicht des Vogels

$G_w$  – Gewicht des Flügels

$H_s$  – Länge der Tragschnur

$H_{eqv}$  – Länge des äquivalenten Pendels

$J_w$  – Trägheitsmoment des Flügels

$L_s$  – Abstand der Tragschnur vom Gelenk

$L_w$  – Abstand der Flügelmasse vom Gelenk

$L_B$  – Länge des Trennstegs

$m_b$  – Masse des Vogels

$m_w$  – Masse des Flügels

$T$  – Periodendauer der Vogelbewegung

$T_{eqv}$  – Periodendauer des äquivalenten Pendels

$\alpha$  – Neigungswinkel des Flügels gegen die Horizontale

$\gamma$  – Winkel der Tragschnur gegen die Senkrechte

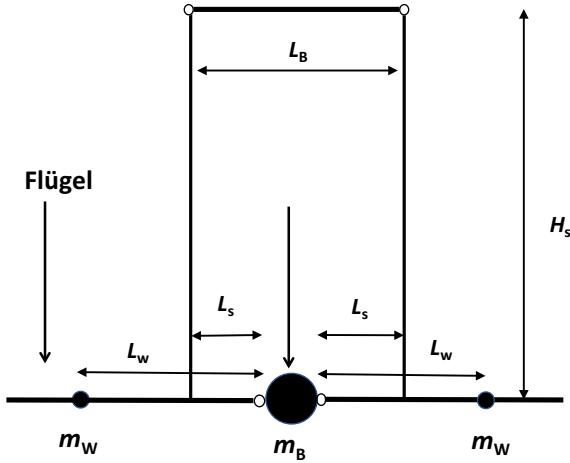
$\lambda$  – Längenverhältnis

$\mu$  – Massenverhältnis

Indizes:

x – in x-Richtung

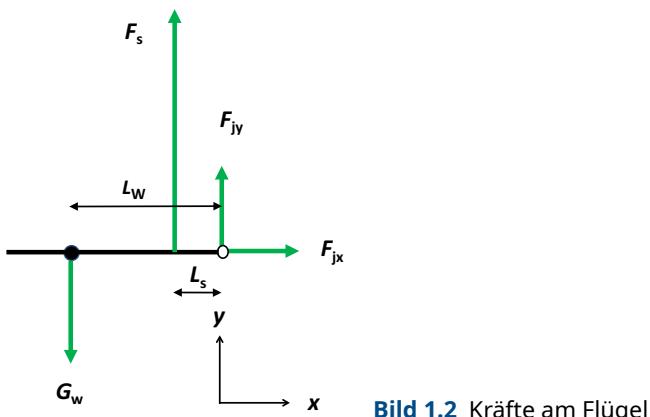
y – in y-Richtung



## Bild 1.1 Geometrie des schwingenden Vogels

Die Geometrie des Schwingvogels ist in Bild 1.1 dargestellt, wobei die folgenden Annahmen getroffen wurden: Die Masse des Flügels  $m_w$  ist in seinem Schwerpunkt konzentriert, was nicht nur bedeutet, dass die Schwerkraft in diesem Zentrum wirkt, sondern auch das Trägheitsmoment des Flügels wird mit dieser konzentrierten Masse berechnet. Außerdem sind die Tragschnüre so angebracht, dass beide Flügel in der Ruhelage des Schaukelvogels entlang einer horizontalen Achse ausgerichtet sind. Wären die Tragschnüre an einer anderen Stelle an den Flügeln befestigt, wäre die Gleichgewichtslage eine andere, was sich auf das Schwingungsverhalten auswirken kann. Dies wird in dieser Analyse nicht berücksichtigt.

Zunächst wird die Kraft in einer Tragschnur  $F_s$  und der Abstand der Schnur von der Verbindung zwischen Flügel und Körper  $L_s$  für die Gleichgewichtslage, d. h. die horizontale Position, aus Bild 1.2 berechnet.



Aus der Summierung der Kräfte in y-Richtung ergibt sich

$$F_S = G_W + \frac{1}{2} \cdot G_B = g \cdot \left( m_W + \frac{1}{2} \cdot m_B \right) \quad (1.1)$$

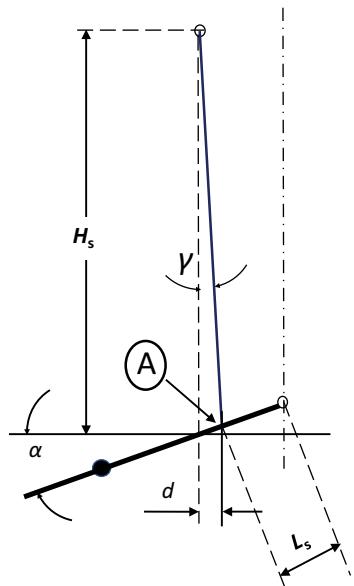
und aus der Summierung der Drehmomente der Abstand  $L_S$

$$L_S = \frac{G_W \cdot L_W}{G_W + \frac{1}{2} \cdot G_B} \quad (1.2)$$

mit

$$F_{jy} = -\frac{1}{2} \cdot G_B \quad (1.3)$$

Als Nächstes soll mithilfe von Bild 1.3 die Beziehung zwischen dem Neigungswinkel des Flügels  $\alpha$  und dem Winkel  $\gamma$  einer Tragschnur gegen die Vertikale ermittelt werden.



**Bild 1.3** Beziehung zwischen dem Neigungswinkel  $\alpha$  und dem Winkel  $\gamma$  der Tragschnur

Für die Länge  $d$  kann man schreiben

$$d = H_S \cdot \sin(\gamma) = L_S \cdot (1 - \cos(\alpha)) \quad (1.4)$$

Damit ist  $\gamma$  als Funktion von  $\alpha$

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{L_S}{H_S} \cdot (1 - \cos(\alpha)) \right) \quad (1.5)$$