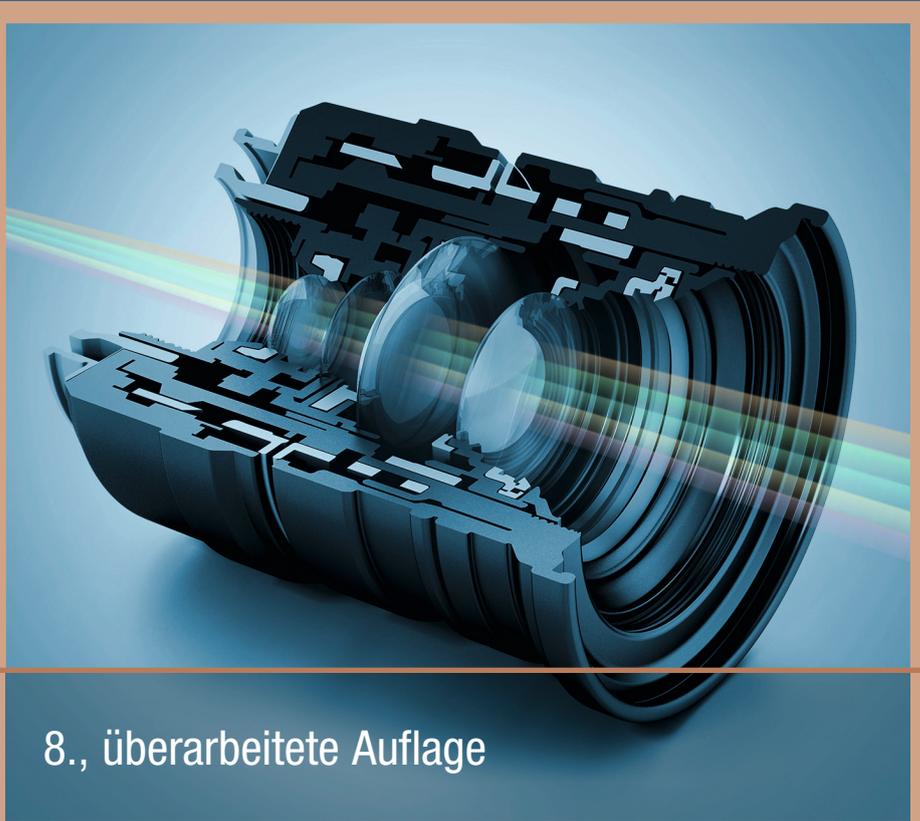


Martin Löffler-Mang
Helmut Naumann
Gottfried Schröder

Handbuch Bauelemente der Optik

Grundlagen, Werkstoffe, Geräte, Messtechnik



8., überarbeitete Auflage

HANSER



bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Martin Löffler-Mang
Helmut Naumann
Gottfried Schröder

Handbuch Bauelemente der Optik

Grundlagen, Werkstoffe,
Geräte, Messtechnik

8., überarbeitete Auflage

HANSER

Die Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Martin Löffler-Mang ist Leiter des Labors für Optische Mess- und Lasertechnik an der Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, Saarbrücken.

Helmut Naumann †

Gottfried Schröder †



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autoren und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autoren und Verlag die Gewähr dafür, dass beschriebene Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2020 Carl Hanser Verlag München

www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Julia Stepp

Herstellung: Björn Gallinge

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Coverrealisation: Max Kostopoulos

Satz: Kösel Media GmbH, Krugzell

Druck und Bindung: Hubert & Co. GmbH & Co. KG BuchPartner, Göttingen

Printed in Germany

Print-ISBN: 978-3-446-46032-4

E-Book-ISBN: 978-3-446-46126-0

Vorwort zur 8. Auflage

Die Leser und Anwender des „Handbuch Bauelemente der Optik“ haben der 7., vollständig überarbeiteten und erweiterten Auflage mit neuem Konzept die Treue gehalten und damit zum anhaltenden Erfolg des Werkes beigetragen. Dafür sind der Verlag und die Autoren dankbar.

Diese positive Resonanz hat es bereits nach fünf Jahren nötig und möglich gemacht, die 8. Auflage in Angriff zu nehmen. Die Autoren haben dafür ihre Kapitel überarbeitet, aktualisiert, alte Zöpfe abgeschnitten und neue Entwicklungen aufgenommen. Zu den Themen Spektralgeräte (Kapitel 16) und Bildgebende Verfahren (Kapitel 20) wurden komplett neue Beiträge erstellt. Außerdem wurden Kapitel 2 (Bewertung der Strahlung), Kapitel 9 (Beleuchtung in optischen Geräten und Projektoren) und Kapitel 10 (Optische Beobachtungsinstrumente) von neuen Autoren bearbeitet. Und schließlich haben ein paar ganz neue Themen Eingang in die 8. Auflage gefunden. Stellvertretend seien hier zwei Beispiele genannt: Datenbrillen (Kapitel 10.6) und die nicht visuelle Wirkung von Licht (Kapitel 6.8).

Ich bin der Überzeugung, dass die nun vorliegende 8., überarbeitete Auflage durch das Zusammenwirken aller Co-Autoren noch besser geworden ist als die vorangegangene. Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen Co-Autoren ganz herzlich für ihre reibungslose Mitarbeit bedanken. Außerdem möchte ich mich bei Frau Stepp vom Hanser Verlag für die effektive Unterstützung bedanken. Ohne ihre tatkräftige und kompetente Hilfe wäre die 8. Auflage noch lange nicht fertig. Wir alle hoffen, dass das neu gestaltete Werk seine Funktion als Übersichts- und Anregungsbuch bei der Suche nach Lösungswegen weiterhin gut erfüllen kann. Verlag, Herausgeber und Co-Autoren sind nach wie vor interessiert an Ihren Rückmeldungen, Hinweisen und Ergänzungen!

Saarbrücken im November 2019

Martin Löffler-Mang

Vorwort zur 7. Auflage

Die vergangenen Jahrzehnte waren geprägt durch einen erheblichen Aufschwung der Optik, z. B. durch den zunehmenden Einsatz der Lasertechnik und durch die Möglichkeiten der elektronischen Signalauswertung. Seit deutlich mehr als 50 Jahren hat das Buch „Optik für Konstrukteure“ von H. Naumann – ab der 4. Auflage unter dem Namen „Bauelemente der Optik: Taschenbuch der technischen Optik“ von G. Schröder – die Entwicklungen in der Optik begleitet und seinen festen Platz in der Fachliteratur gefunden. Es wurde vor allem als geschätztes Hilfsmittel für den Umgang mit optischen Bauelementen und den Einsatz optischer Geräte und Verfahren eingesetzt.

Nachdem die 6. Auflage schon fast 20 Jahre zurücklag und vergriffen war, wurde ich vor drei Jahren vom Hanser Verlag angesprochen und schließlich mit den Arbeiten zu einer 7., vollständig überarbeiteten Auflage beauftragt. Zunächst war es die Idee gewesen, die Kapitel der 6. Auflage Stück für Stück zu aktualisieren. Bei genauerem Hinsehen wurde deutlich, dass nicht mehr alle Kapitel die gleiche Berechtigung hatten wie noch 20 Jahre zuvor und einige neuere Entwicklungen fehlten. Deshalb wurde zunächst der ungefähre Inhalt der Neuauflage definiert und danach die Suche nach kompetenten Co-Autoren für die jeweiligen Fachgebiete begonnen.

Schlussendlich konnten 18 Spezialisten aus Hochschulen und Firmen im deutschsprachigen Raum gewonnen werden, ihre besonderen Kenntnisse in den Kapiteln der Neuauflage des „Handbuch Bauelemente der Optik“ einzubringen. Als Herausgeber der 7. Auflage war es mir eine besondere Freude und Ehre, mit so vielen kompetenten Co-Autoren zusammenzuarbeiten und natürlich auch meine eigenen Kapitel einzubringen. Ich bin der Überzeugung, dass die nun vorliegende Neuauflage durch das Zusammenwirken aller Co-Autoren viel besser geworden ist, als wenn ich der ursprünglichen Idee gefolgt wäre und die

Aktualisierung alleine versucht hätte. Ich möchte mich an dieser Stelle nochmals bei allen Co-Autoren ganz herzlich für ihre Mitarbeit bedanken.

Die Vielfalt und Individualität der Co-Autoren wirkt sich natürlich inhaltlich und sprachlich aus. Außerdem hat sie zu einem komplett neuen Erscheinungsbild der Neuauflage geführt, unterstützt durch die Entscheidung des Verlages, von der Schwarzweiß-Darstellung zu einer farbigen Darstellung zu wechseln. Dennoch wollten wir den Bezug zu der früheren ästhetischen Form nicht ganz aufgeben und haben dafür in Kapitel 9 und Kapitel 10 die Abbildungen und teilweise die noch gültigen Texte der 6. Auflage verwendet. Damit wollen wir auch nochmals die hervorragende frühere Arbeit von H. Naumann und G. Schröder an diesem Buch würdigen.

Im Kern ist trotz der vielen Neuerungen der Zweck des neuen Buches der gleiche geblieben wie schon vor über 50 Jahren: Das Buch ist kein Lehrbuch der Optik, sondern ein Nachschlagewerk zum Verständnis der Funktionen und ein Wegweiser zur richtigen Anwendung optischer Bauelemente sowie zur Auswahl von optischen Geräten und Verfahren. Zur Berechnung abbildender Bauelemente werden Hinweise gegeben, im Vordergrund steht der Einsatz fertiger Systeme. Wir hoffen, dass das neugestaltete Werk seine Funktion als Übersichts- und Anregungsbuch bei der Suche nach Lösungswegen gut erfüllen kann. Verlag, Herausgeber und Co-Autoren sind interessiert an Ihren Rückmeldungen, Hinweisen und Ergänzungen!

Karlsruhe im März 2014

Martin Löffler-Mang

Kontakt: info@hanser.de, Betreff: HBO

Inhalt

Vorwort zur 8. Auflage	V
Vorwort zur 7. Auflage	VI
Autorenverzeichnis	XXIII
1 Optische Grundbegriffe	3
<i>Martin Löffler-Mang</i>	
1.1 Wellenausbreitung	5
1.2 Optische Medien	5
1.3 Brechung, Reflexion und Totalreflexion	6
1.4 Prinzip von Fermat	8
1.5 Interferenz und Beugung	9
1.6 Gauß-Strahlen	14
1.7 Polarisation	17
2 Bewertung der Strahlung	25
<i>Dietrich Gall (†), Jürgen P. Weißhaar</i>	
2.1 Licht und Spektrum	27
2.2 Licht- und strahlungsphysikalische Größen	30
2.2.1 Lichttechnische Größen	30
2.2.2 Lichttechnische Stoffkennzahlen	35
2.2.3 Bewertete, strahlungsphysikalische und photonentechnische Größen	37
2.3 Farbbewertung	39
2.3.1 Niedere Farbmeterik	39
2.3.2 Farbmischungen und -transformationen	42
2.3.3 Höhere Farbmeterik (Farbempfindungsmeterik)	45

2.4	Licht-, Strahlungs- und Farbmessung	47
2.4.1	Spektrale und räumliche Bewertung durch Sensoren	47
2.4.2	Messung von lichttechnischen Größen (Photometrie)	48
3	Optische Werkstoffe und Herstellungsverfahren von optischen Bauelementen	55
	<i>Jens Bliedtner</i>	
3.1	Optische Werkstoffe	57
3.1.1	Mineralische Gläser	57
3.1.2	Kunststoffe (organische Gläser)	58
3.1.3	Kristalle und Sonderwerkstoffe	60
3.2	Ausgewählte Werkstoffeigenschaften	62
3.2.1	Optische Eigenschaften	62
3.2.2	Chemische Eigenschaften	65
3.2.3	Mechanische Eigenschaften	67
3.3	Spiegelwerkstoffe	72
3.4	Fertigungsverfahren für optische Bauelemente	74
3.4.1	Urformen von mineralischen Gläsern	74
3.4.1.1	Fertigung von Gobs und Presslingen	74
3.4.1.2	Blockglasfertigung	75
3.4.2	Urformen von organischen Gläsern	75
3.4.2.1	Gießen	76
3.4.2.2	Spritzgießen	77
3.4.2.3	Heißprägen	78
3.5	Umformen mineralischer Gläser	79
3.5.1	Pressen	80
3.5.2	Faserherstellung	82
3.6	Trennen von mineralischen Gläsern und Kristallen	83
3.6.1	Zerteilen/Zurichten	83
3.6.2	Schleifen	84
3.6.3	Polieren	87
3.6.4	Ultrapräzisionszerspanung mit geometrisch bestimmter Schneide	89
3.7	Beschichtungsverfahren	92
3.8	Ausgewählte Fertigungstechnologien für optische Bauelemente	96
3.8.1	Plane und prismatische Bauteile	97
3.8.2	Displaygläser	97
3.8.3	Sphärische Linsen	99
3.8.4	Asphärische Bauelemente	100
3.8.5	Freiformoptische Bauelemente	101

4	Optische Abbildung	107
	<i>Norbert Aldiek</i>	
4.1	Grundlagen	109
4.1.1	Begriffe	109
4.1.2	Vorzeichenregel	110
4.1.3	Kardinalelemente eines optischen Systems: Brennpunkte, Hauptpunkte und Knotenpunkte	111
4.1.4	Abbildungsmaßstab und Vergrößerung	112
4.2	Matrizenformalismus	113
4.2.1	Translationsmatrix	113
4.2.2	Brechungsmatrix	113
4.2.3	Reflexionsmatrix	114
4.3	Abbildungsgleichungen	115
4.3.1	Allgemeines Bezugssystem	115
4.3.2	Scheitelpunkte als Bezugssystem	116
4.3.3	Wechsel auf andere Bezugssysteme	116
4.3.4	Brennpunkte als Bezugssystem	117
4.3.5	Hauptpunkte als Bezugssystem	117
4.3.6	Scheimpflugbedingung	118
4.3.7	Zeichnerische Bildkonstruktion	119
4.4	Begrenzung der Strahlengänge	119
4.4.1	Aperturblende und Pupillen	119
4.4.2	Feldblende und Luken	121
4.4.3	Vignettierung	122
4.5	Abbildungsfehler	123
4.6	Schärfentiefe	134
4.7	Abbildung Gaußscher Strahlen	136
5	Bauelemente auf der Basis von Reflexion und Brechung	143
	<i>Norbert Aldiek</i>	
5.1	Paraxiale und vollständige Durchrechnung einer Flächenfolge	145
5.1.1	Paraxiale Durchrechnung	145
5.1.2	Vektorielle Strahldurchrechnung (raytracing)	146
5.2	Sphärische Linsen	149
5.3	Spiegel	152
5.4	Systeme mit mehreren Gliedern	155
5.5	Bauelemente mit asphärischen Flächen	157
5.6	Planplatten	165
5.7	Reflexionsprismen	167

5.8	Strahlteiler	173
5.9	Dispersions- und Ablenkprismen, Keile	175
5.10	Normung und Zeichnungsangaben	178
6	Strahlungsquellen und Empfänger <i>Martin Löffler-Mang, Dieter Lang</i>	185
6.1	Allgemeine Eigenschaften von Strahlungsquellen	187
6.2	Glühlampen und Entladungslampen	189
6.3	Leuchtdioden	193
6.4	Laser und Laserdioden	196
6.5	Allgemeine Eigenschaften von Empfängern	202
6.6	Lichtelektrische Empfänger	204
6.7	Das menschliche Auge	207
6.8	Nicht visuelle Wirkung von Licht	212
6.8.1	Neue Photorezeptoren im Auge	213
6.8.2	Biologische Rhythmen	215
6.8.3	Wirkungsmechanismen	216
6.8.4	Folgerungen für Lichtquellen	216
6.8.5	Normen	220
6.8.6	Human Centric Lighting (HCL)	224
6.8.7	Photobiologische Sicherheit	226
7	Filter und dünne Schichten <i>Markus Michler</i>	233
7.1	Optische Dünnschichten	235
7.1.1	Materialsysteme	235
7.1.1.1	Metalle	235
7.1.1.2	Dielektrika	235
7.1.2	Beschichtungsverfahren	236
7.2	Das Konzept der äquivalenten Brechzahl	238
7.2.1	Viertelwellenschichten ($\lambda/4$ -Schicht; QWOT)	238
7.2.2	Die äquivalente Brechzahl einer Viertelwellenschicht (n_{1e})	239
7.2.3	Die äquivalente Brechzahl eines Systems mit m Viertelwellenschichten (n_{me})	240
7.3	Schichtsysteme zur Reflexminderung	240
7.3.1	Die Einschicht-AR (das Q-Design)	240
7.3.2	Die Zweischicht-AR (das QQ-Design)	241

7.4	Schichtsysteme zur Reflexionserhöhung	242
7.4.1	Metallische Reflektoren	243
7.4.2	Verbesserte Metallspiegel (enhanced metal mirrors)	243
7.4.3	Dielektrische Hochreflektorsysteme (HR)	244
7.4.4	Rugate-Spiegel	245
7.5	Spektrale Eigenschaften und Kenngrößen optischer Filter	247
7.6	Absorptionsfilter	251
7.6.1	Farbglasfilter	253
7.6.2	Organische Filter	254
7.6.3	Flüssigkeitsfilter – Flüssigkeiten in Küvetten	256
7.7	Interferenzfilter	256
7.7.1	Dielektrische Kantenfilter (Langpass-/Kurzpassfilter)	257
7.7.1.1	Beispiel: Gelbfilter (Langpassfilter)	257
7.7.1.2	Beispiel: Zyanfilter (Kurzpassfilter)	258
7.7.2	Dielektrische breitbandige Bandpassfilter	259
7.7.3	Schmalbandige Bandpassfilter (Fabry-Perot-Filter)	259
7.7.3.1	Das Fabry-Perot-Etalon	259
7.7.3.2	Dünnschicht-Fabry-Perot-Schmalbandfilter	260
8	Mechanische Bauelemente	265
	<i>Thomas Thöniß, Matthias Ulrich</i>	
8.1	Fassen optischer Komponenten	267
8.1.1	Axiales Klemmen rotationssymmetrischer Bauteile	267
8.1.2	Radiale Federklemmung	270
8.1.3	Klemmen von Planplatten und prismatischen Bauteilen	271
8.1.4	Gratfassungen	272
8.1.5	Fassen mit radial federnden Ringen	273
8.1.6	Kleben	273
8.1.7	Löten	274
8.2	Montage optischer Systeme	275
8.2.1	Passspielmontage	275
8.2.2	Justierkleben	279
8.2.3	Justierdrehen	280
8.2.4	Systemjustage	282
8.3	Falschlicht in optischen Systemen	282
8.3.1	Entstehung und Unterdrückung von Falschlicht	283
8.3.2	Bauelemente zur Reduzierung von Falschlicht	284
8.4	Mechanische Aufbausysteme für optische Komponenten	286
8.4.1	Schienensysteme	286
8.4.2	Profilsysteme	286
8.4.3	Käfig- und Stangensysteme	288
8.4.4	Tubussysteme	288
8.4.5	Tischaufbausysteme	289

8.5	Optische Tische	290
8.5.1	Aufbau von optischen Tischen	291
8.5.2	Dämpfungselemente	292
8.6	Positionierelemente	293
8.6.1	Linearversteller	293
8.6.2	Fokussier- und Zoommechanik	295
8.6.3	Kippversteller	296
9	Beleuchtung in optischen Geräten und Projektoren, Beleuchtungssysteme	301
	<i>Christoph Schierz, Karsten Lindig, Gottfried Schröder (†)</i>	
9.1	Grundlagen der Beleuchtungstechnik	303
9.2	Kondensoren und Objektive	305
9.3	Bildwände; Retroreflektoren	307
9.4	Projektoraufbau	311
9.5	Projektoren für technische Anwendungen	314
9.6	Spezielle Beleuchtungseinrichtungen; Scanner	317
9.7	Scheinwerfer	322
10	Optische Beobachtungsinstrumente	329
	<i>Norbert Aldiek, Martin Löffler-Mang, Gottfried Schröder (†)</i>	
10.1	Lupen	331
10.2	Grundlagen der Brillenoptik	333
10.3	Fernrohre	336
10.4	Objektive und Okulare für Teleskope	341
10.5	Bildleitung durch enge Rohre und Öffnungen	344
10.6	Datenbrillen	346
10.6.1	Mikrodisplays	346
10.6.2	Optische Architektur für Datenbrillen	347
11	Mikroskopie	355
	<i>Rolf Wartmann, Lothar Schreiber</i>	
11.1	Grundlagen des Mikroskops	357
11.2	Mikroskop-Beleuchtung und Beobachtungsverfahren	361
11.2.1	Hellfeldbeleuchtung	362

11.2.2	Dunkelfeldbeleuchtung	363
11.3	Objektive und Okulare für Mikroskope	364
11.3.1	Mikroskop-Objektiv-Typen	364
11.3.2	Okulare für den direkten Mikroskop-Einblick	367
11.4	Spezielle Mikroskopie-Verfahren (Auswahl)	368
11.4.1	Phasenkontrast	368
11.4.2	Differentieller Interferenzkontrast (DIC)	369
11.4.3	Fluoreszenz-Mikroskopie	371
11.4.4	Konfokale Mikroskop-Verfahren	372
11.4.5	Ultra-Mikroskop und Überauflösung	373
11.5	Mikroskope und Ausrüstungen	375
11.5.1	Mikroskop-Stative	375
11.5.2	Kamera-Schnittstellen	375
11.6	Digital-Mikroskope	376
11.7	Stereomikroskope	379
11.7.1	Stereomikroskop nach Greenough	379
11.7.2	Stereomikroskop als Fernrohr-Typ	380
11.7.3	Stereoskopische Mikroskop-Bilder mit Pupillen-Shutter	380
12	Optoelektronische Sensorik	385
	<i>Jürgen Bretschneider, Markus Keinath, Martin Löffler-Mang</i>	
12.1	Spektrale Sensoren	387
12.1.1	Thermische Detektoren	387
12.1.2	Quantendetektoren aus Halbleitermaterial	391
12.1.3	InGaAs-Halbleiterdetektoren	393
12.1.4	Silizium-Halbleiterdetektoren	394
12.1.4.1	CCD-Sensoren	394
12.1.4.2	Bildartefakte bei CCD-Aufnahmen	398
12.1.4.3	CMOS-Sensoren	399
12.2	Sensoren für Flächenbild- und Zeilenkameras	404
12.2.1	Sensorgößen und -formate	405
12.2.2	Sensorauflösung und Bildwiederholrate (Framerate)	405
12.2.3	Farbsensoren	407
12.2.4	Rolling Shutter und Global Shutter (CMOS)	408
12.2.5	Ausleseverfahren bei CCD-Sensoren – Interlaced und Progressive Scan	409
12.2.6	Sensoren für Zeilenkameras	410
12.3	Lichtschrankensysteme	412
12.3.1	Rauchmelder	412
12.3.2	Trübungsmessung	412
12.3.3	Nebelsensor	414
12.3.4	PARSIVEL	417
12.4	Triangulationssensor	419

13	Optische Übertragungsfunktion und Bildgüte	427
	<i>Martin Buchholz</i>	
13.1	Optische Übertragungsfunktion	429
13.2	Bestimmung der Modulationsübertragungsfunktion	436
13.3	Auflösungsvermögen und Gütezahl	439
14	Interferometrie	445
	<i>Andreas Ettemeyer</i>	
14.1	Grundlagen von Interferometern	447
14.1.1	Zweistrahlinterferenz	447
14.1.2	Bestimmung der Phase	448
14.1.3	Demodulation	449
14.1.3.1	Zeitliche Demodulation	449
14.1.3.2	Örtliche Demodulation	450
14.1.4	Kontrast eines Interferometers	450
14.1.4.1	Intensitätsverhältnis	450
14.1.4.2	Polarisation	451
14.1.4.3	Zeitliche (longitudinale) Kohärenz	451
14.1.4.4	Räumliche Kohärenz	451
14.1.4.5	Mechanische Einflüsse	452
14.1.5	Mehrstrahlinterferenz	452
14.2	Ausführungsformen von Interferometern	454
14.2.1	Michelson-Interferometer	454
14.2.2	Twyman-Green-Interferometer	455
14.2.2.1	Messen ebener Flächen	456
14.2.2.2	Messung sphärischer Flächen	457
14.2.2.3	Messung von Asphären	458
14.2.3	Fizeau-Interferometer	459
14.2.4	Mach-Zehnder-Interferometer	459
14.2.5	Scher-Interferometer (Shear Interferometer)	460
14.2.6	Schräglicht-Interferometer	462
14.2.7	Point-Diffraction-Interferometer	463
14.2.8	Weißlicht-Interferometer	464
14.2.9	Fabry-Perot-Interferometer	464
15	Diffraktive Optiken	471
	<i>Steffen Reichel</i>	
15.1	Grundlagen diffraktiver Optiken	473
15.1.1	Fraunhofer-Beugung am Einzelspalt	473
15.1.2	Das Beugungsgitter	474
15.1.3	Einzelspalt und Gitter als mikrostrukturierte Oberfläche	477
15.1.4	Die Blazetechnik	478
15.1.5	Binäre Optik als eine Realisierung von Oberflächenstrukturen	479
15.2	Diffraktive Linse – die Fresnelzonenlinse	481

15.3	Diffraktive optische Elemente	482
15.4	Anwendung von diffraktiven Optiken	483
15.4.1	Fresnelzonenlinse	483
15.4.2	Laserstrahlformung mittels DOE	486
16	Spektralgeräte	491
	<i>Wilfried Neumann, René Heine</i>	
16.1	Allgemeine Grundlagen der optischen Spektroskopie	493
16.1.1	Baugruppen für ein optisches Spektrometrie-System	493
16.2	Prinzipieller Aufbau optischer Spektrometer	494
16.3	Beugungsgitter	495
16.3.1	Die Herstellung von Beugungsgittern	495
16.3.2	Gitterfunktionen	496
16.3.2.1	Generelle Anmerkungen zur Gitterfunktion	497
16.3.3	Wellenlängen- und Polarisationsverhalten von Beugungsgittern	497
16.3.4	Grundversionen von Dispersionsgittern	498
16.4	Dispensionsprisma	499
16.5	Filter	500
16.6	Spektrometer-Konzepte	501
16.6.1	Littrow-Aufbau	501
16.6.2	Ebert-Fastie-Spektrometer	503
16.6.2.1	Doppelpass-Spektrometer	503
16.6.3	Czerny-Turner-Spektrometer	504
16.6.4	Doppelspektrometer	505
16.6.5	Spektrometer für das tiefe UV/Vakuum-UV	506
16.6.6	Prismen-Spektrometer	508
16.6.7	Kompakte faseroptisch beleuchtete Spektrometer	508
16.6.8	Flexible Multifunktionsspektrometer	508
16.7	Die optische Kopplung von Spektrometern	509
16.7.1	Einkopplung per Transferoptik	510
16.7.1.1	Der Raumwinkel der Quelle ist größer als der Raumwinkel der Lichtsammlung	510
16.7.1.2	Einkopplung von Quellen, deren Abstrahlwinkel schlanker ist als die Öffnung des Spektrometers	511
16.7.1.3	Einkopplung von Lichtleitern und Querschnittswandlern	511
16.8	Leistungsparameter und Abbildungsfehler	512
16.8.1	Aberrationen und deren Korrektur	513
16.8.2	Dispersion, Bandbreite und Auflösung	514
16.8.2.1	Die spektrale Bandbreite von Monochromatoren	514
16.8.2.2	Die Beugungsgrenze	514
16.8.2.3	Definition der Auflösung optischer Spektrometer	515
16.8.2.4	Die spektrale Bandbreite von Spektrographen	515
16.8.3	Störungen, Streulicht, Falschlicht, Signaldynamik	516

16.9	Spektrometrie	518
16.9.1	Breitbandige Lichtquellen	518
16.9.2	Strahlführung und Lichtleiter	519
16.9.3	Detektoren	519
16.9.3.1	SEV/PMT und Szintillatoren	519
16.9.3.2	Mikrokanalplatten-Bildverstärker	520
16.9.3.3	Einzelpunkt-Festkörper-Detektoren	521
16.9.3.4	Registrierende Messungen (Scanning Spectrometry)	522
16.9.4	Spektrographen-Messungen (Parallel Spectrometry)	523
16.9.5	Bildgebende Verfahren (Imaging Spectroscopy)	523
16.9.5.1	Die Technologien von CCD und CMOS (APS)	523
16.9.6	Strahlführung und Ausleseverfahren multispektraler Systeme	524
16.9.6.1	Auslesen eines Full-Frame-CCD	525
16.9.6.2	CCD mit interner Verstärkung: EM-CCD	527
16.9.6.3	CMOS- oder APS-Sensoren	527
16.9.6.4	CCD mit MCP-Bildverstärker	527
16.9.6.5	Optimierter Spektrograph für Imaging Spectroscopy	528
16.9.7	Hyperspektrale Messungen	528
16.9.7.1	Registrierende hyperspektrale Messtechnik	528
16.9.7.2	Hyperspektrale Flächenmessungen	530
17	Polarisationsoptik	537
	<i>Alexander Hornberg</i>	
17.1	Polarisationszustände	539
17.1.1	Polarisationsellipse	539
17.1.2	Klassifizierung der Polarisationszustände	543
17.1.2.1	Zirkulare Polarisation	543
17.1.2.2	Lineare Polarisation	543
17.1.2.3	Elliptische Polarisation	543
17.1.3	Jones-Vektoren	543
17.1.3.1	Zirkular polarisierte Welle	544
17.1.3.2	Linear polarisierte Welle	544
17.1.3.3	Elliptisch polarisierte Welle	544
17.1.4	Poincaré-Kugel	545
17.1.5	Partiell polarisiertes Licht	547
17.2	Polarisationsoptische Bauteile	549
17.2.1	Polarisatoren	549
17.2.2	Eigenzustände eines Polarisators	551
17.2.3	Spektraleigenschaften der Intensitätsmatrix	552
17.2.3.1	Abschätzungen der Intensität	553
17.2.3.2	Polarzerlegung der Jones-Matrix	555
17.2.4	Drehung von Polarisatoren	556
17.2.5	Normale Polarisatoren	557
17.2.5.1	Pauli-Algebra für Jones-Matrizen	558
17.2.5.2	Stokes-Parameter des Ausgangszustands	558
17.2.6	Polarisatoren	560
17.2.6.1	Idealer Polarisator	560
17.2.6.2	Realer Polarisator	561
17.2.7	Verzögerer	562
17.2.7.1	Zirkularer Verzögerer	562

17.2.7.2	Linearer Verzögerer	563
17.3	Physik der Polarisatoren	565
17.3.1	Polarisationseigenschaften von Flächen	565
17.3.1.1	Jones-Matrix der Fläche	565
17.3.1.2	Reflexions- und Transmissionsgrad	567
17.3.1.3	Verhalten am optisch dichteren Medium	567
17.3.1.4	Verhalten am optisch dünneren Medium	568
17.3.2	Kristalloptiken	570
17.3.2.1	Materialgesetze optisch anisotroper Werkstoffe	570
17.3.2.2	Phasenverzögerungsplatten	572
17.3.2.3	Wellengleichung	573
17.3.2.4	Dispersionsrelation	574
17.3.2.5	Geometrische Interpretation	575
17.3.2.6	Uniaxiale Kristalle	576
17.3.2.7	Reflexion und Brechung an einer Ebene	577
17.3.2.8	Polarisationsprismen	580
17.3.3	Dünnschichtpolarisatoren	582
17.3.4	Gitterpolarisatoren	582
17.3.5	Nanopartikel-Polarisatoren	584
17.3.6	Folienpolarisatoren	585
17.3.7	Optische Aktivität von Kristallen und Flüssigkeiten	586
17.3.8	Faradayrotator als Phasenmodulator	587
18	Lichtwellenleiter: Faseroptik, Integrierte Optik, Sensorik	593
	<i>Markus Michler</i>	
18.1	Grundbegriffe der Wellenleiteroptik	595
18.1.1	Das Prinzip der Lichtführung	595
18.1.2	Die numerische Apertur	595
18.1.3	Geführte Wellenleitermoden	596
18.1.4	Dämpfung und Dispersion	599
18.1.4.1	Die Dämpfungskonstante	599
18.1.4.2	Absorption und Streuung in Quarzglas	599
18.1.4.3	Extrinsische Effekte	600
18.1.4.4	Werkstoffe für Polymerfasern	600
18.1.4.5	Dispersion	601
18.2	Lichtführung in optischen Fasern	602
18.2.1	Stufen- und Gradientenindexfasern	602
18.2.2	Moden in Glasfasern	604
18.3	Fasertypen	606
18.3.1	Multimodefasern	606
18.3.2	Singlemodefasern	607
18.3.3	Polarisationserhaltende Fasern	610
18.3.4	Double-Clad-Fasern	611
18.3.5	Multicore-Fasern	611
18.4	Faserbündel	612
18.4.1	Verlustmechanismen in Faserbündeln	612
18.4.2	Abstrahlcharakteristik von Faserbündeln	613

18.4.3	Ungeordnete Faserbündel	613
18.4.4	Geordnete Faserbündel/Faseroptische Bildleiter	614
18.5	Integriert-optische Wellenleiter	616
18.5.1	Technologien der integrierten Optik	617
18.5.2	Passive integriert-optische Komponenten	618
18.5.3	Aktive integriert-optische Komponenten	621
18.6	Lichtwellenleitersensoren	622
18.6.1	Grundprinzip faseroptischer Sensoren	623
18.6.2	Intensitätsänderung als Sensorprinzip	624
18.6.3	Phasenänderung als Sensorprinzip	625
18.6.4	Polarisationsänderung als Sensorprinzip	626
18.6.5	Wellenlängenverschiebung als Sensorprinzip	627
19	Kameratechnik und digitale Bildverarbeitung	631
	<i>Jürgen Bretschneider, Henning Haider, Markus Keinath</i>	
19.1	Analoge und digitale Standards der Kamerainterfaces	633
19.1.1	Analoge Schnittstellen	633
19.1.2	Digitale parallele Schnittstelle RS-422 und LVDS	634
19.1.3	Camera Link	635
19.1.4	Camera Link HS	636
19.1.5	CoaXPress	636
19.1.6	FireWire (IEEE 1394)	637
19.1.7	Gigabit Ethernet	640
19.1.8	USB 2.0	642
19.1.9	USB 3.0	642
19.1.10	Tabellarischer Vergleich der Schnittstellen	643
19.2	Aufbau einer digitalen Kamera, Kamerafunktionen	645
19.2.1	Vergleichende Betrachtungen: Consumerkameras versus Industriekamera	645
19.2.2	Frontend mit Mount	646
19.2.3	Blockdiagramm einer IEEE 1394b-Farbkamera	648
19.2.4	Erklärung des Datenpfades und der Funktionen	649
19.2.5	Sondermodelle digitaler Kameras	655
19.3	Kamerarauschen und EMVA 1288-Standard	656
19.3.1	Rauschquellen	656
19.3.1.1	Photonen-Schrotrauschen (Photon Shot Noise)	656
19.3.1.2	Dunkelstrom-Schrotrauschen (Dark Current Shot Noise)	656
19.3.1.3	Dark Current Nonuniformity (DSNU)	656
19.3.1.4	Photo Response Nonuniformity (PRNU)	657
19.3.1.5	Fixed-Pattern Noise (FPN)	657
19.3.1.6	Reset Noise	657
19.3.1.7	1/f-Noise (Amplifier Noise)	657
19.3.1.8	Quantization Noise	657
19.3.1.9	Noise Floor (Grundrauschen)	657
19.3.2	Dynamic Range (DNR, Kontrastumfang)	657
19.3.3	Signal to Noise Ratio (SNR, Signal-Rauschabstand)	658
19.3.4	EMVA 1288-Standard	658

19.4	Ansteuerung über den PC und Software Interfaces	663
19.4.1	Steuerung der Bildaufnahme	663
19.4.2	Pixeldaten	665
19.4.3	Driver Software (Software Development Kit)	665
19.4.4	Kamera API (AVT FirePackage)	666
19.4.5	GenICam-Standard	667
19.4.6	Bildverarbeitungsbibliotheken (Third-Party Software)	668
19.5	Auswahl einer geeigneten Kamera und Einsatzfälle	668
19.5.1	Komponenten eines Bildverarbeitungssystems	668
19.5.2	Auswahlkriterien für eine Kamera	669
19.5.3	Sichtfeld (FOV) und Auflösung	670
19.5.4	Bilddatenrate, Bildwiederholrate und Bandbreite der Schnittstelle	671
19.5.5	Aufgabenstellungen in der industriellen Bildverarbeitung	672
20	Bildgebende Verfahren	677
	<i>Martin Gerken, Harry Schlemmer</i>	
20.1	Video-Kamerasysteme	679
20.1.1	Prinzipieller Aufbau	679
20.1.2	Übersicht der Spektralbereiche	679
20.1.3	Eigenschaften der Strahlquelle	679
20.1.4	Einfluss der Atmosphäre	681
20.1.5	Optische Gläser	682
	20.1.5.1 Transmissionseigenschaften	682
	20.1.5.2 Dispersionsverhalten	683
	20.1.5.3 Antireflexbeschichtung	683
20.1.6	Bildsensoren	684
	20.1.6.1 Sensoren für den visuellen Spektralbereich	684
	20.1.6.2 Sensoren mit interner Verstärkung	685
	20.1.6.3 Sensoren für den NIR- und SWIR-Bereich	685
20.1.7	Anwendungen	686
	20.1.7.1 Überwachung im Nahfeld	686
	20.1.7.2 Zoomsysteme für weiträumige Überwachung	686
	20.1.7.3 Multispektrale Systeme	687
	20.1.7.4 Ausblick und Trends	688
20.2	Wärmebilderzeugung	689
20.2.1	Einführung	689
20.2.2	Bildgebungsprozess	690
20.2.3	Eigenschaften der Wärmestrahlung	691
20.2.4	Atmosphärische Transmission	692
20.2.5	Infraroptik	692
	20.2.5.1 Optische Materialien für das Infrarot	693
	20.2.5.2 Thermische Änderungen der Brechkraft	694
	20.2.5.3 Asphärische und diffraktive Oberflächen	694
20.2.6	Gekühlte und ungekühlte Infrarotdetektoren	695
	20.2.6.1 Gekühlte Infrarotdetektoren	695
	20.2.6.2 Ungekühlte Infrarotdetektoren	698
	20.2.6.3 Vergleich von gekühlten und ungekühlten Detektoren	698
20.2.7	Spezielle Probleme der Wärmebildgeräte	699
	20.2.7.1 Dunkelkammerproblem	699

20.2.7.2	Detektorinhomogenität	699
20.2.7.3	Narziss-Effekt	701
20.2.8	Bewertung von Wärmebildgeräten	701
20.2.9	Typische Anwendungen der Wärmebildgeräte	702
20.2.9.1	Aufklärung und Überwachung	702
20.2.9.2	Thermografie	703
21	Holografie	707
	<i>Andreas Ettemeyer</i>	
21.1	Grundlagen der Holografie	709
21.1.1	Einführung	709
21.1.2	Hologrammaufnahme	709
21.1.3	Hologrammrekonstruktion	710
21.2	Klassische Holografie	711
21.2.1	Off-Axis-Hologramm	711
21.2.2	Reflexions-Hologramm	712
21.2.3	Bildebenen-Hologramm	713
21.2.4	Regenbogen-Hologramm	713
21.2.5	Holografische Interferometrie	715
21.3	Digitale Holografie	716
21.3.1	Aufbau eines digitalen Holografie-Mikroskops	716
21.3.2	Numerische Hologrammrekonstruktion	717
21.3.3	Objektrekonstruktion	717
21.3.4	Mehrwellenlängen-Holografie	719
21.3.5	Anwendungen	720
21.3.5.1	Reflexionsmessung	720
21.3.5.2	Transmissionsmessungen	721
21.4	Speckle-Interferometrie	721
21.4.1	Empfindlichkeitsvektor	722
21.4.2	Oberflächenmessung mit Speckle-Interferometrie	723
21.4.3	Verformungsmessung mit Speckle-Interferometrie	723
21.4.4	Bestimmung der in-plane-Verformung	725
22	Gradientenoptik	729
	<i>Bernhard Messerschmidt</i>	
22.1	Grundlagen der Gradientenoptik	731
22.2	Herstellungsverfahren	733
22.3	GRIN-Linsen in Applikationen	734

23 Lasermesstechnik	743
<i>Martin Löffler-Mang</i>	
23.1 Laser-Doppler-Velocimetrie	745
23.1.1 Interferenzstreifenmodell	745
23.1.2 Doppler-Modell	746
23.1.3 Frequenzshift und mehrere Geschwindigkeitskomponenten	748
23.1.4 Anwendungsbeispiele	749
23.2 Phasen-Doppler-Partikelanalyse	751
23.2.1 Qualitatives Modell	751
23.2.2 Quantitatives Modell	752
23.2.3 Systemaufbau	754
23.2.4 Messvolumenkorrektur	754
23.2.5 Anwendungsbeispiele	756
23.2.6 Stromdichte und Konzentration	757
Stichwortverzeichnis	761

Autorenverzeichnis

Dipl.-Phys. Ing. Norbert Aldiek

Entwicklung Optik, Leuze electronic, Owen

Prof. Dr.-Ing. Jens Bliedtner

Ernst-Abbe-Hochschule Jena, Fachbereich SciTec

Dipl.-Ing. Jürgen Bretschneider

Vertriebsingenieur für Test- und Messtechnik, Yokogawa Deutschland GmbH, Vertriebsbüro Jena

Prof. Dr.-Ing. Martin Buchholz

Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Saarbrücken

Prof. Dr. Andreas Ettemeyer

Prorektor und Leiter angewandte Forschung, NTB Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs

Prof. Dr.-Ing. habil. Dietrich Gall (†)

ehem. Fachgebiet Lichttechnik der Technischen Universität Ilmenau

Dr. Martin Gerken

Entwicklungsprojektleiter, Hensoldt Optronics GmbH, Oberkochen, Germany

Dipl.-Ing. (FH) Henning Haider

Principal Engineer, Allied Vision Technologies, Ahrensburg

Dr. rer. nat. René Heine

Cubert GmbH (Real Time Spectral Imaging)

Prof. Dr. Alexander Hornberg

Laborleiter Automatisierungstechnik, Hochschule Esslingen, Fakultät Mechatronik und Elektrotechnik, Campus Göppingen

Dipl.-Ing. (FH) Markus Keinath

Senior Optikentwickler, Allied Vision Technologies, Ahrensburg

Dieter Lang

Expert Lighting Technology and Application, LEDVANCE GmbH, Research and Development, Garching, Germany

Karsten Lindig

Director/Head of Innovations & Advanced Development, Carl Zeiss Spectroscopy GmbH, Jena

Prof. Dr.-Ing. Martin Löffler-Mang

Laborleiter Optische Mess- und Lasertechnik, Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, Saarbrücken

Dr. Bernhard Messerschmidt

Geschäftsführer Forschung und Entwicklung, GRINTECH GmbH, Jena

Prof. Dr. Markus Michler

Institut für Mikro- und Nanotechnologie MNT, Fachbereich Photonics, NTB Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs, Schweiz

Mitglied der Fachhochschule Ostschweiz

Wilfried Neumann

Freiberuflicher Consultant für optische Spektroskopie und Radiometrie, Weiler-Simmerberg

Prof. Dr.-Ing. Steffen Reichel

Professur für Messtechnik und Photonik, Fakultät für Technik, Hochschule Pforzheim

Univ.-Prof. Dr. sc. nat. habil. Christoph Schierz

Fachgebietsleiter Lichttechnik der Technischen Universität Ilmenau

Dr. Harry Schlemmer

Systemingenieur Optik, HENSOLDT Optronics GmbH, Oberkochen, Deutschland

Dr. Lothar Schreiber

ehemals Optik-Entwickler bei Carl Zeiss, Jena

Gottfried Schröder (†)

Autor und Herausgeber der 6. Auflage des Buches „Optische Bauelemente“

Thomas Thöniß

Senior Director Research & Development, Photonic Systems, Qioptiq Photonics GmbH & Co. KG, Göttingen

Matthias Ulrich

Senior Manager Product Development, R&D Photonic Systems, Qioptiq Photonics, Göttingen

Rolf Wartmann

Optikexperte, Waake

Jürgen P. Weißhaar

Geschäftsführender Gesellschafter, opsira GmbH, Weingarten

1

Optische Grundbegriffe

1.1 Wellenausbreitung	5	1.5 Interferenz und Beugung	9
1.2 Optische Medien	5	1.6 Gauß-Strahlen	14
1.3 Brechung, Reflexion und Totalreflexion	6	1.7 Polarisation	17
1.4 Prinzip von Fermat	8		

Martin Löffler-Mang



Die Lehre vom Licht befasst sich mit Erscheinungen, die wir mit unseren Augen bzw. optischen Apparaturen wahrnehmen können. Es gibt eine lange Tradition und mehrere historische Umwälzungen im Verständnis optischer Phänomene. Die grundlegende Idee über das Wesen des Lichtes und seine Ausbreitung hat sich mehrfach gewandelt zwischen teilweise gegensätzlichen Auffassungen.

1672 entwickelte Newton die Idee von Lichtkorpuskeln (Lichtteilchen), die von Lichtquellen ausgesandt werden und sich geradlinig mit großer Geschwindigkeit ausbreiten. Eventuell über Reflexionen an Gegenständen gelangen sie in unser Auge und lösen dort einen Reiz aus.

Im 18. Jahrhundert erklärten Huygens, Young und Fresnel die optischen Phänomene (vor allem Beugung und Interferenz) mit einer der Korpuskeltheorie diametral entgegengesetzten Wellentheorie.

Mitte des 19. Jahrhunderts konnte Maxwell durch theoretische Überlegungen zeigen, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Die gesamten Gesetze der Optik ließen sich aus den vier Maxwell-Gleichungen beweisen. Die Optik schien dadurch zu einem Unterkapitel der Elektrodynamik geworden.

Das Übertragungsmedium für Licht war der postulierte „Weltäther“. Damit war scheinbar alles klar, bis um die Wende zum 20. Jahrhundert Experimente bekannt wurden, die mit der Wellenvorstellung überhaupt nicht verstanden werden konnten, z. B. der Photoeffekt. Dabei trifft Licht auf Materie und löst Elektronen heraus. Planck und Einstein konnten diese experimentellen Befunde 1905 mit der Wiedereinführung von Energiequanten deuten, die dem Licht erneut Teilchencharakter gaben.

Von Bohr, Heisenberg und anderen wurde dann in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts eine umfangreiche Theorie formuliert, die gleichzeitig Wellen- und Teilcheneigenschaften des Lichtes zulässt und beschreibt (Welle-Teilchen-Dualismus in der Quantenphysik). Je nach Versuch oder Erscheinung treten unterschiedliche Aspekte der gemeinsamen Theorie in den Vordergrund.

Aber damit nicht genug, hatten Michelson und Morley 1881 den experimentellen Nachweis erbracht, dass ein Weltäther nicht existiert. Verwirrendes Ergebnis war, dass Licht sich immer mit $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s ausbreitet, egal ob und wie schnell man sich relativ zur Quelle oder zum Lichtstrahl bewegt! Dieser Widerspruch zur klassischen Mechanik wurde von Einstein 1916 durch die Relativitätstheorie überwunden.

Aktueller Kenntnisstand:

1. Die elektromagnetische Strahlung umfasst einen Bereich von ca. 20 Dekaden, von extrem kurzwelligem γ -Quanten mit $\lambda \approx 10^{-14}$ m über Röntgenstrahlung, UV, sichtbares Licht, IR, Mikrowellen bis zu Radiowellen mit $\lambda \approx 10^6$ m.

Ein kleiner Bereich wird als optische Strahlung bezeichnet:

$$100 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1 \text{ mm} \quad (\text{DIN 5031})$$

sichtbar davon ist

380 nm bis 780 nm

violett dunkelrot

2. Licht breitet sich in allen Bezugssystemen unabhängig von der Relativgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s aus (in Vakuum).
3. Licht hat Wellen- und Teilchencharakter: (i) Phänomene wie z. B. Beugung an Kanten und Interferenz an optischen Gittern lassen sich mit Welleneigenschaften erklären und berechnen. Für die Wellenausbreitung gilt $c = \lambda \nu$ (Wellenlänge λ , Frequenz ν). (ii) Aber z. B. der Photoeffekt hat gezeigt, dass die Energie des Lichtes gequantelt ist, d. h. sie setzt sich aus kleinen Stücken zusammen. Ein Photon ist die kleinste Einheit der elektromagnetischen Strahlung (Quant), es trägt die Energie $E_{\text{ph}} = h\nu$ mit $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js (Planck'sches Wirkungsquantum).

In diesem Kapitel werden verschiedene grundlegende Aspekte des Lichts und seiner Ausbreitung behandelt. Zunächst ist das Licht als Welle Thema, sowie seine Ausbreitung in Medien. Dann folgt ein Unterkapitel über geometrische Optik mit Brechung, Reflexion und Totalreflexion. Als nächstes folgt das Prinzip von Fermat, ein leistungsfähiges physikalisches Modell zur Beschreibung des Lichtweges. Ein weiteres Unterkapitel beschäftigt sich mit Licht als Welle, nämlich mit Interferenz und Beugung. Daran anschließend wird der Gaußstrahl eingeführt, ein vor allem für Laserstrahlen gut geeignetes Modell für die Lichtausbreitung. Im letzten Unterkapitel wird kurz auf die Polarisation eingegangen.

1.1 Wellenausbreitung

Alle *elektromagnetischen Wellen* breiten sich im Vakuum mit der *Lichtgeschwindigkeit* c_{vak} (Naturkonstante) aus, die $c_{\text{vak}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ beträgt (PTB 2003); für die meisten Anwendungen genügt der gerundete Wert $c_{\text{vak}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. In allen anderen Medien (Kap. 1.2) ist die Lichtgeschwindigkeit geringer. Der Wellensender (z. B. Atom, Vakuumröhre, Radioantenne) bestimmt die *Frequenz* ν der Welle. Aus Frequenz ν und Lichtgeschwindigkeit c in dem betreffenden Medium (z. B. Luft, Glas, Wasser) ergibt sich die *Wellenlänge* λ entsprechend der Definitionsgleichung:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (1.1)$$

Das *Spektrum* einer Strahlung umfasst den in ihr enthaltenen Wellenlängen- bzw. Frequenzbereich. Licht, d. h. die vom Auge nachweisbare Strahlung im Wellenlängenbereich von $\lambda = 380 \text{ nm}$ bis $\lambda = 780 \text{ nm}$, stellt nur einen sehr engen Ausschnitt aus dem Wellenlängenbereich der elektromagnetischen Wellen dar, der sich von etwa $\lambda = 10^{-14} \text{ m}$ (weit unterhalb der Gammastrahlung) bis etwa 10^6 m (Langwellenbereich der Rundfunkwellen) erstreckt.

Neben ihrer Wellenlänge ist jede sich ausbreitende elektromagnetische Welle an einem bestimmten Orts- und Zeitpunkt durch ihre *Amplitude* (Maximalwert der elektrischen Feldstärke) und ihre *Phase* (augenblicklicher Schwingungszustand) gekennzeichnet. Alle Energiegrößen und daraus abgeleitete Größen (z. B. die Intensität oder die Leuchtdichte, siehe Kap. 2) sind proportional dem Quadrat der Amplitude.

Bei der Darstellung der Wellenausbreitung verbindet eine *Wellenfront* Ortspunkte gleicher Phase; die an jedem Punkt stets senkrecht zur Wellenfront verlaufende Ausbreitungsrichtung wird in der Optik als *Lichtstrahl* bezeichnet.

Elektromagnetische Wellen breiten sich als *Transversalwellen* aus, d. h., die Schwingungsrichtung steht senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung. Dies wird zweifelsfrei durch die Eigenschaft der Polarisation (Kap. 1.7) bewiesen.

Die optischen Wirkungen bei der Wellenausbreitung kann man entweder im Modell der *Wellenoptik* (auch: „physikalische Optik“) beschreiben, u. a. bezüglich der Polarisation, Interferenz und Beugung (Kap. 1.5), oder man benutzt zur Vereinfachung das Modell der *Strahlenoptik* (auch: „geometrische Optik“), die sich theoretisch als Grenzfall der Wellenoptik für $\lambda = 0$ ergibt: Betrachtet wird der Verlauf der Lichtstrahlen bei Reflexion und Brechung (Kap. 1.3) ohne Berücksichtigung der Beugung. Bei vielen Anwendungen sind beide Betrachtungsweisen nebeneinander sinnvoll.

Lichtstrahlen sind einzeln nicht darstellbar, da sie als mathematische Linien nur eindimensionale Ausdehnung haben: Auch der „Laserstrahl“ ist ein *Bündel* von „unendlich vielen“ Strahlen. Bei einem *homozentrischen Bündel* gehen alle Lichtstrahlen von einem Punkt (bzw. kleinem Flächen- oder Raumelement) aus (*divergentes Bündel*) oder laufen in einem solchen Punkt zusammen (*konvergentes Bündel*).

Parallel oder *parallelstrahlig* nennt man ein Bündel, wenn das gemeinsame Raumelement aller seiner homozentrischen Strahlen sich in so großer Entfernung befindet, dass der Winkel zwischen all diesen Strahlen unterhalb der Fehlergrenze für das vorliegende Problem ist; man nennt die Entfernung des Raumelementes dann „unendlich“. Bei einem *telezentrischen Strahlengang* liegt der gemeinsame Querschnitt (Pupille) divergenter oder konvergenter Bündel im Unendlichen. Strahlen, die innerhalb einer Ebene verlaufen, bilden zusammen ein *Büschel*.

Unter der *Umkehrbarkeit des Strahlenganges* versteht man die Tatsache, dass die Lichtrichtung jeden Strahls umgekehrt werden kann, so dass das Bild als Objekt und das Objekt als Bild zu betrachten ist. Die geometrischen Verhältnisse bleiben dieselben, die energetischen ebenso bis auf die Verluste durch Reflexion und Absorption, unter der Bedingung, dass keine trüben oder anderweit lichtstreuenden Dinge im Strahlengang vorkommen, z. B. Bildwände.

1.2 Optische Medien

Jeder Stoff in einem Ausbreitungsraum elektromagnetischer Wellen wird als *Medium* bezeichnet. Hierzu gehört auch das Vakuum als Grenzfall. Wichtigstes Merkmal eines Mediums ist die in ihm gültige *Wellen-Ausbreitungsgeschwindigkeit* e . Die umständliche Benutzung der c -Werte selbst (z. B. für Wasser: $c \approx 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) vermeidet man durch Bezug auf die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, d. h. durch Angabe der *absoluten Brechzahl* n_{abs} .

$$n_{\text{abs}} = \frac{c_{\text{vak}}}{c} \quad (1.2)$$

Da die Lichtgeschwindigkeit in Luft nur wenig von dem Wert im Vakuum abweicht, andererseits aber optische Bauelemente meist in Luft benutzt werden, wird für praktische Zwecke – also auch in diesem Buch – die *auf Luft bezogene Brechzahl* n benutzt:

$$n = \frac{c_{\text{luft}}}{c} \quad (1.3)$$

Tab. 1.1 Optische Medien

Homogenes Medium <i>Keine Ortsabhängigkeit</i> der optischen Eigenschaften	Isotropes Medium <i>Keine Richtungsabhängigkeit</i> der optischen Eigenschaften
Inhomogenes Medium Die optischen Eigenschaften sind <i>abhängig vom Ort</i> innerhalb des Raumbereichs, z. B. Schlieren (Kap. 3), Gradienten-Optik (Kap. 22).	Anisotropes Medium Die optischen Eigenschaften sind <i>abhängig von der Richtung</i> des durchgehenden Lichts, z. B. doppelbrechende Kristalle, Spannungsoptik (Kap. 17).

Entsprechend dieser Definition ist damit für Luft $n = 1$; für trockene Luft unter Normalbedingungen ergibt sich im sichtbaren Spektralbereich etwa $n_{\text{abs}} = 1,0003$, also eine relativ geringe Differenz gegenüber Vakuum mit $n_{\text{abs}} = 1$.

Alle Medien mit Ausnahme des Vakuums zeigen jedoch die Eigenschaft der *Dispersion*: Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt auch von der Frequenz ν und damit von der Wellenlänge λ ab. Jede genauere Brechzahl-Angabe ist also mit der wirksamen Wellenlänge zu kennzeichnen. Außerdem wird die Brechzahl durch andere Parameter (Temperatur, Druck usw.) beeinflusst.

Ein oft bei relativen Angaben gebrauchter Ausdruck ist die *optische Dichte* eines Mediums: Ein Medium mit höherer Brechzahl n , das also der Wellenausbreitung größeren Widerstand entgegensetzt, ist optisch dichter als ein Medium mit niedrigerer Brechzahl (optisch dünneres Medium). Eine völlig andere Bedeutung hat aber die optische Dichte D als logarithmisches Maß für die Lichtundurchlässigkeit (Kap. 2).

Innerhalb eines betrachteten Raumbereichs können die optischen Eigenschaften eines Mediums auch orts- oder richtungsabhängig sein. Tabelle 1.1 gibt einen Überblick.

Ohne nähere Angaben werden bei optischen Bauelementen und Geräten immer Medien vorausgesetzt, die sowohl homogen als auch isotrop sind.

1.3 Brechung, Reflexion und Totalreflexion

Zwei benachbarte, mit Medien unterschiedlicher Brechzahl erfüllte Raumbereiche berühren sich an einer *Grenzfläche*. Sie kann eben oder gekrümmt sein (z. B. Linsenfläche zwischen den Medien Luft und Glas). Eine gekrümmte Grenzfläche wirkt an jedem Auftreffpunkt eines Lichtstrahls wie die dort vorhandene Tangentialfläche. Ein Lichtstrahl erfährt beim Übergang in das benachbarte Medium an der Grenzfläche gewöhnlich eine Richtungsänderung, die als *Brechung* bezeichnet wird. Sie wird durch Einfallswinkel ε und Brechungswinkel ε' beschrieben (Abb. 1.1 a). Die Winkel werden stets gegenüber den Flächennormalen, dem *Einfallslot*, gemessen, nicht gegenüber der Fläche selbst. Unter Benutzung der beiden Brechzahlen, n vor und n' hinter der Grenzfläche, lautet das *Brechungsgesetz*:

$$n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon' \quad (1.4)$$

Für $n' > n$ ist $\varepsilon' < \varepsilon$:

Tritt ein Strahl vom optisch dünneren in optisch dichteres Medium über, so wird er also zum Lot hin gebrochen. Umgekehrt erfolgt beim Übergang von höherer zu niedrigerer Brechzahl die Brechung vom Lot weg. Eine mögliche Herleitung des Brechungsgesetzes erfolgt mit dem Prinzip von Fermat (Kap. 1.4).

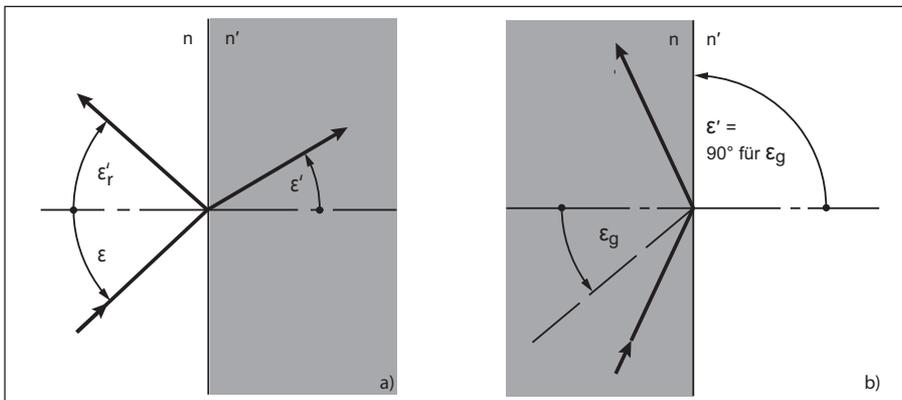


Abb. 1.1

a) Brechung und Reflexion bei $n = 1, n' = 1,7$; b) Totalreflexion bei $n = 1,7$ und $n' = 1$: Sie tritt nur im grau unterlegten Winkelbereich auf.

An jeder Grenzfläche, an der Brechung erfolgt, tritt die Welle nicht vollständig in das zweite Medium über: Ein Teil der Wellenenergie wird *reflektiert*; er verbleibt im Medium mit der Brechzahl n , kehrt aber die zur Grenzfläche senkrechte Komponente seiner Ausbreitungsgeschwindigkeit um. Berücksichtigt man dieses Verhalten, indem man formal $n' = -n$ setzt, so geht damit das Brechungsgesetz (1.4) in das *Reflexionsgesetz* über:

$$\varepsilon'_r = -\varepsilon \quad (1.5)$$

Durch den einfallenden Lichtstrahl und das Einfallslot wird eine Ebene aufgespannt: In dieser *Einfallsebene* liegen auch gebrochener und reflektierter Strahl.

Da beim Übergang von optisch dichteren zu optisch dünnerem Medium $\varepsilon' > \varepsilon$ ist, wird bei einem bestimmten Einfallswinkel ε_g der Brechungswinkel $\varepsilon' = 90^\circ$ (Abb. 1.1 b): Der Strahl verläuft „streifend“ zur Grenzfläche. Wird nun $\varepsilon > \varepsilon_g$, so tritt *Totalreflexion* ein: Es gibt keine Brechung mehr; die Welle wird vollständig reflektiert. Der Winkel ε_g heißt *Grenzwinkel der Totalreflexion*; mit $\varepsilon' = 90^\circ$ ergibt er sich aus Gleichung (1.4) zu:

$$\varepsilon_g = \arcsin \frac{n'}{n} \quad (1.6)$$

Beispiel: Für die Grenzfläche zwischen Plexiglas ($n = 1,49$) und Luft ($n' = 1$) ergibt sich der Grenzwinkel $\varepsilon_g = 42,2^\circ$, während man für Plexiglas gegen Wasser ($n' = 1,33$) $\varepsilon_g = 63,2^\circ$ erhält. Durch Änderung des angrenzenden Mediums kann also die Totalreflexion aufgehoben werden. Dies wird z. B. bei Flüssigkeitsstandgläsern (siehe Abb. 1.2) oder faseroptischer Füllstandserfassung ausgenutzt.

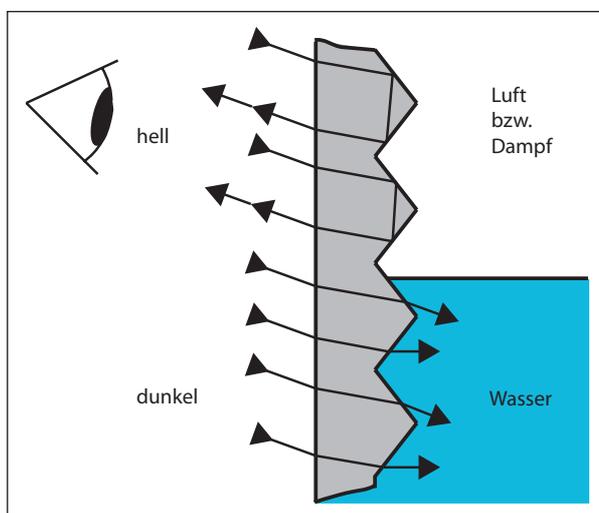


Abb. 1.2 Totalreflexion bei Flüssigkeitsstandgläsern: Im unteren Bereich ist die Totalreflexion durch Wasser aufgehoben, dieser Bereich erscheint dunkel.

Für das Eintreten der Totalreflexion müssen also zwei Bedingungen erfüllt sein:

1. Lichteinfall vom optisch dichteren Medium auf die Grenzfläche zum optisch dünneren Medium
2. Überschreitung des Grenzwinkels ε_g : Der Übergang von Brechung zu Totalreflexion erfolgt bei $\varepsilon = \varepsilon_g$ nicht abrupt. Schon bei Annäherung des Einfallswinkels an den Grenzwinkel wird die Energie zwischen Brechung und Reflexion umverteilt, d. h., die Reflexion steigt stark an.

Bei der Totalreflexion dringt die Welle bis zu einer geringen Tiefe in das optisch dünnere Medium ein, läuft als Oberflächenwelle an der Grenzfläche entlang und tritt mit sehr kleiner Verschiebung wieder aus (Goos/Hänchen 1943). Deshalb kann die Totalreflexion durch Nähern eines Körpers auf einen Abstand in der Größenordnung der Lichtwellenlänge gestört werden; das Licht wird hier ausgekoppelt.

Man darf also solche total reflektierende Flächen nicht in Kontakt mit anderen Teilen (Federn, Hinterlagen) bringen, sondern muss sie frei im Raume stehen lassen. Ist das z. B. wegen der sicheren Befestigung nicht möglich, muss man die Fläche verspiegeln und die Spiegelschicht durch Lack oder dgl. schützen.

Andererseits kann über die *Störung der Totalreflexion* durch Abstandsänderung hinter der Grenzfläche eine *Lichtstrommodulation* erreicht werden, z. B. durch eine Telefonmembrane.

Ein Beispiel hierfür ist ein *faseroptisches Hydrofon*, d. h. ein Sensor zur Aufnahme akustischer Unterwasserschwingungen (Abb. 1.3): Der Luftabstand d zwischen zwei schräg angeschliffenen Faserenden wird durch seitliche Verschiebung (Δx) der Faser (1) geändert, die über eine Rückstellfeder mit einer Membrane verbunden ist. Damit wird der in (2) eingekoppelte Lichtstrom moduliert. Unter bestimmten Bedingungen ergab sich bei $d = 0,1 \mu\text{m}$ ein Absinken des Lichtstroms auf 20% des Maximallichtstroms bei $d = 0$, also sehr hohe Empfindlichkeit (Spillman/McMahon 1980). Die Änderung des total reflektierten Lichtstroms kann zur *Traganteilmessung* (Beurteilung der Rauigkeit technischer Oberflächen) benutzt werden (Mechau bzw. Dreyhaupt 1941).

Da bei Totalreflexion Absorptionsverluste wie an spiegelnden Metallflächen nicht auftreten, wird sie bei Reflexionsprismen (Kap. 5) sowie bei Lichtwellenleitern (Kap. 18) intensiv ausgenutzt.

Wird eine total reflektierende Fläche mit einer Planplatte eines Stoffes anderer Brechzahl verkittet oder verschmolzen, so ändert sich an dem Grenzwinkel der Totalreflexion im ursprünglichen Medium nichts. Es findet nur eine Parallelverschiebung des gespiegelten Strahls statt. Das ist wichtig für reflexvermindernde Überzüge an Flächen,

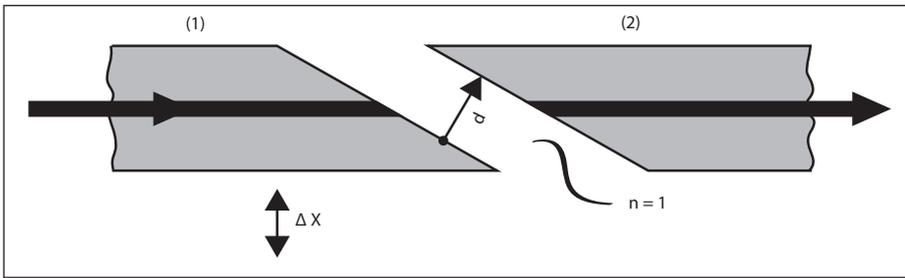


Abb. 1.3
Prinzip eines laseroptischen Hydrofons; Laserstrahl in Fasern (1) und (2) mit Kopplung durch veränderlichen Abstand d (unter $0,5 \mu\text{m}$)

die gleichzeitig der Totalreflexion und dem Durchtritt von Strahlen dienen, z.B. bei manchen Prismen. Die Totalreflexion tritt natürlich an der letzten gegen Luft stehenden Fläche ein.

1.4 Prinzip von Fermat

Warum nimmt das Licht bei Reflexion und Brechung genau den durch die angeführten Gesetze beschriebenen Weg? Das wurde erstmals von Pierre de Fermat (1601 - 1665) erklärt und man nennt es heute das Prinzip von Fermat. Dazu wird der optische Weg Δ eingeführt, der das Produkt aus Brechzahl n und geometrischem Weg s ist:

$$\Delta = ns \tag{1.7}$$

Der optische Weg ist immer größer oder gleich dem geometrischen Weg, da für die Brechzahl gilt $n \geq 1$. Das Prinzip von Fermat besagt nun, dass der optische Weg bei der Ausbreitung von Lichtstrahlen im Vakuum und beim Durchgang durch Medien immer ein Minimum annimmt, das Licht sucht also den kürzesten optischen Weg:

$$\Delta = \sum_i n_i s_i = \min! \tag{1.8}$$

Die Summe beschreibt dabei die Ausbreitung durch i Schichten mit unterschiedlichen Brechzahlen. Die allgemeine Form der Gleichung erhält man durch den Übergang von der Summe zum Integral mit den infinitesimalen geometrischen Wegen ds :

$$\Delta = \int n(s) ds = \min! \tag{1.9}$$

Mit diesem Prinzip kann als erstes Beispiel das Reflexionsgesetz hergeleitet werden, die verwendeten Bezeichnungen sind in Abbildung 1.4 dargestellt.

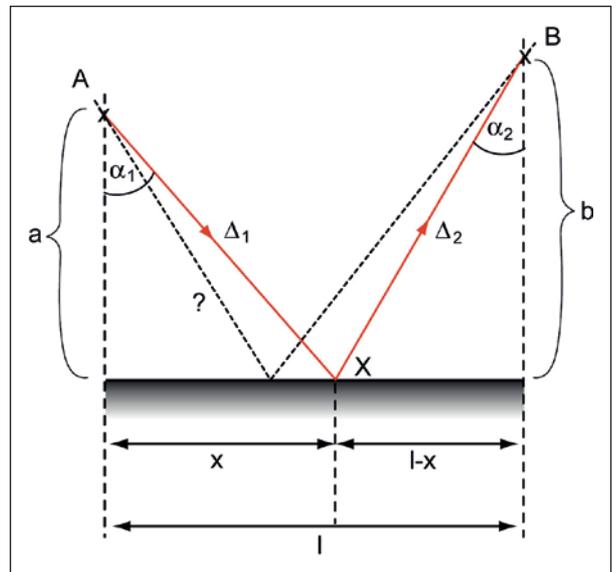


Abb. 1.4 Skizze zum Prinzip von Fermat bei der Reflexion

Bei der Reflexion von A nach B ist die Lage des Reflexionspunktes X gesucht, der gesamte optische Weg ist dabei

$$\Delta(x) = \Delta_1 + \Delta_2$$

oder

$$\Delta(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (l-x)^2} \tag{1.10}$$

$$\text{Prinzip von Fermat: } \Delta(x) = \min. \tag{1.11}$$

Also muss die erste Ableitung von $\Delta(x)$ nach x null gesetzt werden:

$$\frac{d\Delta(x)}{dx} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta(x)}{dx} &= \frac{1}{2\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{b^2 + (l-x)^2}} \cdot 2(l-x)(-1) \\ &= \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{l-x}{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}} = 0 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Δ_1 und Δ_2 eingesetzt und umgeformt liefert

$$\frac{x}{\Delta_1(x)} = \frac{l-x}{\Delta_2(x)} \quad (1.13)$$

Mit den trigonometrischen Beziehungen aus Abbildung 1.5

$$\sin \alpha_1 = \frac{x}{\Delta_1} \quad \sin \alpha_2 = \frac{l-x}{\Delta_2} \quad (1.14)$$

und unter Berücksichtigung der Wechselwinkel α_1 und α_2 bleibt genau:

$$\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2$$

oder das Reflexionsgesetz:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (1.15)$$

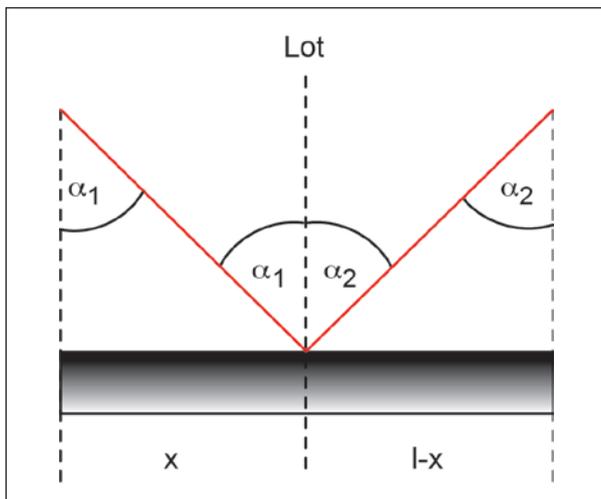


Abb. 1.5 Abstände und Wechselwinkel bei der Reflexion

Als zweites Beispiel sei die Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Prinzip von Fermat gezeigt, mit den Bezeichnungen aus Abbildung 1.6.

Beim Übergang eines Lichtstrahles von Medium 1 in Medium 2 ist die Lage des Punktes X gesucht. Für den gesamten optischen Weg gilt wieder:

$$\Delta(x) = \Delta_1 + \Delta_2 = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (l-x)^2} \quad (1.16)$$

$$\text{Prinzip von Fermat: } \Delta(x) = \min! \rightarrow \frac{d\Delta(x)}{dx} = 0$$

Die Ableitung erfolgt analog zum vorangegangenen Beispiel, hier wird gleich das Ergebnis angegeben:

$$n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{l-x}{s_2} = 0 \quad (1.17)$$

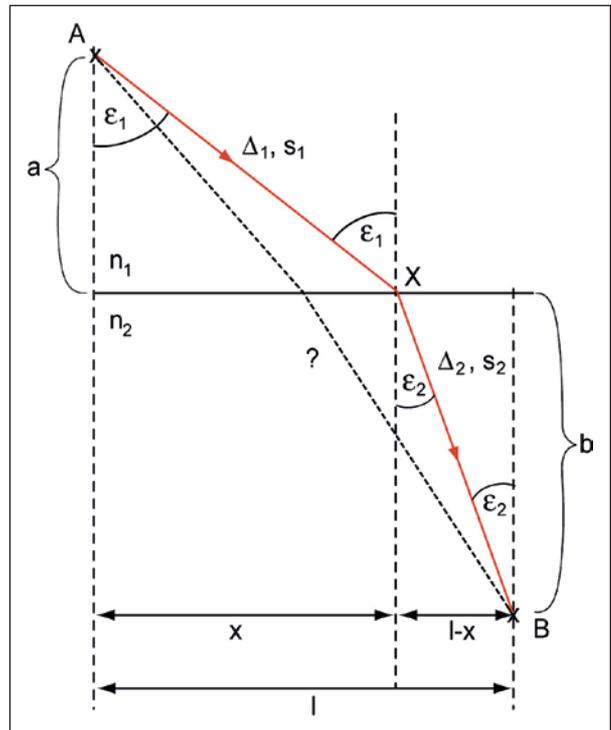


Abb. 1.6 Skizze zum Prinzip von Fermat bei der Brechung

Mit den trigonometrischen Umformungen wie im vorangegangenen Beispiel folgt hier direkt das Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad (1.18)$$

1.5 Interferenz und Beugung

Die Wirkungen bei Überlagerung von zwei oder mehr Wellenzügen werden mit Interferenz bezeichnet. Wellenzüge sind nur interferenzfähig, wenn sie zeitlich und räumlich kohärent sind, d. h. der gleichen möglichst gut monochromatischen, möglichst wenig ausgedehnten Lichtquelle entstammen. Es interferieren jeweils nur die Komponenten mit gleicher Schwingungsebene (Polarisationsrichtung). Getrennte Lichtquellen ergeben keine Interferenzen, da zwischen den von ihren Atomen in unzusammenhängender Folge emittierten Wellenzügen keine konstanten Phasenbeziehungen bestehen. Man muss also die von gleicher Quelle ausgehenden Wellenzüge entweder durch Wellenfrontteilung (geometrisch) oder durch Amplitudenteilung (physikalisch) aufteilen und nach Durchlaufen ungleicher optischer Wege wieder zur Interferenz zusammenführen.

1

Die hierzu verwendeten Interferometer werden in Kapitel 14 behandelt.

Zur Darstellung der Grundlagen wird die Zweistrahlinterferenz betrachtet. Diese wird im einfachsten Fall durch Reflexion an zwei benachbarten Flächen erzeugt. Dies ist für eine Platte in Luft (Abb. 1.7 a) und eine „Luftplatte“ zwischen Glasblöcken (Abb. 1.7 b) schematisch dargestellt: Die beiden Strahlen sind zusammenfallend zu denken, d. h. an Fläche 1 findet Strahlenteilung statt. Die an den Flächen 1 und 2 reflektierten Wellen interferieren.

Die beiden Wellenzüge sollen gleiche Frequenz ν , aber beliebige Amplituden \hat{y}_1, \hat{y}_2 und gegeneinander eine zeitlich konstante Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ haben. Dann gilt für die Momentanwerte der elektrischen Feldstärken:

$$y_1 = \hat{y}_1 \cdot \sin \omega t \quad y_2 = \hat{y}_2 \cdot \sin(\omega t + \Delta\varphi)$$

mit $\omega = 2\pi\nu$. Die Gesamtwirkung ergibt sich durch Addition $y = y_1 + y_2$. Weiterhin sind alle Intensitäts-Größen, z. B. die Beleuchtungsstärke E , proportional zum Quadrat der Feldstärke-Amplituden. Für die durch beide Wellen zusammen wirksam werdende Beleuchtungsstärke E erhält man (skalares Produkt von Vektoren; Cosinus-Satz):

$$E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 \cdot E_2} \cdot \cos \Delta\varphi \quad (1.19)$$

Interferenzerscheinungen zeichnen sich also dadurch aus, dass sie im Allgemeinen eine von der einfachen Addition der Beleuchtungsstärken abweichende Wirkung ergeben: Es kommt ein Interferenzglied $2\sqrt{E_1 \cdot E_2} \cdot \cos \Delta\varphi$ hinzu, d. h. in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung $\Delta\varphi$

kann die Beleuchtungsstärke $E \Leftrightarrow E_1 + E_2$ sein. Der Differenz der Phasenwinkel $\Delta\varphi$ entspricht örtlich eine Wegdifferenz der Wellenzüge, d. h. ein Gangunterschied $\Gamma = \Delta\varphi \cdot \lambda / 2\pi$. Tabelle 1.2 gibt in Auswertung von Gleichung (1.19) eine Übersicht über die Zweistrahlinterferenz bei unterschiedlichen Phasendifferenzen und Amplitudenverhältnissen.

Gleichung (1.19) kann auch in die Form

$$E = E_1 + E_2 - 2 \cdot \sqrt{E_1 E_2} + 4 \cdot \sqrt{E_1 E_2} \cdot \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (1.20)$$

gebracht werden: Ändert sich z. B. in einer Ortskoordinate die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ (siehe Abb. 1.7 c und d), so ergibt sich eine \cos^2 -förmige Helligkeitsverteilung, denn es sind ja nur positive E -Werte möglich. Es entstehen also helle und dunkle Interferenzstreifen mit dem höchsten Kontrast $M = 1$ bei gleich hellen Teilbündeln ($E_2 = E_1$), wobei die Beleuchtungsstärke im Maximum $4E_1$ und im Minimum null wird. Mit zunehmend ungleichen Amplituden nimmt der Streifenkontrast ab. Weitere Einflüsse auf den Streifenkontrast werden im Folgenden noch angegeben.

Da die atomare Emission von Strahlung nur eine begrenzte Zeit dauert (z. B. 10^{-8} s), hat der entstehende Wellenzug auch nur eine begrenzte zusammenhängende Länge, die Kohärenzlänge l_{koh} . Sie kann aus

$$l_{\text{koh}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_{0,5}} \quad (1.21)$$

bestimmt werden, mit $\Delta\lambda_{0,5}$ = Halbwertsbreite der Spektrallinie, die ebenfalls durch die Emissionszeit bestimmt,

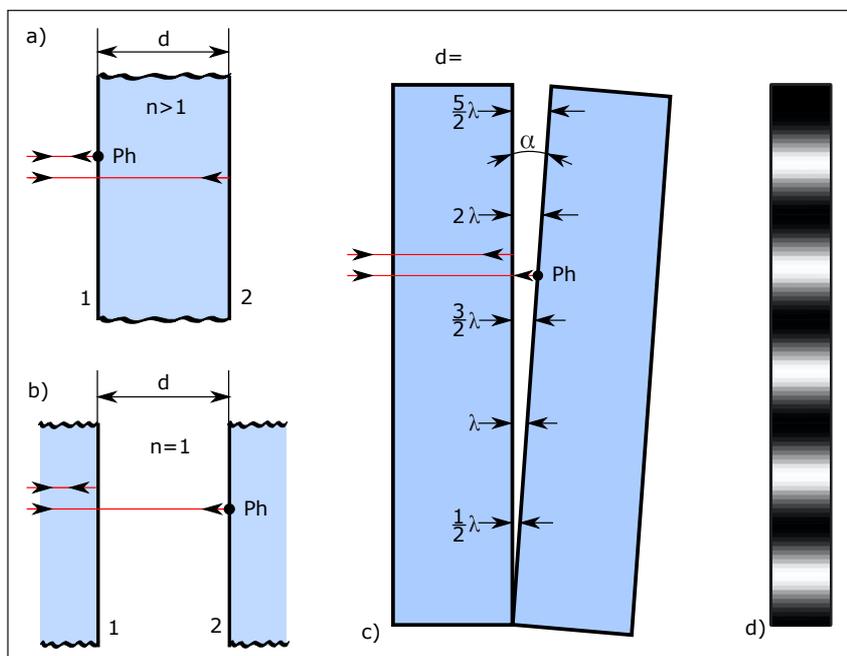


Abb. 1.7
Interferenzen gleicher Dicke: a) Platte in Luft, b) Luftplatte zwischen Glas, c) Luftkeil, d) Lage der Interferenzstreifen bei dem Luftkeil (um 90° gegenüber c) gedreht). Ph = Reflexion mit Phasensprung um $\lambda/2$

aber durch Störeinflüsse (Doppler-Effekt, Stoßverbreiterung) noch vergrößert wird. Zeitliche Kohärenz hängt also unmittelbar mit Monochromasie zusammen. Haben die durch Aufspaltung entstandenen, interferenzfähigen Wellenzüge durch unterschiedliche optische Wege einen Gangunterschied Γ erhalten, so muss $\Gamma \leq l_{\text{koh}}$ sein, wenn noch Interferenz auftreten soll – sonst überdecken sich die Wellenzüge ja überhaupt nicht mehr. Mit abnehmender Überdeckungslänge nimmt aber der Streifenkontrast ab. Erfahrungsgemäß sollte deshalb $\Gamma \leq l_{\text{koh}}/2$ sein (gelegentlich wird auch dieser reduzierte Wert als „Kohärenzlänge“ bezeichnet). Die maximale Interferenzordnung ergibt sich damit zu $\Gamma/\lambda \approx \lambda/2\Delta\lambda_{0,5}$: Hohe Interferenzordnungen sind also nur bei streng monochromatischem Licht beobachtbar. Ist diese Voraussetzung erfüllt, so wird die Anzahl N der beobachtbaren Interferenzstreifen noch durch die Beobachtungsapertur begrenzt. Ist u der halbe Öffnungswinkel, so ergibt sich für die Anzahl N der erkennbaren Streifen

$$N = 1 + \frac{1}{2(1 - \cos u)} \quad (1.22)$$

Bei Betrachtung mit bloßem Auge und 5 mm großer Pupille aus 250 mm Abstand ist $u = 1/100$, N etwa 10 000; unter einem Mikroskop mit einer Apertur des Objektivs von 0,25 ist $N = 17$. Dies ist bei jedem Versuch, Interferenzerscheinungen vergrößert zu betrachten, zu beachten. Weiterhin ist räumliche Kohärenz der interferierenden Wellenzüge erforderlich, d. h., es dürfen nur geringe Wegunterschiede zu den einzelnen Punkten einer Leuchfläche

(z. B. Spalt mit der Breite D) auftreten. Mit der Apertur sin u gilt für die räumliche Kohärenz die Bedingung

$$D \cdot \sin u \ll \frac{\lambda}{2} \quad (1.23)$$

Für die in Abbildung 1.7 dargestellte Zweistrahlinterferenz ist die an Fläche 2 reflektierte Welle durch den geometrischen „Umweg“ $2d$ verzögert. Außerdem ist jeweils bei der Reflexion am dichteren Medium ein Phasensprung um $\pi \hat{=} 180^\circ \hat{=} \lambda/2$ zu berücksichtigen, d. h. ein „Umklappen“ der Phase an der Grenzfläche. Berücksichtigt man noch die Brechzahl n der Platte, so ergibt sich für den Gangunterschied Γ bzw. die Ordnungszahl Γ/λ :

a) bei dünner Platte mit $n > 1$ in Luft

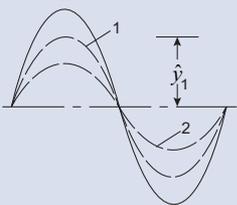
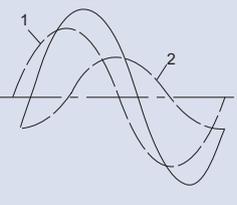
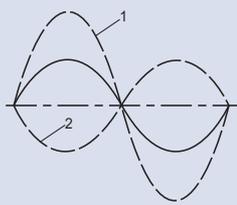
$$\begin{aligned} \Gamma &= 2 \cdot n \cdot d - \frac{\lambda}{2} \\ \frac{\Gamma}{\lambda} &= \frac{2 \cdot n \cdot d}{\lambda} - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (1.24)$$

b) bei einer „Luftplatte“ zwischen dichteren Medien

$$\begin{aligned} \Gamma &= 2 \cdot d + \frac{\lambda}{2} \\ \frac{\Gamma}{\lambda} &= \frac{2 \cdot d}{\lambda} + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Bei planparallelen Platten und einer einfallenden ebenen Welle ergibt die Interferenz im gesamten Feld gleichmäßige Helligkeit, die von Dicke d und Brechzahl n abhängt (vgl. Tab. 1.2, Zeile $E_2 = E_1$). Werden nun aber die Glasplat-

Tab. 1.2 Beleuchtungsstärke und Kontrast bei Zweistrahlinterferenz

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Ausgewählte Phasenverschiebung			Kontrast
Γ	$m \cdot \lambda$	$(2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$	$(2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$	$M = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{E_{\text{max}} + E_{\text{min}}}$
$\Delta\varphi$	$m \cdot 2\pi$ ($0^\circ; \pm 360^\circ; \pm 720^\circ \dots$)	$(2m + 1) \frac{\pi}{2}$ ($\pm 90^\circ; \pm 270^\circ; \dots$)	$(2m + 1) \cdot \pi$ ($\pm 180^\circ; \pm 540^\circ; \dots$)	
$\cos \Delta\varphi$	1	0	-1	
$E_2 = E_1$	$E = 4 \cdot E_1$	$E = 2 \cdot E_1$	$E = 0$	$M = 1$
$E_2 < E_1$	$E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 \cdot E_2}$	$E = E_1 + E_2$	$E = E_1 + E_2 - 2\sqrt{E_1 \cdot E_2}$	$M < 1$
$E_2 \ll E_1$	$E \approx E_1$	$E \approx E_1$	$E \approx E_1$	$M \approx 0$
Bild für $E_2 < E_1$				
	Maximum		Minimum	

ten von Abbildung 1.7 b um den kleinen Winkel α gegeneinander geneigt, so entsteht ein „Luftkeil“ (Abb. 1.7 c): Durch den zunehmenden Abstand d nimmt der Gangunterschied in vertikaler Richtung zu; es entstehen gleichabständige helle und dunkle Interferenzstreifen, die als Fizeau-Streifen bezeichnet werden. Jeder Interferenzstreifen verbindet alle Punkte gleicher Keildicke d ; es handelt sich also um Interferenzen gleicher Dicke. Die dunklen Streifen liegen jeweils an den Stellen, für die $2d = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ ist, weil ja stets der Phasensprung um $\lambda/2$ hinzukommt. Der Abstand zwischen zwei dunklen Interferenzstreifen entspricht jeweils einer Änderung der Keildicke um $\lambda/2$. Dies ist ein wichtiges Ergebnis für die Messtechnik (vgl. Kap. 14). Fizeau-Linien müssen keine parallelen Streifen sein; sind sie kreisförmig (z. B. bei Luftraum zwischen Plan- und Kugelfläche), so heißen sie auch Newton-Ringe. Bei den genannten Fällen ist der Streifenkontrast gut, weil die Amplituden der an beiden Flächen reflektierten Wellen etwa gleich sind. Der Reflexionsgrad \hat{c} selbst beträgt nur einige Prozent.

Abbildung 1.8 zeigt schematisch das Entstehen von Interferenzen gleicher Neigung: Auf eine planparallele Platte trifft von der Lichtquelle Q ein divergentes (oder auch ein durch eine Linse konvergent gemachtes) Bündel, dessen Strahlen ganz unterschiedliche Einfallswinkel ε ergeben. Im oberen Teil ist nur ein Strahl und seine Aufteilung gezeichnet. Als Gangunterschied zwischen den beiden reflektierten Wellen ergibt sich $\Gamma = l_1 + l_2 - l_3 - \lambda/2$; damit erhält man

$$\Gamma = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - \frac{\lambda}{2} \quad (1.26)$$

und für die Interferenzordnung

$$\frac{\Gamma}{\lambda} = \frac{2 \cdot d}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - \frac{1}{2} \quad (1.27)$$

Wegen der Rotationssymmetrie der Darstellung von Abbildung 1.8 liegen die Richtungen aller interferierenden Strahlen mit dem gleichen Einfallswinkel ε auf einem Kegelmantel; diese Strahlen werden in der Brennebene einer Linse zu einer ringförmigen Interferenzfigur vereinigt: Bei Interferenzen gleicher Neigung entstehen Haidinger-Ringe. Mit zunehmendem Winkel ε werden also Interferenzmaxima und -minima entsprechend hellen und dunklen Ringen durchlaufen. Gemäß Gleichung (1.27) ist die Interferenzordnung in der Mitte ($\varepsilon = 0$) am höchsten.

Mit Beugung wird das Eindringen von Wellen in geometrische Schattenräume bezeichnet, also eine nicht durch Brechung oder Reflexion bedingte Richtungsänderung. Beugung tritt bei jeder Begrenzung eines Wellenfeldes senkrecht zur Ausbreitungsrichtung auf; sie kann mit dem Huygens-Prinzip der Elementarwellen erklärt werden: Fällt Licht durch eine Öffnung, so gehen von jedem ihrer Punkte Kugelwellen aus; durch ihre Interferenz er-

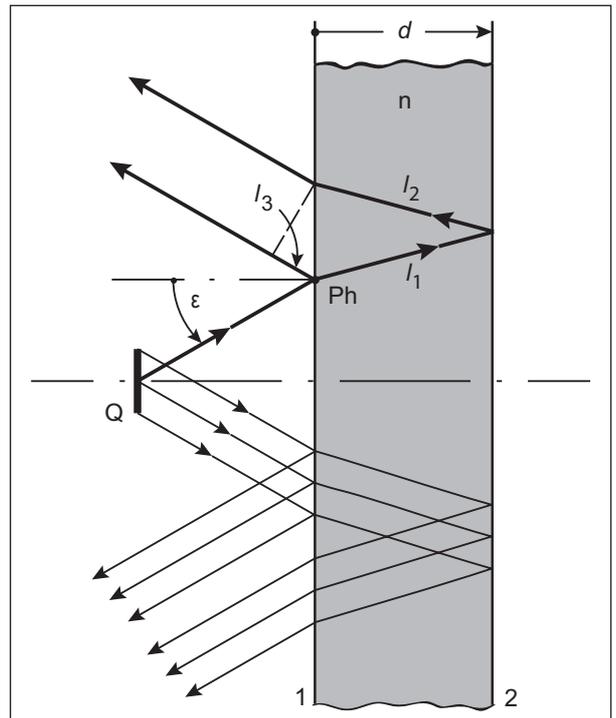


Abb. 1.8 Interferenzen gleicher Neigung: Q = Lichtquelle, Ph = Reflexion mit Phasensprung

geben sich in bestimmten Richtungen Beugungsmaxima und -minima. Wird die beugende Öffnung mit Parallellicht bestrahlt und beobachtet man die Interferenzerscheinung in der Brennebene einer nachfolgenden Linse, so liegt Fraunhofer-Beugung vor (Lichtquelle und Beobachtungsort liegen für die Öffnung im ∞ oder jedenfalls in großer Entfernung), während sich bei kleineren endlichen Entfernungen Fresnel-Beugung ergibt. Wirkt als beugende Öffnung ein Spalt mit einer gegenüber der Spaltbreite B großen Länge, so gelten für die Ablenkungswinkel δ , unter denen Maxima und Minima der Beleuchtungsstärke auftreten, die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} \text{Maxima} \quad & \delta = 0; \quad \sin \delta = \frac{2m+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{B} \\ \text{Minima} \quad & \sin \delta = m \cdot \frac{\lambda}{B} \end{aligned} \quad (1.28)$$

mit $m = 1, 2, 3, \dots$ Bei $\delta = 0$ liegt das „Beugungsmaximum nullter Ordnung“, d. h., in dieser Richtung verlaufen die unabgelenkten Strahlen. Die weitere Untersuchung der Spaltbeugung führt über den Doppelspalt zum Beugungsgitter (Stöbel 1993, Löffler-Mang 2012). Zu anderen Anwendungen der Beugung gehört auch die Holografie (Kap. 21). Im Übrigen begrenzt die Beugung prinzipiell die Leistungsfähigkeit optischer Systeme auch bei optimaler Korrektur aller geometrischen Abbildungsfehler.

Dies zeigt die Beugung an einer kreisförmigen Öffnung mit dem Durchmesser D . Kreisförmige Öffnungen treten als Aperturblenden in den meisten optischen Geräten auf. Wird ein idealer Objektpunkt (z. B. Fixstern) in der Brennebene eines idealen, d. h. von Abbildungsfehlern freien Objektivs abgebildet, so entsteht dort keineswegs ein Bildpunkt, sondern ein Beugungsscheibchen, das aus einem hellen Zentrum („Airy-Scheibchen“) besteht, an das sich nach außen eine Folge von hellen und dunklen Interferenzringen anschließt. Abbildung 1.9 zeigt einen Querschnitt durch die bezüglich der E_{rel} -Achse rotationssymmetrische Beleuchtungsstärkeverteilung des „Bildpunktes“. Die wesentlichen Daten sind in Tabelle 1.3 zusammengefasst ($\rho' = \text{Radius}$).

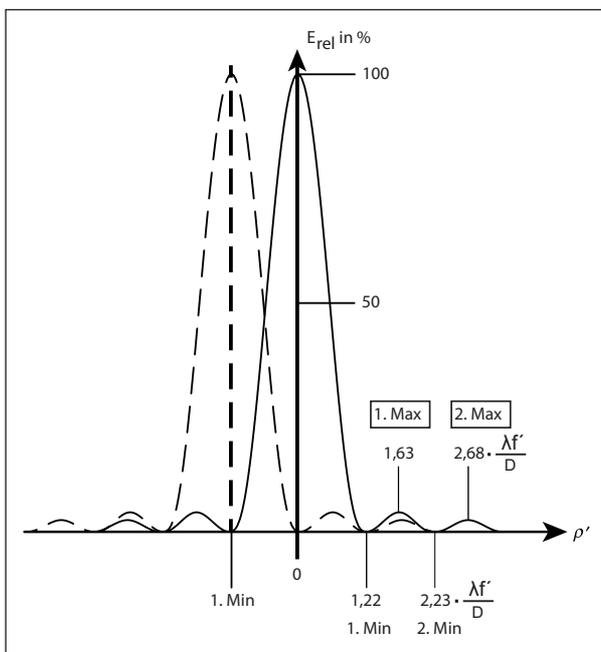


Abb. 1.9 Beleuchtungsstärke-Verteilung im Beugungsscheibchen; gestrichelt: benachbarter Bildpunkt an der Grenze des Auflösungsvermögens

Aus Abbildung 1.9 und Tabelle 1.3 ist zu entnehmen, dass die Beleuchtungsstärke im Airy-Scheibchen wesentlich höher als in den Ringen ist. Deshalb gilt konventionell der Radius des ersten dunklen Ringes:

$$\rho'_{1,\text{Min}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot f' \quad (1.29)$$

als der „Radius des Beugungsscheibchens“. Setzt man für f'/D die Blendenzahl k ($k = f'/D_{\text{EP}}$, Kap. 4) und für den sichtbaren Bereich $\lambda = 550 \text{ nm}$, so erhält man für den Durchmesser des Beugungsscheibchens 2ρ in μm

$$\frac{2\rho'}{\mu\text{m}} = 1,34 \cdot k$$

oder ganz grob

$$\frac{2\rho'}{\mu\text{m}} \approx k \quad (1.30)$$

Wird z. B. auf $k = 8$ abgebildet, so hat das Beugungsscheibchen etwa $11 \mu\text{m}$ Durchmesser.

Vom Objektivhauptpunkt H' aus erscheint der Radius des Beugungsscheibchens unter dem Winkel $\delta'_{1,\text{Min}} = \rho'_{1,\text{Min}}/f'$, also

$$\delta'_{1,\text{Min}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (1.31)$$

was mit $\lambda = 550 \text{ nm}$ zu

$$\delta'_{1,\text{Min}} = \frac{138''}{D(\text{mm})} \quad (1.32)$$

führt.

Beispielsweise würde eine Eintrittspupille von 69 mm Durchmesser einen Winkel $\delta'_{1,\text{Min}} = 2''$ ergeben, d. h. das Beugungsscheibchen hätte eine Winkelausdehnung von $4''$ (Winkelsekunden). Bei Weißlicht geben die Gleichungen nur Näherungen an.

In Abbildung 1.9 ist noch die Beleuchtungsstärke-Verteilung für einen benachbarten Bildpunkt gestrichelt eingezeichnet. Beide Punkte sind gerade um $\rho'_{1,\text{Min}}$ gegeneinander verschoben, d. h., das Zentrum (0. Maximum) eines Punktes fällt auf den 1. dunklen Ring des anderen Punk-

Tab. 1.3 Daten zur Beugung an kreisförmiger Öffnung

	0. Maximum (Mitte)	1. Minimum (1. dunkler Ring)	1. Maximum (1. heller Ring)	2. Minimum (2. dunkler Ring)	2. Maximum (2. heller Ring)
Radius ρ'	0	$1,22 \cdot \frac{\lambda f'}{D}$	$1,63 \cdot \frac{\lambda f'}{D}$	$2,23 \cdot \frac{\lambda f'}{D}$	$2,68 \cdot \frac{\lambda f'}{D}$
Relative Beleuchtungsstärke E_{rel}	100%	0	1,75%	0	0,42%
Lichtstromanteil Φ/Φ_{ges}	83,8% (Airy-Scheibchen)		7,2% im Ring		2,8% im Ring

tes. Dann ist nach dem Rayleigh-Kriterium gerade die Grenze des Auflösungsvermögens erreicht: Die Addition der Beleuchtungsstärken ergibt zwischen beiden Maxima noch eine Einsenkung auf ca. 75 % des Maximums, so dass beide Punkte noch getrennt erkannt werden. Damit ist die Beugungsgrenze der Auflösung für zwei Objektpunkte dann erreicht, wenn sie sich bis auf einen Winkelabstand $w = \delta'_{1,\text{Min}} = 1,22 \cdot \lambda / D$ genähert haben. Durch die geometrischen Abbildungsfehler wird die Auflösung gegenüber dieser Beugungsbegrenzung weiter verschlechtert.

Damit die Unschärfe des Bildpunktes vom Auge nicht wahrgenommen werden kann, muss sie unterhalb der Auflösungsgrenze des Auges (etwa 1' bis 2'; Kap. 6) bleiben. Wird ein Bild durch ein optisches Gerät bis an diese Grenze heran vergrößert, so ergibt sich förderliche Vergrößerung, darüber hinaus aber leere Vergrößerung, die keine neuen Details zeigt. Das Bild ist aber trotzdem oft bequemer zu betrachten, wenn die Grenze der förderlichen Vergrößerung etwas überschritten wird. Beim Mikroskop kann die Grenze der förderlichen Vergrößerung mit $\Gamma'_{\text{M}} = 500 A$ bis $1000 A$ angesetzt werden (Kap. 11), mit der numerischen Apertur $A = n \sin u$. Beim Fernrohr kann die Grenze der förderlichen Vergrößerung mit der Zahlenwertgleichung $\Gamma'_{\text{F}} = D_{\text{EP}}$ (in mm) abgeschätzt werden. Bei einem freien Objektivdurchmesser von z. B. 30 mm wird also erst bei etwa 30-facher Vergrößerung die förderliche Grenze erreicht.

Durch Abblenden optischer Geräte auf kleinere Aperturdurchmesser D nehmen im Allgemeinen die geometrischen Abbildungsfehler ab, während die Beugungsunschärfe gemäß Gleichung (1.29) zunimmt. Ein günstiger Kompromiss wird dann erreicht, wenn geometrische und wellenoptische Unschärfe etwa gleich sind. Aus diesen Überlegungen folgt auch für die Lochkamera ein optimaler Lochdurchmesser

$$D = 1,6 \cdot \sqrt{f' \cdot \lambda} \quad (1.33)$$

wobei f die Kameralänge bei Einstellung auf ∞ ist. Der Faktor 1,6 ist nicht kritisch.

Wie das Loch in Transmission, wirkt entsprechend ein planer „Lochspiegel“ in Reflexion. Bei ringförmiger Öffnung (z. B. zentrale Abdeckung des Hauptspiegels durch einen Fangspiegel bei Teleskopen) ändern sich gegenüber Tabelle 1.3 die Lagen und die Intensitätsverteilung der Beugungsmaxima und -minima. Mit D_{a} = Außen-, D_{i} = Innendurchmesser der ringförmigen Apertur ist das Abschattungsverhältnis $\varepsilon = D_{\text{i}} / D_{\text{a}}$ ($\varepsilon < 1$). Tabelle 1.4 gibt einen Überblick (Rivolta 1986).

Ergebnis: Mit zunehmender Abschattung wird zwar $\rho'_{1,\text{Min}}$ geringer, aber durch hellere Ringe (1. und 2. Max.) sinkt der Kontrast

1.6 Gauß-Strahlen

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen wird durch eine Wellengleichung beschrieben, die aus den Maxwell-Gleichungen hergeleitet werden kann:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.34)$$

Als einfachste Lösung für diese Gleichung werden oft harmonische ebene Wellen angesetzt, die aber einen realen Lichtstrahl und im Besonderen einen Laserstrahl schlecht beschreiben:

$$\vec{E}(x, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.35)$$

Eine viel bessere Beschreibung dafür ist der Gauß-Strahl, der ebenfalls eine Lösung der Wellengleichung darstellt. Der Gauß-Strahl ist eine elektromagnetische Welle, die rotationssymmetrisch zur Ausbreitungsrichtung verläuft und deren Intensität in radialer Richtung gaußförmig abnimmt:

$$I(r) = I_0 e^{-2(r/w)^2} \quad (1.36)$$

Tab. 1.4 Daten zur Beugung an ringförmiger Öffnung

Abschattung		0. Maximum	1. Minimum	1. Maximum	2. Minimum	2. Maximum
$\varepsilon = 0,3$	ρ'	0	$1,11 \cdot \lambda \cdot k$	$1,61 \cdot \lambda \cdot k$	$2,42 \cdot \lambda \cdot k$	$2,73 \cdot \lambda \cdot k$
	E_{rel}	100%	0	4,75%	0	1,10%
$\varepsilon = 0,5$	ρ'	0	$1,00 \cdot \lambda \cdot k$	$1,54 \cdot \lambda \cdot k$	$2,29 \cdot \lambda \cdot k$	$2,76 \cdot \lambda \cdot k$
	E_{rel}	100%	0	9,63%	0	1,24%
$\varepsilon = 0,7$	ρ'	0	$0,90 \cdot \lambda \cdot k$	$1,41 \cdot \lambda \cdot k$	$2,06 \cdot \lambda \cdot k$	$2,58 \cdot \lambda \cdot k$
	E_{rel}	100%	0	13,95%	0	5,33%

Für den Abstand $r = w$ von der Strahlachse ergibt sich:

$$I(w) = I_0 e^{-2(w/w)^2} = I_0 e^{-2} \quad (1.37)$$

Bei diesem speziellen Radius ist also die Intensität auf $1/e^2$ ($\approx 13,5\%$) abgeklungen und man nennt ihn normalerweise Strahlradius. Diese Definition erscheint zunächst willkürlich und man sollte im Sinn behalten, dass der Gauß-Strahl auch noch außerhalb dieses Strahlradius weit ausgedehnt ist. Für die Wahrnehmung mit dem Auge ist die Definition aber gut geeignet, weil aufgrund der Dynamik des Auges ein Strahl nur erkennbar bleibt, bis er auf ungefähr $1/e^2$ abgeklungen ist.

Der Strahlradius ist aber im Allgemeinen nicht konstant, sondern er ändert sich mit der Lauflänge z . Dies wird durch einen zweiten Term in der Gleichung beschrieben:

$$I(z, r) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2(r/w(z))^2} \quad (1.38)$$

Hierin ist w_0 die Strahltaile bei $z = 0$ und $w(z)$ ist gegeben durch

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (1.39)$$

mit der Rayleigh-Länge

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1.40)$$

die als charakteristisches Längenmaß für den Gauß-Strahl interpretiert werden kann. Für die Lauflänge $z = z_R$, also nach einer Rayleigh-Länge, ist der Strahlradius auf $\sqrt{2} w_0$ angewachsen, was durch Einsetzen von z_R in Gleichung (1.38) überprüft werden kann. Die Rayleigh-Länge z_R ist festgelegt durch die Wellenlänge λ und den anfänglichen Strahlradius w_0 ; w_0 wiederum ist für einen Laser, der in seiner Grundmode schwingt (TEM₀₀), vorgegeben durch die Resonatorbauform. In Abbildung 1.10 sind normierte gaußförmige Intensitätsprofile für verschiedene Lauflängen dargestellt.

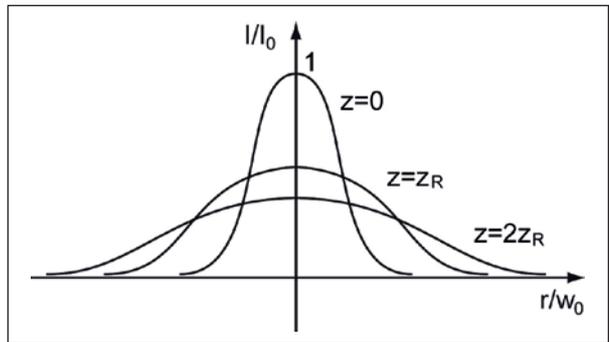


Abb. 1.10 Normierte gaußförmige Intensitätsprofile für verschiedene Lauflängen

Es können zwei klare Fälle unterschieden werden:

Im Nahfeld mit $z \ll z_R$ liefert Gleichung (1.39) für den Strahlradius $w(z) \approx w_0$, da der zweite Term unter der Wurzel vernachlässigt werden kann.

Im Fernfeld mit $z \gg z_R$ liefert Gleichung (1.39) die Näherung $w(z) \approx \frac{w_0}{z_R} z$, da die 1 unter der Wurzel vernachlässigt werden kann.

Im Fernfeld verhält sich der Gauß-Strahl also linear mit einem konstanten Öffnungswinkel

$$\theta_0 = \tan \theta_0 = \frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (1.41)$$

Hier wurde im letzten Schritt die Rayleigh-Länge aus Gleichung (1.40) eingesetzt. Diese Gleichung ist ein gutes Hilfsmittel zur Abschätzung der Divergenz eines vorgegebenen Lasers.

Ein wesentlicher Unterschied von Gauß-Strahlen und ebenen Wellen wurde aufgezeigt, nämlich das charakteristische radiale Abklingen des Gauß-Strahls, wohingegen die ebene Welle quer zur Ausbreitung unendlich ausgedehnt ist mit konstanter Intensität. Ein zweiter Unterschied ist, dass die Wellenfronten (Phasenflächen) im Gauß-Strahl nicht eben sind, sondern durch Kugelflächen angenähert werden (Abb. 1.11).

Die Unterschiede von Gauß-Strahl und ebener Welle haben Auswirkungen auf das Ausbreitungsverhalten von

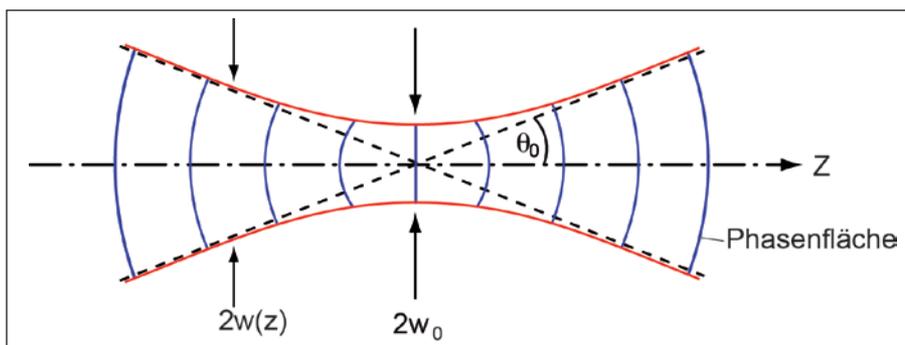


Abb. 1.11 Phasenflächen im Bereich der Taille eines gaußförmigen Strahls

1

Laserstrahlen, speziell beim Durchgang durch optische Systeme. Das soll im Abschluss dieses Kapitels anhand von zwei grundlegenden technischen Vorgängen erläutert werden.

Als Erstes wird die Fokussierung eines Gauß-Strahls betrachtet. Abbildung 1.12 zeigt den prinzipiellen Strahlverlauf. Die Gleichung zur Berechnung der neuen fokussierten Strahltaille hinter der Linse $2w'_0$ folgt mit einigen Schritten aus der allgemeinen Abbildungsgleichung:

$$w'_0 = \frac{\lambda f}{\pi w_0} \quad (1.42)$$

Das Ergebnis ist überraschend: Je größer w_0 vor der Linse, desto kleiner wird w'_0 nach der Fokussierung. Der Strahlradius w_0 kann aber nicht größer als der halbe Linsendurchmesser $D/2$ werden, d.h., die maximal mögliche Fokussierung ist

$$w'_0 = \frac{2\lambda f}{\pi D} \quad (1.43)$$

Die Erkenntnis daraus lautet, dass eine große Linse einen kleinen Fokus macht. Das findet häufig Anwendung in der Messtechnik, wenn möglichst scharfe Fokussierungen angestrebt werden. In diesen Fällen weitet man einen Laser-

strahl zunächst auf und fokussiert ihn dann mit einer größeren Linse (siehe Beispiele in Kap. 23).

Das führt direkt zum zweiten wichtigen Vorgang, zur Aufweitung eines Gauß-Strahls. Im einfachsten Fall nimmt man dafür ein umgekehrtes Kepler-Fernrohr zu Hilfe (siehe Kap. 10). Zwei Linsen mit unterschiedlichen Brennweiten und einem gemeinsamen Fokus (für den geometrischen Strahlengang siehe Abb. 1.13) liefern eine Strahlaufweitung von $\frac{D}{d} = \frac{f_2}{f_1}$.

Wählt man die gleiche Anordnung auch für den Gauß-Strahl, dann ergibt sich der prinzipielle Strahlverlauf aus Abbildung 1.14. Wie bei der Fokussierung folgt auch bei der Aufweitung mit einigen Schritten aus der allgemeinen Abbildungsgleichung die Gleichung für die neue aufgeweitete Strahltaille w'_{02} :

$$w'_{02} = w_{01} \frac{f_2}{f_1} \sqrt{\frac{(a - f_1)^2 + z_R^2}{z_R^2}} \quad (1.44)$$

Setzt man nun für den Abstand a der Strahltaille $2w_{01}$ vor der ersten Linse genau die Brennweite f_1 dieser Linse ein, dann ergibt sich wie bei der geometrischen Optik:

$$w'_{02} = w_{01} \frac{f_2}{f_1} \quad (1.45)$$

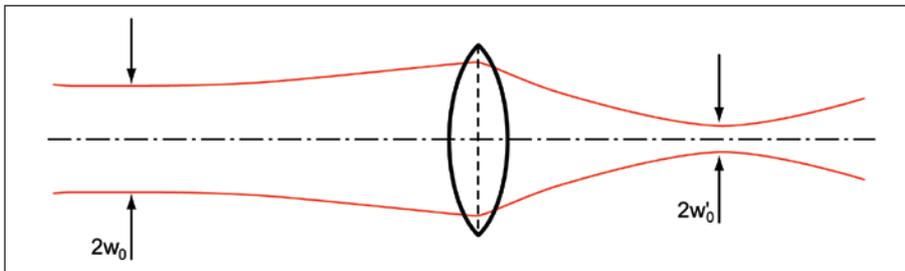


Abb. 1.12
Fokussierung eines gaußförmigen Strahls durch eine Linse

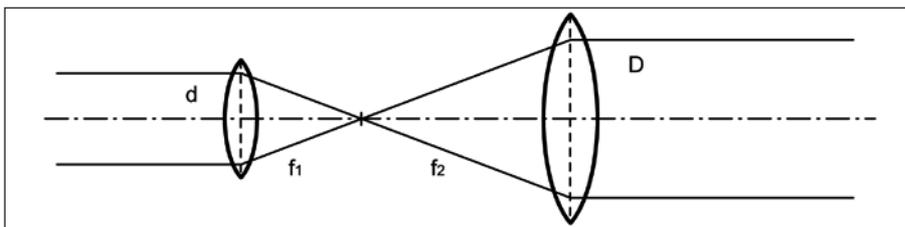


Abb. 1.13
Strahlaufweitung mit Kepler-Fernrohr, geometrische Optik

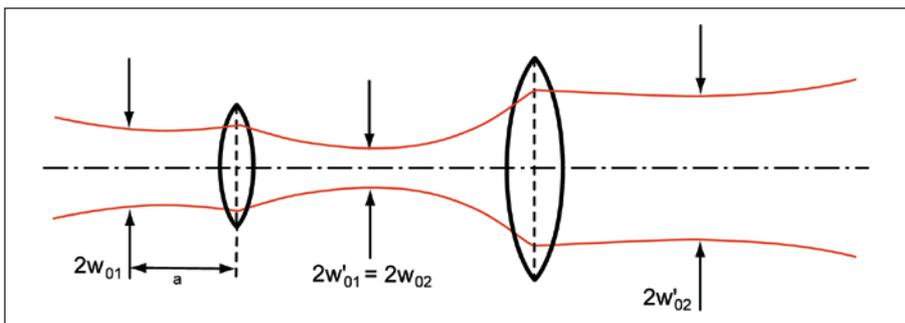


Abb. 1.14
Strahlaufweitung mit Kepler-Fernrohr für gaußförmige Strahlen

wobei die Divergenz des Strahles abnimmt durch die Aufweitung:

$$\theta_2 = \theta_1 \frac{f_1}{f_2} \quad (1.46)$$

Für weitere Anwendungen des Modells der gaußförmigen Intensitätsverteilung auf Laserstrahlen siehe auch Kapitel 4.7 und Kapitel 6.4.

1.7 Polarisation

In den vorangegangenen Unterkapiteln wird Licht in verschiedenen Aspekten als elektromagnetische Welle betrachtet, beschrieben durch das elektrische Feld \vec{E} und den magnetischen Fluss \vec{B} . In diesem Unterkapitel wird die Orientierung des elektrischen Feldes zur Charakterisierung der Welle herangezogen, obwohl historisch bedingt vor allem früher als Polarisations Ebene die Ebene bezeichnet wurde, in der der magnetische Vektor der Lichtwelle schwingt. Da \vec{B} jedoch immer senkrecht auf \vec{E} steht, geht durch die Wahl hier keine Information verloren.

An dieser Stelle erfolgt nur eine kurze Einführung zur Polarisation, mit ersten Erläuterungen der verschiedenen Polarisationszustände sowie der physikalischen Mechanismen zur Erzeugung von polarisiertem Licht. Für eine ausführliche und mathematisch genaue Diskussion sei auf Kapitel 17 verwiesen.

Polarisationszustände

Betrachtet man ungestörtes Sonnenlicht, dann handelt es sich um kurze, willkürliche Wellenzüge ohne festen Bezug zueinander und ohne Vorzugsrichtung des elektrischen Feldes. Diesen Zustand nennt man unpolarisiert.

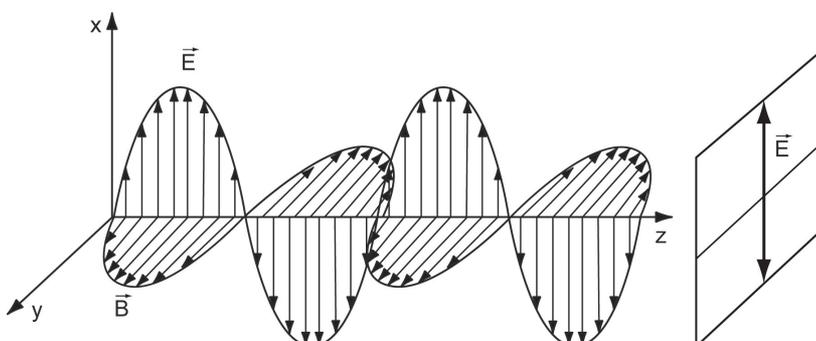


Abb. 1.15

Elektrisches und magnetisches Feld einer linear polarisierten Welle

In Abbildung 1.15 ist eine elektromagnetische Welle grafisch dargestellt. Es handelt sich hierbei um einen Spezialfall mit konstanter Orientierung der Felder. Das elektrische Feld und der Ausbreitungsvektor liegen in einer feststehenden Ebene. Würde man die Welle in einer Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung beobachten, dann würde das elektrische Feld entlang einer Linie harmonisch schwingen, wie in Abbildung 1.15 rechts angedeutet. Diesen Spezialfall nennt man lineare Polarisation und man spricht von linear polarisiertem oder manchmal auch vereinfacht von linearem Licht.

Für die weiteren Überlegungen werden nun zwei harmonische, linear polarisierte Lichtwellen mit derselben Frequenz herangezogen, deren elektrische Felder senkrecht aufeinander stehen. Je nach Phasenbeziehung zwischen den Wellen können damit die unterschiedlichen Polarisationszustände hergeleitet werden. Die beiden Wellen werden mathematisch folgendermaßen dargestellt:

$$\vec{E}_x(z,t) = \vec{i} E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (1.47)$$

$$\vec{E}_y(z,t) = \vec{j} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \quad (1.48)$$

ε ist hierbei der relative Phasenunterschied zwischen den Wellen, \vec{i} und \vec{j} sind die Einheitsvektoren in x - und y -Richtung und z ist die Ausbreitungsrichtung. Die resultierende optische Welle bei der Überlagerung ist durch die Vektoraddition gegeben:

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_x(z,t) + \vec{E}_y(z,t) \quad (1.49)$$

Um den zweiten Spezialfall der zirkularen Polarisation zu erhalten, bekommen die Einzelwellen zunächst die gleichen Amplituden $E_{0x} = E_{0y} = E_0$.

Als relativen Phasenunterschied wird gewählt: $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$

Dann werden die Einzelwellen zu

$$\vec{E}_x(z,t) = \vec{i} E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (1.50)$$

$$\vec{E}_y(z,t) = \vec{j} E_0 \sin(kz - \omega t) \quad (1.51)$$

da der Cosinus bei einer Phasenverschiebung von $-\pi/2$ gerade zum Sinus wird. Die resultierende Welle kann wie folgt geschrieben werden:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \left[\vec{i} \cos(kz - \omega t) + \vec{j} \sin(kz - \omega t) \right] \quad (1.52)$$

In einer festen Beobachtungsebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist das resultierende elektrische Feld ein umlaufender Zeiger, gegeben durch die Summe aus $\vec{i} \cos(\dots) + \vec{j} \sin(\dots)$. Dies ist in Abbildung 1.16 dargestellt.

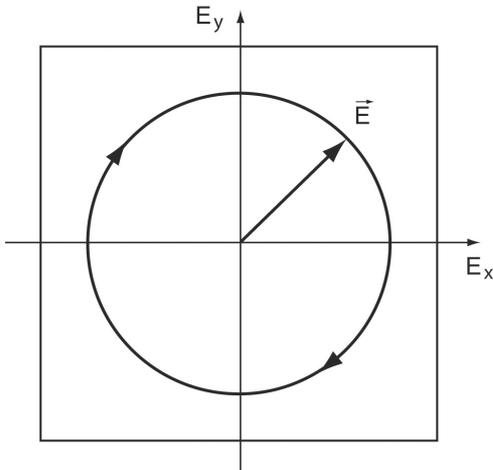


Abb. 1.16 Elektrische Feldstärke einer zirkular polarisierten Welle beim Durchgang durch eine feste Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

Gibt man im letzten Schritt die Einschränkungen von oben für Amplitude und Phase auf, dann ist ohne weitere Rechnung intuitiv klar, dass sich das resultierende elektrische Feld in einer Beobachtungsphase dreht und dabei seinen Betrag variiert. Der Endpunkt des \vec{E} -Vektors beschreibt eine Ellipse, deren Halbachsen durch die Amplituden E_{0x} und E_{0y} festgelegt werden und deren Schräglage durch die relative Phase ε bestimmt wird. Diesen Zustand nennt man elliptische Polarisation. Er ist in Abbildung 1.17 dargestellt.

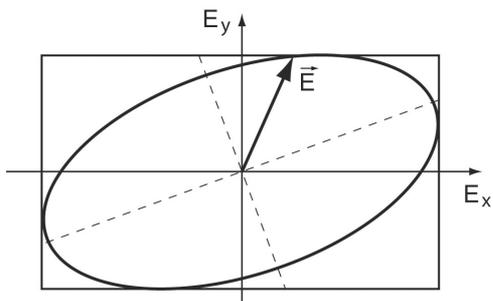


Abb. 1.17 Elektrische Feldstärke einer elliptisch polarisierten Welle beim Durchgang durch eine feste Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

Physikalische Mechanismen

An dieser Stelle werden kurz die vier fundamentalen Mechanismen, die zur Erzeugung von polarisiertem Licht führen, rein physikalisch erläutert. Für eine ausführliche und mathematische Beschreibung sei auf Kapitel 17 verwiesen. Eine grundlegende Eigenschaft aller Polarisierungen ist eine Form von Asymmetrie. Nur dadurch kann aus unpolarisiertem Licht ein bevorzugter Polarisationszustand ausgewählt und abgetrennt werden. Im Folgenden wird gezeigt, durch welche physikalischen Mechanismen diese Asymmetrie entsteht.

a) Dichroismus

Mit Dichroismus bezeichnet man eine selektive Absorption. Durch eine physikalische Anisotropie absorbiert der Polarisator selektiv eine elektrische Feldkomponente, während er für die andere (zur ersten Komponente senkrecht stehend) im Wesentlichen transparent ist. Ein einfaches Modell dieser Art ist ein Drahtgitter (Abb. 1.18). Im dargestellten Beispiel trifft eine unpolarisierte Welle von links auf ein Drahtgitter. Das elektrische Feld kann zu jedem Moment in eine Komponente parallel und eine senkrecht zu den Drähten zerlegt werden.

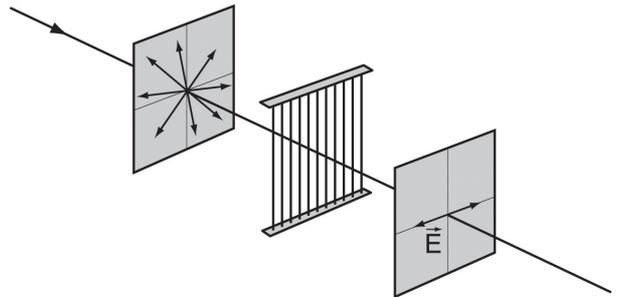


Abb. 1.18 Polarisation einer Welle beim Durchgang durch ein Drahtgitter

Die Komponente parallel zu den Drähten induziert einen elektrischen Strom in den Drähten und erwärmt dadurch die Drähte. Es wird Energie abgegeben, d.h. die Komponente wird geschwächt bzw. absorbiert. Die Komponente senkrecht zu den Drähten kann keine Elektronen in den Drähten bewegen und bleibt deshalb im Wesentlichen unverändert. Aus dem unpolarisierten Gemisch lässt der Polarisator also bevorzugt die Komponente senkrecht zu den Drähten passieren. Übrig bleibt damit eine quasi linear polarisierte Welle.

Ein solcher Drahtgitterpolarisator ist leicht verständlich, aufgrund der geometrischen Abmessungen aber nur für Mikrowellen oder fernes Infrarotlicht einsetzbar. Für sichtbares Licht technisch relevanter sind dichroitische Kristalle, wie z.B. Turmalin. Mit Abstand am häufigsten verwendet wird allerdings das Polaroid-Filter. Zur Herstel-

lung von Polaroid-Filtern wird Folie aus Polyvinylalkohol erhitzt und gestreckt. Dabei richten sich die langen Kohlenwasserstoffatome ähnlich einem Drahtgitter parallel aus. Danach wird die Folie in eine Farblösung mit Jod getaucht und es lagern sich leitfähige Jodketten an die Kohlenwasserstoffmoleküle an. Damit ist eine Struktur entstanden, deren Wirkungsweise prinzipiell dem Drahtgitter gleicht, die aber aufgrund ihrer feineren Struktur vor allem für sichtbares Licht geeignet ist.

b) Doppelbrechung

Viele kristalline Substanzen sind optisch anisotrop, d. h. ihre optischen Eigenschaften sind aufgrund der Kristallstrukturen nicht in allen Richtungen innerhalb des Kristalls identisch. Zum besseren Verständnis dieses Verhaltens wird die Ausbreitung von Licht in einem transparenten Stoff anhand eines Modells betrachtet. Man kann sich dabei vorstellen, dass die Atome im Stoff durch das elektrische Feld zu Schwingungen angeregt werden und dadurch wieder ausstrahlen. Die Atomschwingungen sind die Quellen von Elementarwellen, die in der Überlagerung die resultierende Brechungswelle bilden.

Die Geschwindigkeit der Welle und damit die Brechzahl n wird einerseits durch die Frequenz des elektrischen Feldes und andererseits durch die Eigenfrequenz der Atome bestimmt. Diese Eigenfrequenz wiederum wird maßgeblich beeinflusst durch die Bindungskräfte. Eine Anisotropie der Bindungskräfte wird also eine Anisotropie der Brechzahl erzeugen.

Besonders deutlich wird dies in einem mechanischen Analogon, in dem die Bindungskräfte durch Federn dargestellt werden (Abb. 1.19). Die negative Elektronenhülle ist an den positiven Kern durch Paare von Federn gekoppelt, die unterschiedliche Härten und damit auch verschiedene Eigenfrequenzen für jede Raumrichtung besitzen.

Die elektrische Feldkomponente des ankommenden Lichts parallel zu den harten Federn (d. h. in Richtung starker Bindungskräfte) wird mit einer höheren Geschwindigkeit transportiert als die Komponente parallel zu den weichen Federn. Ein Stoff dieser Art, der zwei verschiedene Brechzahlen zeigt, heißt doppelbrechend. Kubische Kristalle

Mechanisches Modell

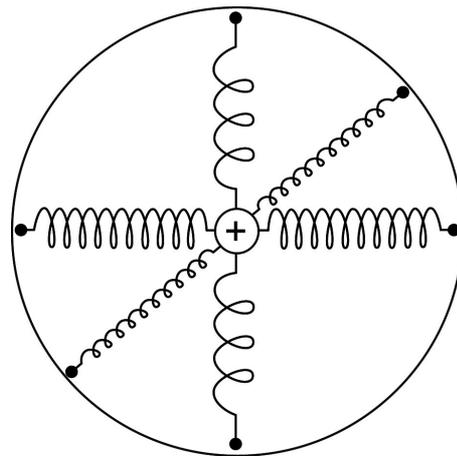


Abb. 1.19 Mechanisches Modell für ein Atom: Veranschaulichung der unterschiedlichen Bindungskräfte durch Federn

(z. B. NaCl) sind stark symmetrisch und deshalb nicht doppelbrechend, im Gegensatz zu hexagonalen, tetragonalen, trigonalen und anderen unsymmetrischen Systemen. Typisches Beispiel für einen doppelbrechenden Kristall ist der Kalkspat. Im Kalkspat sind Kohlenstoff, Calcium und Sauerstoff als Rhomboeder angeordnet. Die optische Struktur ist in Abbildung 1.20 dargestellt.

Charakteristisch für den Kalkspat sind die Bruchwinkel von 71° und 109° . Die optische Achse liegt schräg zu den Außenflächen. In Abbildung 1.20 dargestellten Beispiel fällt eine unpolarisierte Welle von links auf den Kristall. Die elektrischen Feldkomponenten sind durch Pfeile (in der Papierebene) und durch Punkte (senkrecht dazu) verdeutlicht. Die Punkt-Komponente steht senkrecht auf der optischen Achse, das Licht geht gerade durch den Kristall und bildet den sogenannten ordentlichen Strahl (o-Strahl). Die Pfeil-Komponente hat einen Anteil senkrecht und einen parallel zur optischen Achse. Wegen der Doppelbrechung haben die beiden Anteile unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten und die Komponente erfährt eine Ablenkung. Dieser Strahl wird extraordinär genannt (e-Strahl). Abbildung 1.20 ist zu entnehmen, dass

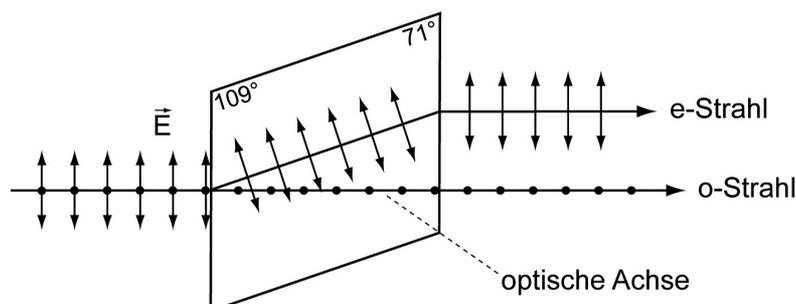


Abb. 1.20

Schematische Darstellung von Doppelbrechung und Polarisation in Kalkspat

durch einen doppelbrechenden Kristall unpolarisiertes Licht in zwei Teilstrahlen aufgespalten wird, die senkrecht zueinander linear polarisiert sind.

c) Streuung

Mit Streuung bezeichnet man alle Effekte der Energieaufnahme und Wiederausstrahlung bei der Wechselwirkung von Licht mit Partikeln. Das Modellbild hierbei ist die elektromagnetische Welle, die auf ein Teilchen trifft, und dort mit den Atomen interagiert. In den Atomen werden Dipolschwingungen der Elektronen relativ zu den Atomkernen induziert. Die Atome nehmen dabei Energie auf und strahlen sie ganz oder teilweise wieder ab. Streuung ist also ein Sammelbegriff für Reflexion, Brechung und Beugung von Licht an Partikeln. Sind die Partikeln im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts klein, spricht man von Rayleigh-Streuung. Sind sie groß, dann liegt geometrische Optik vor. Eine allgemeine Beschreibung der Streuung mit vollständiger, mathematischer Lösung existiert nur für homogene kugelförmige Teilchen. Dies ist die Mie-Theorie.

Im Modellbild der Dipolschwingungen kann auch der Mechanismus für Polarisation durch Streuung erklärt werden. Die induzierten Atomschwingungen sind parallel zum elektrischen Feld, also senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Ein Dipol strahlt prinzipiell in alle Richtungen ab, nur nicht in die Richtung seiner Achse. Wenn man sich dies für zwei senkrecht aufeinander stehende elektrische Feldkomponenten vor Augen führt, dann erkennt man, dass der Dipol bei horizontaler Anregung in Vorwärtsrichtung sowie nach unten und oben abstrahlt, aber nicht horizontal quer zur Einstrahlung. Analoges gilt für die vertikale Komponente, nur dass hier vertikal zur Einstrahlung nichts abgestrahlt wird. Das Ergebnis ist eine Abstrahlung, die in Vorwärtsrichtung vollkommen unpolarisiert bleibt, die jedoch unter 90° zum Primärstrahl linear polarisiert ist.

d) Reflexion

Die Reflexion an dielektrischen Medien ist die häufigste Quelle von polarisiertem Licht in der Umwelt. So ist z. B. die Reflexion von Licht an einer Fensterscheibe oder an einer Pfütze teilweise polarisiert. Auch für das Verständnis dieses Mechanismus ist das Elektronen-Oszillatormodell geeignet. Man betrachtet wieder getrennt zwei senkrechte elektrische Feldkomponenten.

Zunächst sei die Schwingungsebene der Welle senkrecht zur Einfallsebene auf eine dielektrische Oberfläche gewählt. Unter der Einfallsebene versteht man die durch den einfallenden Strahl und das Lot aufgespannte Ebene. Die Dipole im Medium schwingen parallel zur Oberfläche und damit ungehindert. Die reflektierte und die transmittierte Welle behalten also ihre Polarisationsrichtung. Anders

sieht es für die zweite Komponente mit der Schwingungsebene in der Einfallsebene aus. Abbildung 1.21 zeigt eine Skizze der Situation.

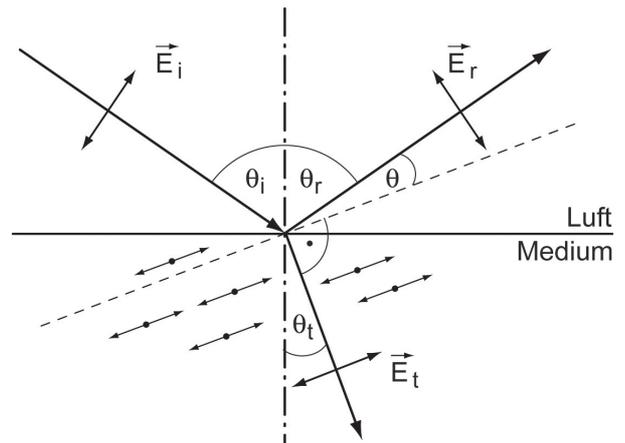


Abb. 1.21 Skizze zur Erläuterung der Polarisation durch Reflexion an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien

Die Dipole an der Oberfläche schwingen unter dem Einfluss der gebrochenen Welle (senkrecht zum gebrochenen Strahl). Sie sind behindert und strahlen nicht in Richtung ihrer Dipolachse ab. Dadurch kann die reflektierte Welle dieser Feldkomponente sehr schwach werden, weil ihr Winkel θ mit der Dipolachse klein ist. Es gibt sogar einen Winkel θ_p , für den der Winkel θ zu Null wird. Für diesen speziellen Einfallswinkel wird nur die elektrische Feldkomponente senkrecht zur Einfallsebene reflektiert. Das reflektierte Licht ist also linear polarisiert. Dieser Winkel heißt Brewsterwinkel und wird normalerweise mit θ_p bezeichnet. Mit wenigen Schritten kann aus Reflexions- und Brechungsgesetz für den Brewsterwinkel Folgendes hergeleitet werden:

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i} \quad (1.53)$$

Für den Übergang Luft-Glas mit $n_i = 1$ und $n_t = 1,5$ ergibt sich der Brewsterwinkel zu $\theta_p = 56^\circ$. Für den Übergang Luft-Wasser mit $n_t = 1,33$ ergibt sich $\theta_p = 53^\circ$. Die Endflächen von Laserröhren werden häufig im Brewsterwinkel angestellt. Damit wird die im Resonator zwischen den Spiegeln S1 und S2 verstärkte Welle automatisch linear polarisiert.

Literatur

Bergstrand, E.: Determination of the Velocity of Light. In: Bergstrand, E.; Maréchal, A.; Françon, M.; Wolter, H.: Grundlagen der Optik/Fundamentals of Optics. Band 24 aus Handbuch der Physik/Encyclopedia of Physics

Françon, M.: Interférences, diffraction et polarisation. In: Bergstrand, E.; Maréchal, A.; Françon, M.; Wolter, H.: Grundlagen

- der Optik/Fundamentals of Optics. Band 24 aus Handbuch der Physik/Encyclopedia of Physics
- Goos, F.; Hänchen, H.H.: Annalen der Physik. 5. Folge, 43 (1943), 383
- Hecht, E.; Zajac, A.: Optics. Addison-Wesley 1979
- Löffler-Mang, M.: Optische Sensorik; Lasertechnik, Experimente, Light Barriers. Vieweg und Teubner 2012
- Maßstäbe. Magazin der Phys.-Techn. Bundesanstalt (PTB). Braunschweig 2003
- Meinel, A.B.; Meinel, M.P.; Woolff, N.J.: Multiple Aperture Telescope Diffraction Images. Chapter 5. In: Applied optics and optical engineering, Volume 9, 1983, Academic Press, New York, p. 149 – 201
- Meltzer, R.J.: Polarization. Chapter 9. In: Applied Optics and Optical Engineering, Volume 1, 1965, Academic Press, New York
- New Definition of the Meter. In: Applied Optics 22 (1983), 4041
- Rivolta, C.: Airy disk diffraction pattern: Comparison of some values of $f/\text{No.}$ and obscuration ratio. In: Applied Optics 25 (1986), 2404 – 2408
- Shewandrow, N.D.: Die Polarisation des Lichtes. Akademie Verlag, Berlin, 1973
- Spillman, Jr. W.B.; McMahon, D.H.: Frustrated-total-internal-reflection multimode fiber-optic hydrophone. In: Appl. Optics 19 (1980), No. 1, 113 – 117
- Stoltzmann, D.E.: The Perfect Point Spread Function. Chapter 4. In: Applied optics and optical engineering, Volume 9, 1983, Academic Press, New York, p. 111 – 148
- Stöbel, W.: Fourieroptik. Eine Einführung. Springer Verlag 1993
- Traganteilmessung nach Mechau bzw. Dreyhaupt. In: Werkstattstechnik 35 (1941), 237
- Uri, J.B.: Polarization and interference in optics (Einführung in die Jones-Matrizen Schreibweise). In: Optik 47 (1977), No. 3, 337 – 350; Optik 47 (1977), No. 4, 405 – 420; Optik 48 (1977), No. 1, 1 – 22; Optik 49 (1977), No. 3, 263 – 275; Optik 49 (1978), No. 4, 375 – 389
- Walther, A.: Diffraction. Chapter 7. In: Applied Optics and Optical Engineering, Volume 1, 1965, Academic Press, New York
- Young, M.: Pinhole Optics. In: Applied Optics 10 (1971), 2763

2

Bewertung der Strahlung

2.1	Licht und Spektrum	27	2.4	Licht-, Strahlungs- und Farbmessung	47
2.2	Licht- und strahlungsphysikalische Größen	30	2.4.1	Spektrale und räumliche Bewertung durch Sensoren	47
2.2.1	Lichttechnische Größen	30	2.4.2	Messung von lichttechnischen Größen (Photometrie)	48
2.2.2	Lichttechnische Stoffkennzahlen	35			
2.2.3	Bewertete, strahlungsphysikalische und photonentechnische Größen	37			
2.3	Farbbewertung	39			
2.3.1	Niedere Farbmeterik	39			
2.3.2	Farbmischungen und -transformationen	42			
2.3.3	Höhere Farbmeterik (Farbempfindungsmeterik)	45			

2

Bewertung der Strahlung

Dietrich Gall (†), Jürgen P. Weißhaar



In diesem Kapitel werden die Grundlagen zur quantitativen Behandlung der Strahlung behandelt. Damit ist es möglich, die strahlungstechnischen, lichttechnischen und farbmtrischen Parameter, die sich aus den spektralen Eigenschaften und der räumlichen Verteilung der Strahlung ergeben, zu beschreiben, zu berechnen und zu messen. Das Unterkapitel zur Farbmtrik beinhaltet sowohl die Grundlagen der niederen Farbmtrik, als auch die neuesten Erkenntnisse der farbmtrischen Wahrnehmungen und Farbtransformationen. Ein Überblick über die Grundlagen der heute üblichen Strahlungs-, Licht- und Farbmessgeräte rundet das Kapitel ab.

2.1 Licht und Spektrum

Optische Strahlung ist ein Ausschnitt aus dem Bereich der elektromagnetischen Wellen. Als *Licht* bezeichnet man den Teil der elektromagnetischen Strahlung, der im Auge eine Hellempfindung hervorruft. Die Strahlung kann man sich als eine sich ausbreitende periodische Schwingung vorstellen. Bei Wechselwirkung des Lichtes mit stofflicher Materie unter Energieaustausch (Absorption, Emission) zeigt das Licht auch Korpuskelcharakter (Lichtquanten, Photonen). Die Lichtquanten haben entsprechend ihrer Frequenz f bzw. Wellenlänge λ und der Lichtgeschwindigkeit c die Photonenenergie q (Gl. (2.1)).

In den technischen Disziplinen wird die spektrale Abhängigkeit der optischen Strahlung mit der Wellenlänge λ angegeben, was zur Folge hat, dass sich die Wellenlängen beim Eintritt in ein anderes optisches Medium auch ändern (Gl. (2.3)). Mit der Frequenzangabe stellt sich dieses Phänomen nicht. Im IR-Strahlungsgebiet wird die spektrale Abhängigkeit häufig mit der Wellenzahl σ (Gl. (2.4)) beschrieben:

$$\sigma = 10^7/\lambda \quad (2.4)$$

σ in cm^{-1} und λ in nm

Aus der Strahlungsleistung Φ_e kann für eine gegebene Wellenlänge und Quantenenergie die Photonendichte N_{ph}^* bestimmt werden (Gl. (2.7)).

Aus den Gleichungen (2.1), (2.2) und (2.3) ergeben sich die in Tabelle 2.2 angeführten Zahlenwertgleichungen.

Für die nach der DIN 5031 T.7 festgelegten Strahlungsbereiche sind in Tabelle 2.3 die dazugehörigen Parameter angegeben.

Neben Strahlungsquellen mit monochromatischer Strahlung gibt es häufig kontinuierlich verlaufende Spektren (Abb. 2.1), deren spektraler Verlauf mit einer spektralen Größe $X_{e\lambda}$ oder X_{ef} angegeben werden muss.

Eine spektrale Strahlungsgröße $X_{e\lambda}$ oder X_{ef} ist wie folgt definiert:

$$X_{e\lambda} = dX_e(\lambda)/d\lambda \approx \Delta X_e(\lambda)/\Delta\lambda \quad (2.8)$$

$$X_{ef} = dX_e(f)/df \approx \Delta X_e(f)/\Delta f \quad (2.9)$$

Die wellenlängen- und frequenzabhängigen Strahlungsgrößen können ineinander überführt werden (Gl. (2.10)).

$$X_{e\lambda}/X_{ef} = c_x/\lambda^2 \quad (2.10)$$

Tab. 2.1 Beziehungen von Photonenenergie, Frequenz, Wellenlänge und Brechzahl

Photonenenergie	Lichtgeschwindigkeit im Medium x	Wellenlänge im Medium x
$q = h \cdot f = h \cdot c_x/\lambda_x$ (2.1)	$c_x = \lambda_x \cdot f$ (2.2)	$\lambda_x = \lambda_0/n_x$ (2.3)
$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ W} \cdot \text{s}^2$; c_x = Lichtgeschwindigkeit im Medium x ; λ_x = Wellenlänge im Medium x ; c_0 = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($2,998 \cdot 10^{17} \text{ nm} \cdot \text{s}^{-1}$); λ_0 = Wellenlänge im Vakuum; f = Frequenz (Hz)		

Tab. 2.2 Zahlenwertgleichungen für die Quantenenergie und Photonendichte

Quantenenergie	Quantenenergie	Photonendichte
$q = 1239,9/\lambda_0$ (2.5)	$q = 1,986 \cdot 10^{-16}/\lambda_0$ (2.6)	$\phi_q = \Phi_e \cdot \lambda_0/1,986 \cdot 10^{-16}$ (2.7)
q in eV und λ_0 in nm	q in $\text{W} \cdot \text{s}$ und λ_0 in nm	ϕ_q in s^{-1} und λ_0 in nm

Tab. 2.3 Wellenlängenbereiche der optischen Strahlung und deren Parameter

Gebiet	Bezeichnung	Wellenlänge	Frequenz	Wellenzahl	Photonenenergie	Photonenstrom (bei 1 W)
		λ in nm	f in Hz	σ in cm^{-1}	q in eV	ϕ_q in s^{-1}
Ultra-violett-Strahlung	UV-C	100 – 279	$3,00 \cdot 10^{15}$ – $1,07 \cdot 10^{15}$	$1,00 \cdot 10^5$ – $3,58 \cdot 10^4$	12,4 – 4,44	$5,04 \cdot 10^{17}$ – $1,40 \cdot 10^{18}$
	UV-B	280 – 314	$1,07 \cdot 10^{15}$ – $9,55 \cdot 10^{14}$	$3,57 \cdot 10^4$ – $3,18 \cdot 10^4$	4,43 – 3,95	$1,41 \cdot 10^{18}$ – $1,58 \cdot 10^{18}$
	UV-A	315 – 379	$9,52 \cdot 10^{14}$ – $7,91 \cdot 10^{14}$	$3,17 \cdot 10^4$ – $2,64 \cdot 10^4$	3,94 – 3,27	$1,59 \cdot 10^{18}$ – $1,91 \cdot 10^{18}$
Licht	VIS	380 – 780*)	$7,89 \cdot 10^{14}$ – $3,84 \cdot 10^{14}$	$2,63 \cdot 10^4$ – $1,28 \cdot 10^4$	3,26 – 1,59	$1,91 \cdot 10^{18}$ – $3,93 \cdot 10^{18}$
Infrarot-Strahlung	IR-A	781 – 1400	$3,84 \cdot 10^{14}$ – $2,14 \cdot 10^{14}$	$1,28 \cdot 10^4$ – $7,14 \cdot 10^3$	1,59 – 0,89	$3,93 \cdot 10^{18}$ – $7,05 \cdot 10^{18}$
	IR-B	1401 – 300	$2,14 \cdot 10^{14}$ – $9,99 \cdot 10^{13}$	$7,14 \cdot 10^3$ – $3,33 \cdot 10^3$	0,89 – 0,41	$7,05 \cdot 10^{18}$ – $1,51 \cdot 10^{19}$
	IR-C	3001 – $1 \cdot 10^6$	$9,99 \cdot 10^{13}$ – $3,00 \cdot 10^{11}$	$3,33 \cdot 10^3$ – $1,00 \cdot 10^1$	$0,41$ – $1,24 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{19}$ – $5,04 \cdot 10^{21}$

*) Bereits 1983 wurde von der CIE der Bereich auf 360 nm – 830 nm erweitert. In der Praxis wird oft noch mit dem ursprünglich 1924 von der CIE definierten Bereich von 380 – 780 nm gerechnet. Die Fehler sind im Allgemeinen jedoch gering, da die $v(\lambda)$ -Kurve in den betreffenden Bereichen kleiner als 10^{-4} ist.

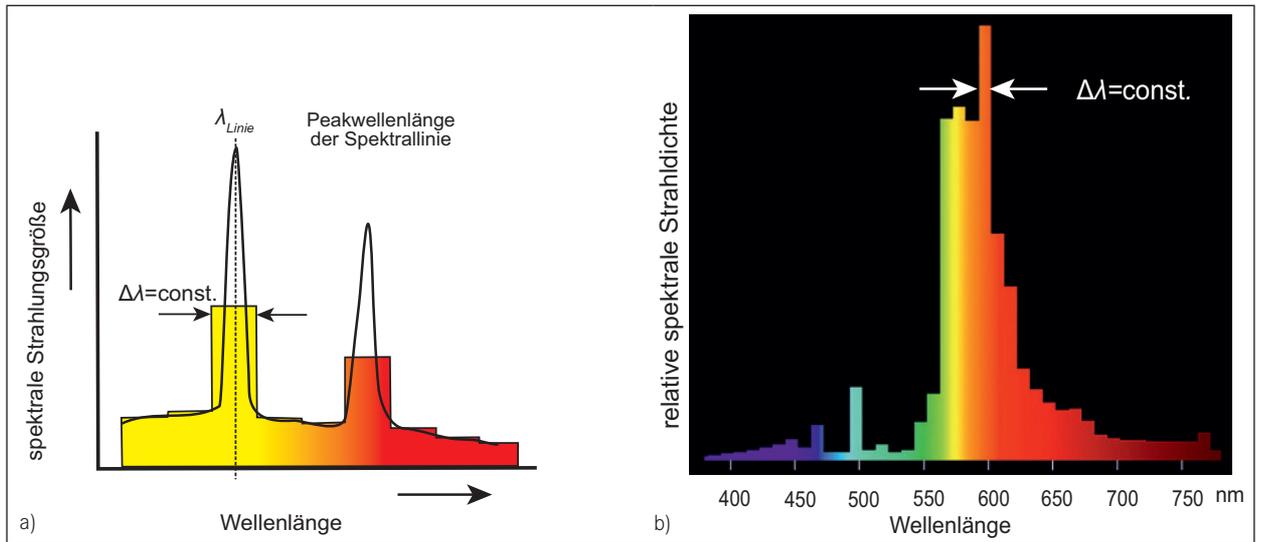


Abb. 2.1 a) Kontinuierliches Spektrum, b) Lampenspektrum einer Natriumdampf-Hochdrucklampe (OSRAM)

Eine spektrale Strahlungsgröße wird auf ein kleines Wellenlängen- oder Frequenzintervall ($\Delta\lambda$ pro nm bzw. Δf pro s^{-1}) bezogen.

Aus den Gleichungen (2.8) und (2.9) werden die integralen Strahlungsgrößen (X_e : energetische oder physikalische Größen) bestimmt. Bei der Aufnahme des Spektrums ist zu beachten, dass je nach spektraler Auflösung des Spektrometers bzw. des Monochromators die gemessene Breite von der tatsächlichen Breite der Spektrallinien abweichen kann bzw. zu breit gemessen wird.

$$X_e = \int X_{e,\lambda} d\lambda \quad \text{oder} \quad (2.11)$$

$$X_e = \int X_{e,\nu} d\nu \quad (2.12)$$

Spektrale und geometrische Bewertung der Strahlung

Spektrale Bewertung

Die optische Strahlung wirkt in den einzelnen Wellenlängenbereichen unterschiedlich auf die Materialien, von denen sie absorbiert wird. Dieser Einfluss wird mit der spektralen Empfindlichkeit $s(\lambda)$ (spektrale Gewichtungsfunktion) beschrieben. Damit ergibt sich eine bewertete integrale Größe X_s (Gl. (2.13)), die noch mit einer Konstanten k erweitert werden kann.

$$X_s = k \cdot \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} X_{e,\lambda} \cdot s(\lambda) d\lambda \quad (2.13)$$

Die spektrale Empfindlichkeit $s(\lambda)$ wird in der Regel als relative spektrale Empfindlichkeit $s(\lambda)_{\text{rel}}$ (Gl. (2.14)), die sich auf das Maximum s_{max} bezieht, angeben.

$$s(\lambda)_{\text{rel}} = s(\lambda)/s_{\text{max}} \quad (2.14)$$

Abbildung 2.2 a und 2.2 b sind exemplarische Beispiele von spektralen Gewichtungsfunktionen. Abbildung 2.2 a zeigt die spektrale Abhängigkeit der Schädigungswirkung $b(\lambda)$ für die Augen im blauen Spektralgebiet (Blaulichtschädigung nach DIN-VED 2010). Ebenfalls sind die Wirkungskurven der Chlorophyllsynthese und die spektrale Empfindlichkeit von Siliziumsensoren eingetragen.

In Abbildung 2.2 b sind die genormten Kurven für die spektrale Hellempfindlichkeit des farbtüchtigen Beobachters dargestellt. Bei gleicher spektraler Strahlungsleistung unterschiedlicher Wellenlängen wird im Auge eine abweichende Helligkeitsempfindung hervorgerufen. Da bei unterschiedlichen Beleuchtungsniveaus verschiedene Empfängertypen im Auge wirksam werden, ergeben sich daraus andere Helligkeitsfunktionen. Bei Dunkelheit (skotopischer Bereich oder Nachtsehen; Leuchtdichte $< 10^{-5} \text{ cd/m}^2$) sind nur die farbuntüchtigen Stäbchen wirksam. Das Maximum der Helligkeit liegt bei 505 nm ($\nu'(\lambda)$ -Kurve). Oberhalb von 10^2 cd/m^2 (photopischer Bereich oder Tagessehen) sind die drei Farbsensoren im Auge voll aktiviert (Maximum bei 555 nm).

Diese Kurve wird als die spektrale Hellempfindlichkeitskurve des menschlichen Auges ($\nu(\lambda)$ -Kurve) bezeichnet und bildet die Grundlage für die Definition der lichttechnischen Größen. Weitere Untersuchungen haben gezeigt, dass die Hellempfindlichkeitskurve individuell verschieden sein kann. Für alle Menschen gilt jedoch, dass das Auge eine geringe Empfindlichkeit im Blau und im Rot und eine hohe Empfindlichkeit im Grün hat.

Im Dämmerungssehen (10^{-5} bis 10^2 cd/m^2 ; mesopischer Bereich) sind die Farb- und Helligkeitssensoren im Auge

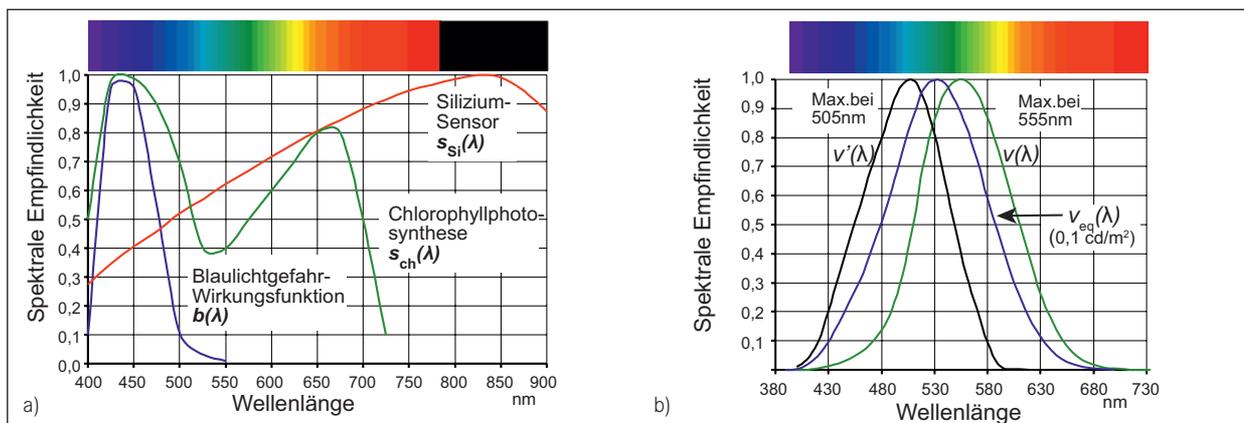


Abb. 2.2 a) Verschiedene spektrale Wirkungsfunktionen, b) Spektrale Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges in unterschiedlichen Helligkeitsbereichen

unterschiedlich wirksam. Die spektralen Empfindlichkeiten sind in diesem Bereich eine Funktion der Leuchtdichte. Die in Abbildung 2.2 b zeigte Kurve $v_{eq}(\lambda)$ gilt für eine Leuchtdichte von $0,1 \text{ cd/m}^2$.

Geometrische Beziehungen im Licht- und Strahlungsfeld

Durch J.H. Lambert¹ wurde nachgewiesen, dass zur Berechnung der Strahlungsbeziehungen sowohl bei der Ausstrahlung als auch bei der Bestrahlung die projizierten Flächen verwendet werden müssen. Ebenso hat sich zur Veranschaulichung der Gleichungen die Angabe von Raumwinkeln und deren Projektionen in den Licht- und Strahlungsgleichungen bewährt.

Die Flächenprojektion kann wie folgt angegeben werden (Abb. 2.3 a):

$$A_p = A_{a\dots d} \cdot \cos\gamma \text{ bzw. } dA_p = dA_{a\dots d} \cdot \cos\gamma \quad (2.15)$$

¹ Lambert, Johann Heinrich (1728 - 1777), „Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae“; Verlag E. Klett ,1760

Der Raumwinkel Ω (Abb. 2.3 b) ist als das Verhältnis des Ausschnittes einer Kugelfläche A_K zum Quadrat des Radius r definiert und bekommt zur Kennzeichnung durch den Anhang von Ω_0 (Einheitsraumwinkel) die Einheit Steradian (m^2/m^2).

$$\Omega = A_K/r^2 \cdot \Omega_0 \text{ bzw. } d\Omega = dA_K/r^2 \cdot \Omega_0 \quad (2.16)$$

Mit dem Winkel γ ergibt sich die Raumwinkelprojektion, d. h. die Projektion der Kugelfläche (A_K) in die Ebene, die durch γ bestimmt ist (A_{Kp}).

$$d\Omega_p = d\Omega \cdot \cos\gamma \quad (2.17)$$

Für die Raumwinkelprojektion der Kugelkappe in Abbildung 2.3 b ergibt sich:

$$\Omega_{pKk} = \pi \cdot \sin^2 \gamma \cdot \Omega_0 \quad (2.18)$$

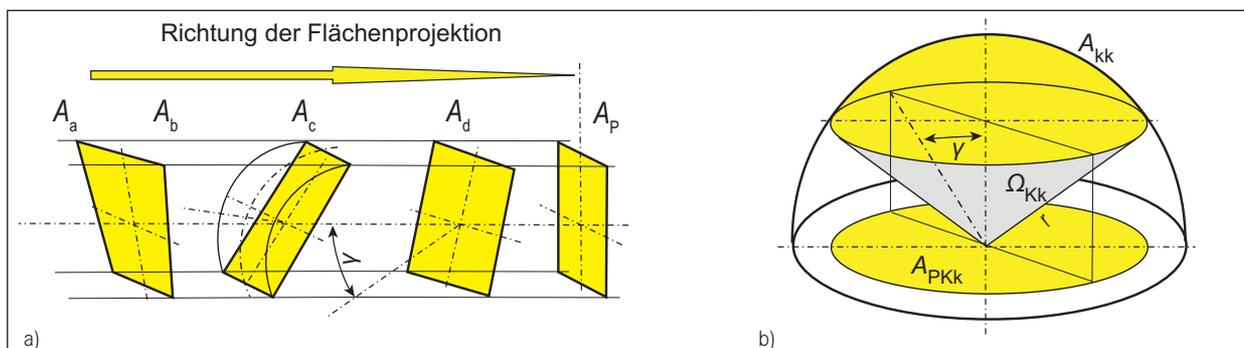


Abb. 2.3 a) Mögliche Flächenprojektionen, b) Raumwinkel bei einer Kugelkappe

2.2 Licht- und strahlungsphysikalische Größen

2

2.2.1 Lichttechnische Größen

Die lichttechnischen Größen sind spektral bewertete Größen. Die Bewertung erfolgt nach der genormten spektralen Helligkeitsempfindungsfunktion des menschlichen Auges $v(\lambda)$ (Abb. 2.2b) für das Tagessehen gemäß Gleichung (2.19):

$$\Phi = k_m \cdot \int \Phi_{e\lambda} \cdot v(\lambda) d\lambda \quad (2.19)$$

Die $v(\lambda)$ -Funktion ist bei einer Wellenlänge von 555 nm normiert. Bei einem Strahlungsfluss $\Phi_e = 1$ W bei 555 nm entspricht dies einem Lichtstrom von 683 lm. Damit wird $k_m = 683$ lm/W. Die Hellempfindlichkeitsfunktion wurde 1923 empirisch an wenigen Probanden ermittelt, 1924 von der CIE definiert und 1983 überarbeitet. Sie ist keine mathematisch definierte Funktion und stellt die Grundlage aller photometrischen Messgrößen dar.

Lichtstrom Φ

Der Strahlungsaustausch zwischen einer leuchtenden (Angabe durch den Index 1) und der beleuchteten Fläche (Angabe durch den Index 2) erfolgt nach dem photometrischen Grundgesetz nach Lambert (Gl. (2.20); Abb. 24 a). Darin wird die Größe L als die Leuchtdichte definiert, die

von einem scheinbar leuchtenden (projizierten) Flächenelement dA_{1p} in die Richtung γ_1 wirksam wird. Der Lichtstrom $d^2\Phi_{1,2}$, der auf der Fläche dA_2 auftrifft, ist

$$d^2\Phi_{1,2} = (L(\gamma_1) \cdot dA_1 \cdot \cos\gamma_1 \cdot dA_2 \cdot \cos\gamma_2 / r^2) \cdot \Omega_0 \quad (2.20)$$

Die Einheit des Lichtstromes ist Lumen (lm). Eine Kerze hat ca. vierzehn lm.

Wird der Lichtstrom auf die tatsächlich leuchtende Fläche A_1 bezogen, spricht man von spezifischer Lichtausstrahlung M .

$$M(\gamma_1) = d\Phi_{1,2} / dA_1 \quad (2.21)$$

Lichtstärke I

Die Lichtstärke $I(\gamma_1)$ ist der Lichtstrom $d\Phi_{1,2}$, der in ein Raumwinkelelement $d\Omega_1$ eingestrahlt wird (Gl. (2.22)).

$$I(\gamma_1) = d\Phi_{1,2}(\gamma_1) / d\Omega_1 \quad (2.22)$$

Die Einheit der Lichtstärke ist Candela (cd). Die Lichtstärke einer Kerze beträgt in etwa ein cd.

Die Lichtstärke beschreibt die Lichtausstrahlung der gesamten Lichtquelle oder Leuchte in eine ausgezeichnete Richtung. Sie ist eine Fernfeldbetrachtung, bei der die Quelle zu einem Punkt degradiert. In der Praxis kann die Lichtstärke aus der Beleuchtungsstärke mit dem photometrischen Entfernungsgesetz berechnet werden:

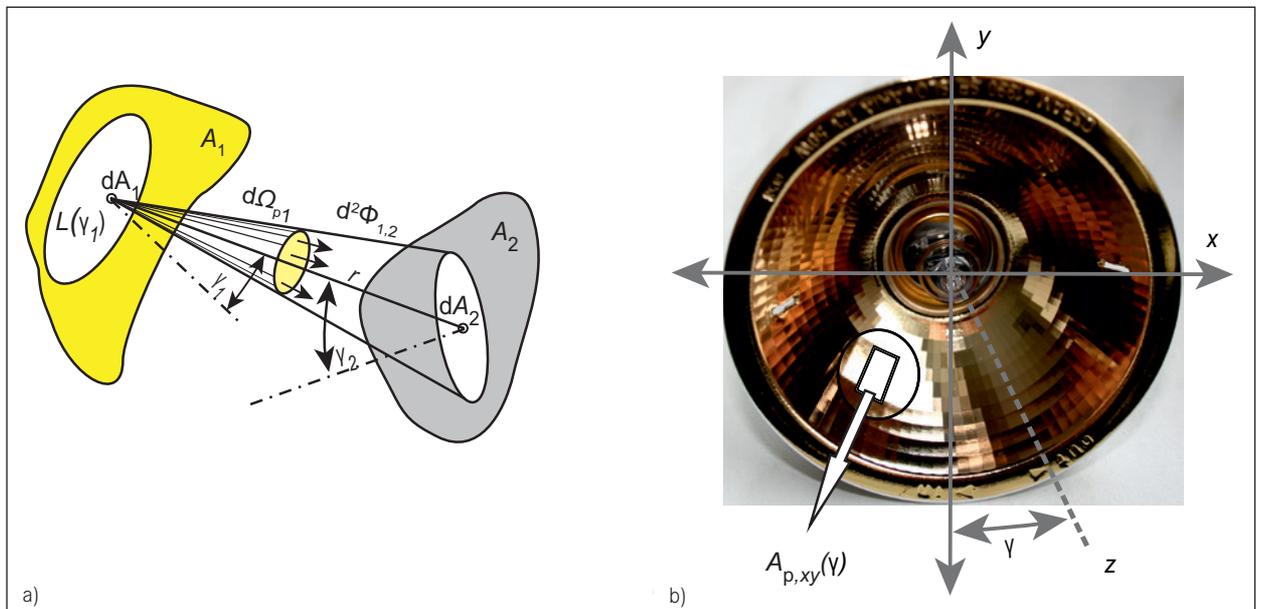


Abb. 2.4 a) Beziehungen beim photometrischen Grundgesetz, b) Leuchtdichteflächen bei einem Facettenspiegel (Photo: Fa. ILEXA)

$$E(\gamma_2) = (I(\gamma_1) \cdot \cos \gamma_2 / r^2) \cdot \Omega_0 \quad (2.23)$$

$$E(\gamma_2) = E(\gamma_2 = 0^\circ) \cdot \cos \gamma_2 \quad (2.24)$$

Da Quellen in der Praxis jedoch eine örtliche Ausdehnung besitzen, kommt es bei der Bestimmung der Lichtstärke aus der Beleuchtungsstärke aufgrund der verschiedenen Einstrahlrichtungen auf das Photometer zu einem Fehler. Für lambertsch strahlende Quellen (Prinzipskizze siehe Abb. 2.5), beträgt dieser Fehler $f = (h/r)^2$ in %.

In der Praxis nennt man den mindestens einzuhaltenden Abstand zur ausreichend genauen Ermittlung der Lichtstärke die photometrische Grenzentfernung, die mindestens das Zehnfache der Quellengröße betragen sollte (mathematisch korrekt das Fünffache bei einem lambertschen Strahler).

Die Lichtstärkeverteilungskurve gerichteterer Strahler, wie z. B. Scheinwerfer oder Signalleuchten, lassen sich exemplarisch durch eine Erweiterung der Beschreibung der lambertschen Lichtstärkeverteilungsfunktion beschreiben (Abb. 2.6):

$$I(\gamma) = I(\gamma = 0) \cdot \cos^n(\gamma) \quad (2.25)$$

Gerichteterer Strahler lassen sich auch durch ihren Halbwertswinkel beschreiben, bei dem die Lichtstärke auf die Hälfte des axialen Wertes abgefallen ist. Bei einem lambertschen Strahler ist dieser 60° , bei gerichteteren Strahlern kleiner. Einige Werte für den Exponenten n und die entsprechenden Halbwertswinkel zeigt Abbildung 2.6.

Je gerichteter die Quelle strahlt, also je kleiner der Halbwertswinkel α , desto größer wird der Fehler bei der Bestimmung der Lichtstärke aus dem photometrischen Ent-

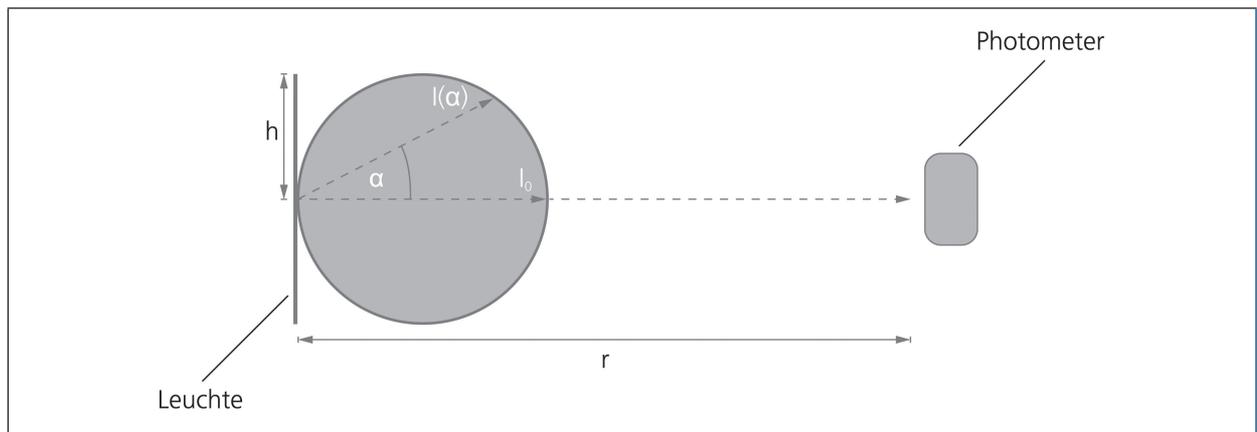


Abb. 2.5 Prinzipskizze eines lambertschen Strahlers der Größe $2h$ mit dem Photometer im Abstand r (Quelle: opsira GmbH)

I : Lichtstärke in Candela [cd]

E : Beleuchtungsstärke in Lux [lx]

r : Abstand vom Messobjekt (Lichtquelle oder Leuchte) zum Photometer in Meter [m]

$I(\alpha)$: Lichtstärke als Funktion des Emissionswinkels in Candela [cd]

I_0 : zentrale Lichtstärke in der optischen Achse in Candela [cd]

h : halbe Länge der maximalen Ausdehnung der Lichtaustrittsfläche in Meter [m]

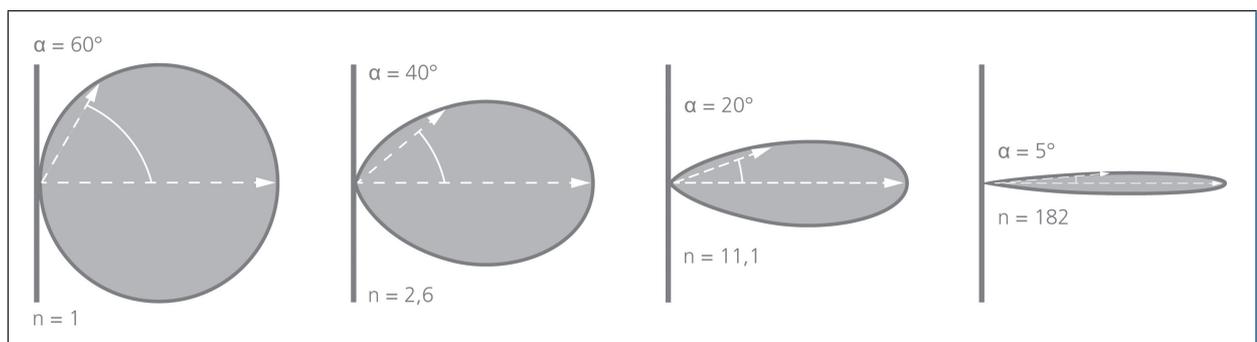


Abb. 2.6 Strahler mit verschiedenen Halbwertswinkeln und den dazugehörigen Exponenten n (Quelle: opsira GmbH)

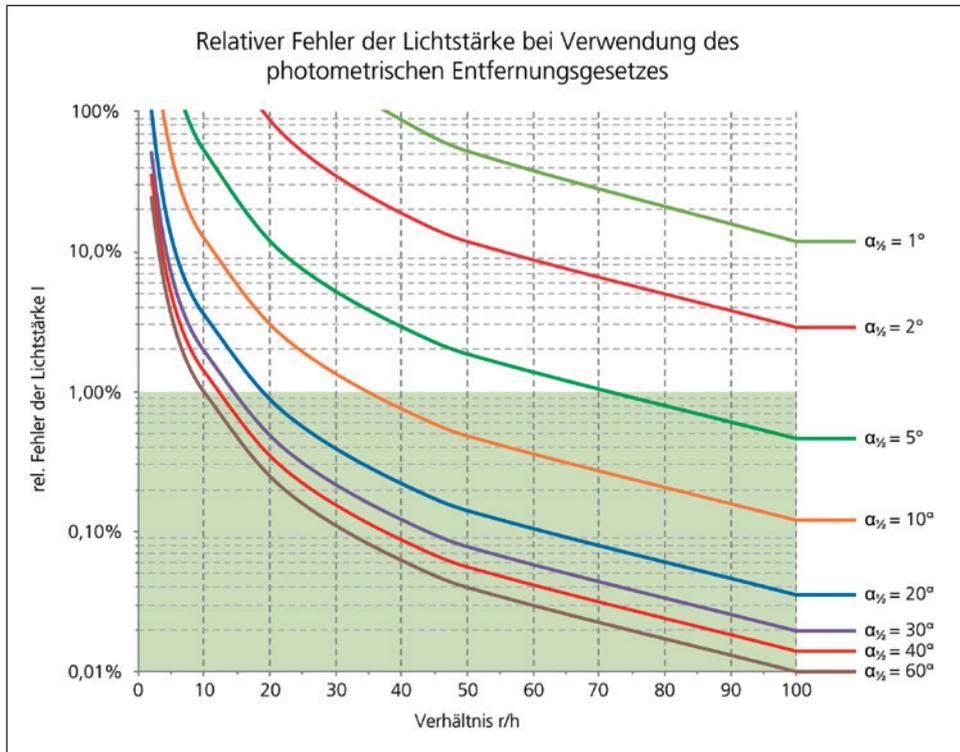


Abb. 2.7 Typischer Fehler bei der Lichtstärkebestimmung mit dem photometrischen Entfernungsgesetz bei verschiedenen Halbwerts winkeln (Quelle: opsira GmbH)

fernungsgesetz. Abbildung 2.7 gibt einen Überblick über den Fehler in Abhängigkeit des Verhältnisses r/h und verschiedenen Halbwerts winkeln. Die verschiedenen Lichtstärken einer Quelle werden im Lichtstärkeverteilungskörper (3D) oder in Lichtstärkever-

teilungskurven (2D) dargestellt. Die Lichtstärkeverteilungskurven (LVK) von Leuchten der Allgemeinbeleuchtung werden typischerweise in C-Ebenen dargestellt (siehe Abb. 2.8).

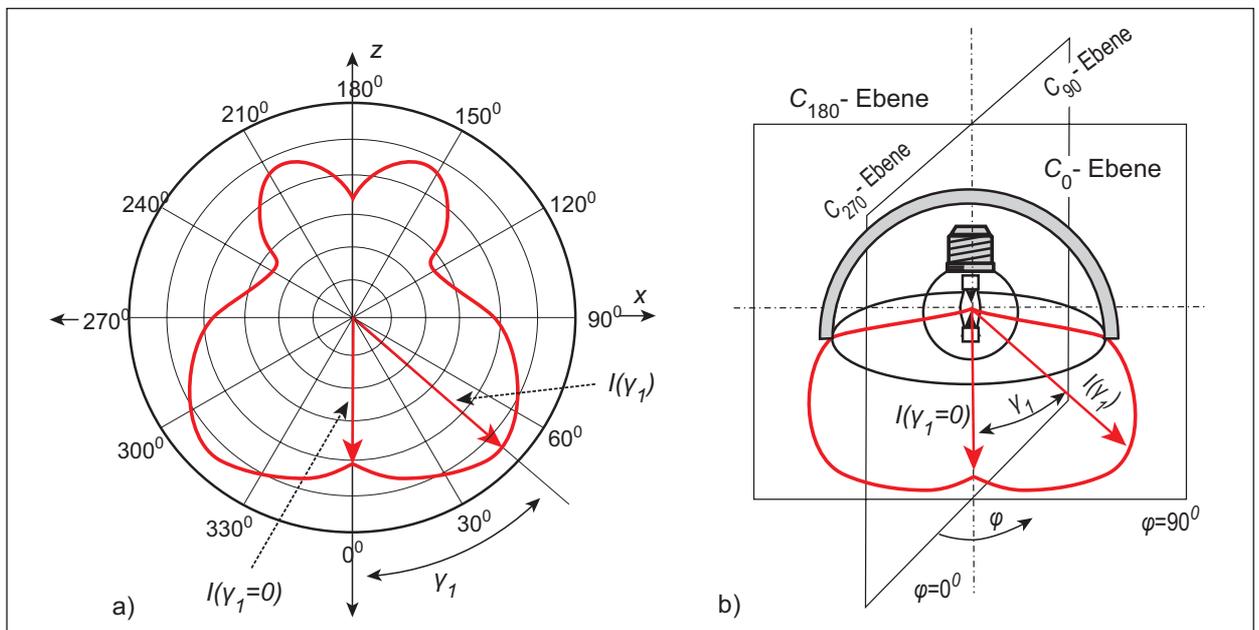


Abb. 2.8 Lichtstärkeverteilungskurven und ihre Darstellung in ausgewählten Ebenen

Leuchtdichte L

Die Leuchtdichte ist der Lichtromanteil $d\Phi_{1,2}(\gamma_1)$, der von einer projizierten Fläche dA_{p1} in ein Raumwinkelement $d\Omega_1$ eingestrahlt wird (siehe auch Gl. (2.20)).

$$L(\gamma_1) = d\Phi_{1,2}(\gamma_1) / d\Omega_1 \cdot dA_1 \cdot \cos \gamma_1 \quad \text{bzw.}$$

$$L = dI(\gamma_1) / dA_1 \cdot \cos \gamma_1 = dI(\gamma_1) / dA_{p1} \quad (2.26)$$

Die Einheit der Leuchtdichte ist Candela pro m^2 (cd/m^2). Eine weiße Fläche, die in einem Abstand von 50 cm von einer Kerze beleuchtet wird, hat eine Leuchtdichte von ca. 1 cd/m^2 .

Für einige Elementarstrahler sind die Lichtstärke- und Leuchtdichteverteilungen in Abbildung 2.9 dargestellt. Eine häufig verwendete Lichtstärkeverteilung ist die des sog. Lambertstrahlers (Abb. 2.9 a), die sich dadurch auszeichnet, dass die Leuchtdichte von allen Richtungen aus gesehen konstant bleibt. Dies ist durch folgende Lichtstärkeverteilung gegeben, bei der die Lichtstärke mit dem Cosinus des Winkels zum Lot abnimmt:

$$I(\gamma_1) = I(\gamma_1 = 0^\circ) \cdot \cos \gamma_1 \quad (2.27)$$

In der in Abbildung 2.9 b gezeigten Schnittebene hat auch der Linienstrahler eine Lambertcharakteristik. In Abbildung 2.4 b wird die Lichtstärkeermittlung bei einem Facettenreflektor aus den Leuchtdichten und den scheinbar leuchtenden Facettenflächen $A_{p,xy}(\gamma_1)$ verdeutlicht. Zur Bestimmung der Gesamtlichtstärke $I_{ges}(\gamma_1, z)$ des

Reflektors müssen die Produkte aus diesen scheinbar leuchtenden Flächen und deren Leuchtdichte summiert werden.

$$I_{ges}(\gamma_1, z) = \sum_1^n L(\gamma_{1i}, z) \cdot dA_{p1,i}(\gamma_1) \quad (2.28)$$

Die Ermittlung der Lichtstärken aus der Leuchtdichte stellt in der Praxis einen erhöhten Aufwand dar. In der Regel werden die Lichtstärken aus den in ausreichendem Abstand gemessenen Beleuchtungsstärken über das photometrische Entfernungsgesetz ermittelt.

Die Leuchtdichte ist von der Brechzahl des Mediums abhängig, in dem sie definiert werden soll. Dies resultiert aus der Lichtbrechung, da damit die Raumwinkel geändert werden (Abb. 2.10 a).

$$L \cdot n^2 = L' \cdot n'^2 \quad (2.29)$$

Subjektiv empfundene Helligkeit

Die subjektiv empfundene Helligkeit (B) ist eine Funktion der Leuchtdichte (Abb. 2.10 b):

$$B = a \cdot L(\gamma)^\alpha$$

$\alpha = 1/3$ dunkles Umfeld;
 $\alpha = 1/2$ helles Umfeld (80 cd/m^2)

$$(2.30)$$

Bei kleinen Lichtquellen (Sehwinkel $< 10'$) ist für die Helligkeitsbestimmung die Lichtstärke ausschlaggebend.

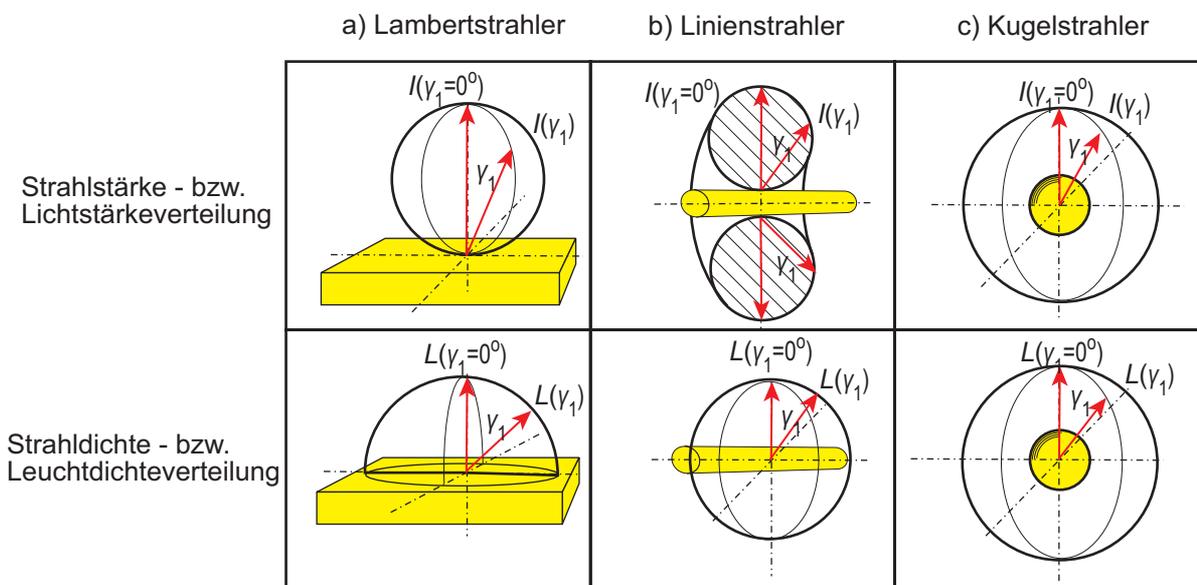


Abb. 2.9 Strahlungsverteilungen von einigen Elementarstrahlern

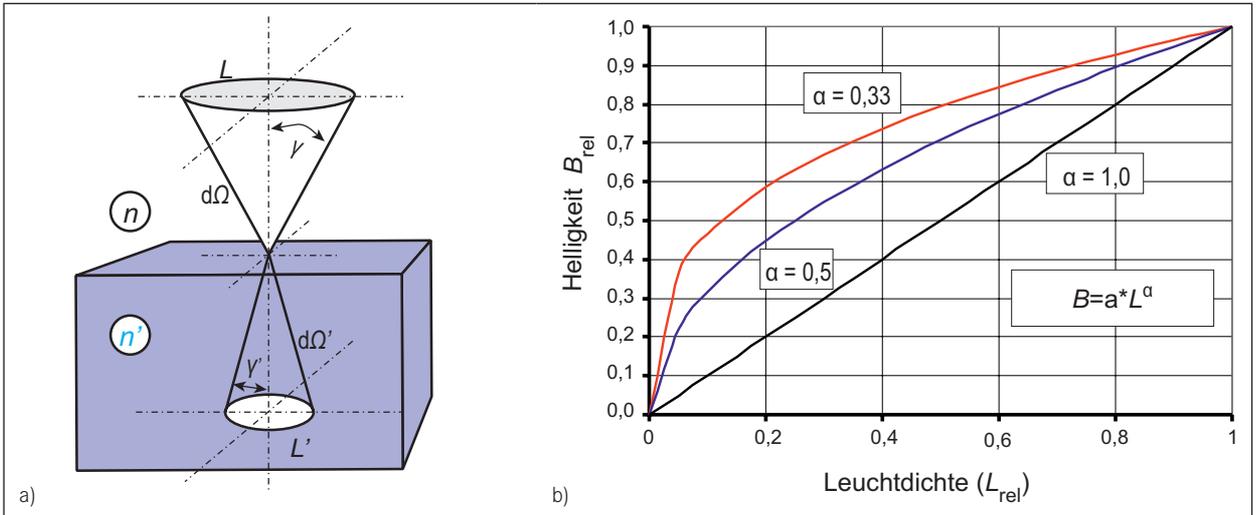


Abb. 2.10 a) Leuchtdichteveränderung in unterschiedlichen optischen Medien, b) Zusammenhang zwischen Leuchtdichte und subjektiv empfundener Helligkeit

Beleuchtungsstärke

Die Beleuchtungsstärke E ist der pro Fläche auftreffende Lichtstrom.

$$E(\gamma_2) = \frac{d^2\Phi(\gamma_1)}{dA_2} = \Omega_0 \int L(\gamma_1) \cdot d\Omega_{p2} \quad (2.31)$$

Die Einheit für die Beleuchtungsstärke ist Lux ($1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$). In einer Entfernung von 1 m erzeugt eine Kerze eine Beleuchtungsstärke von ca. 1 lx.

Bei ausreichendem Abstand zur Quelle (siehe photometrische Grenzentfernung) kann die Beleuchtungsstärke auch mit dem photometrischen Entfernungsgesetz aus der Lichtstärke berechnet werden.

$$E(\gamma_2) = (I(\gamma_1) \cdot \cos \gamma_2 / r^2) \cdot \Omega_0 \quad (2.32)$$

$$\text{oder } E(\gamma_2) = E(\gamma_2 = 0^\circ) \cdot \cos \gamma_2 \quad (2.33)$$

Aus der Beleuchtungsstärkeverteilung eines Flächenrasters kann der Nutzlichtstrom Φ_N berechnet werden, der auf die Gesamtfläche trifft (Abb. 2.11 a).

$$\Phi_N = \sum_1^n E_i \cdot A_i \quad (2.34)$$

Für die Beleuchtungsstärke in einem Punkt auf der Achse einer kreisförmigen Lichtquelle mit der Leuchtdichte L

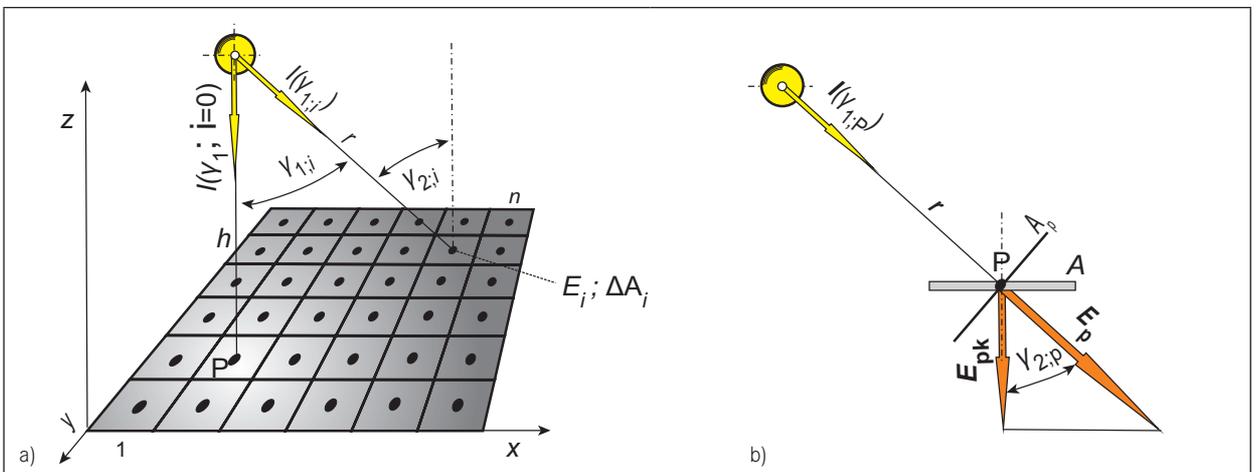


Abb. 2.11 a) Beleuchtungsstärkeberechnung unter einer punktförmigen Lichtquelle, b) Beleuchtungsstärkevektor

ergibt sich aus der Raumwinkelprojektion einer Kugelkappe (Gl. (2.18)) mit dem Winkel γ (Abb. 2.3 b):

$$E = L \cdot \pi \cdot \sin^2 \gamma \cdot \Omega_0 \quad (2.35)$$

Für eine effektive Beleuchtungsstärkeberechnung wird gelegentlich der Beleuchtungsstärkevektor E verwendet (Abb. 2.11 b, Gl. (2.36)).

$$E = (I/r^2) \cdot \Omega_0 \quad (2.36)$$

Der Beleuchtungsstärkevektor zeigt die Richtung des Nettolichtstromflusses an. Da die Komponenten des Beleuchtungsstärkevektors Beleuchtungsstärkedifferenzen sind, kann allgemein nicht vom Beleuchtungsstärkevektor auf die Beleuchtungsstärke auf realen Flächen geschlossen werden.

Belichtung

Bei einigen Lichtwirkungen spielt die Belichtungszeit eine maßgebliche Rolle. Bei der Definition der Belichtung H wird dies berücksichtigt.

$$H = \int_0^T E(t) \cdot dt \text{ in } lx \cdot s^{-1} \quad (2.37)$$

2.2.2 Lichttechnische Stoffkennzahlen

Bei der Wechselwirkung des Lichtes mit stofflicher Materie treten Reflexion, Transmission, Absorption, Streuungen oder Emissionen auf. Diese Wirkungen werden mit den licht- bzw. strahlungsphysikalischen Stoffkennzahlen beschrieben.

Die Stoffkennzahlen sind meist wellenlängenabhängig. Die lichttechnischen Stoffkennzahlen müssen deshalb spektral bewertet werden:

$$y_v = \int X_{e\lambda} \cdot y(\lambda) \cdot v(\lambda) d\lambda / \int X_{e\lambda} \cdot v(\lambda) d\lambda \quad (2.38)$$

$X_{e\lambda}$: spektrale Strahlungsverteilung der Lichtquelle; $y(\lambda)$: spektrale Stoffkennzahl der Materialien, z. B. Reflexion $\rho(\lambda)$, Transmission $\tau(\lambda)$, Absorption $\alpha(\lambda)$; $v(\lambda)$: spektrale Hellempfindung (Abb. 2.2 b).

Allgemeine Definitionen der Stoffkennzahlen

Zur Kennzeichnung der Stoffkennzahlen werden entweder die Lichtstrom- (sog. Grade) oder Leuchtdichteverhältnisse (sog. Faktoren) (Tab. 2.4) verwendet. Dabei sind die Grade auf den Lichtstrom bezogen, der auf die Materialien trifft; die Faktoren beziehen sich auf die Leuchtdichte eines ideal nach Lambert wirkenden Materials (d. h. diffus

streuendes Weiß bei einem Reflexionsgrad $\rho_{\text{weiß}} = 1$). Während die Grade noch „Wirkungsgrade“ sind, können die Faktoren bei nicht stark streuenden Materialien auch Werte > 1 annehmen. Für die Grade gilt:

$$\rho + \tau + \alpha = 1 \quad (2.39)$$

Tab. 2.4 Definition der Reflexions-, Transmissions- und Absorptionsgrade

	Reflexion	Transmission	Absorption
Grade	Reflexionsgrad $\rho = \Phi_\rho / \Phi$ (2.40)	Transmissionsgrad $\tau = \Phi_\tau / \Phi$ (2.41)	Absorptionsgrad $\alpha = \Phi_\alpha / \Phi$ (2.42)
Faktoren	Leuchtdichtefaktor (Remissionsgrad) $\beta_\rho = L_\rho / L_{\text{weiß}}$ (2.43)	Leuchtdichtefaktor (Transluzenzgrad) $\beta_\tau = L_\tau / L_{\text{weiß}}$ (2.44)	

Für manche Anwendung wird statt mit den Graden mit der optischen Dichte (D : Schwärzung) gearbeitet (Gl. (2.45)).

$$D_\rho = \log_{10}(1/\rho) \quad \text{bzw.} \quad D_\tau = \log_{10}(1/\tau) \quad (2.45)$$

Transmissionskennzahlen bei optisch klaren Medien

Bei optisch klaren Medien kann die Schichtdickenabhängigkeit des Lichtes mit der Strahlungsgleichung nach Schwarzschild beschrieben werden (Gl. (2.46)).

An der Stelle x des Materials kann die Leuchtdichteveränderung $dL(x)$ unter Berücksichtigung eines Emissions- $\varepsilon(x)$ und des natürlichen Absorptionskoeffizienten $a_n(x)$ (in cm^{-1}) angegeben werden (Abb. 2.12 a).

$$dL(x) = -a_n(x)dx + \varepsilon(x)dx \quad (2.46)$$

Für ein homogenes Medium ergibt diese Differenzialgleichung die Lösung:

$$L(x) = \varepsilon/a_n(1 - e^{-a_n \cdot x}) \quad (2.47)$$

Tritt keine Emission auf, ergibt sich das Lambert-Beersche Gesetz (Gl. (2.48)) für den Reintransmissionsgrad τ_i bei der Dicke d .

$$\tau_i = e^{-a_n \cdot d} \quad (2.48)$$

Der Kehrwert des natürlichen Absorptionskoeffizienten wird als Eindringtiefe (T) der Strahlung bezeichnet.

$$T = 1/a_n \quad (2.49)$$

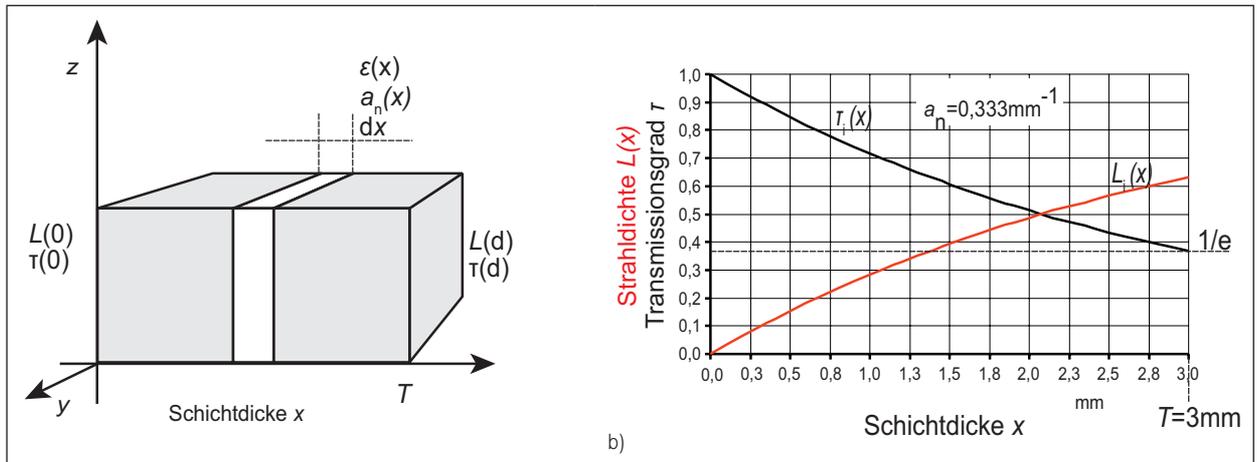


Abb. 2.12 a) Bezeichnungen in einem Volumenelement, b) Emissions- und Absorptionsverlauf über die Schichtdicke x

T bedeutet die Tiefe der Schicht, bei welcher der transmittierte Lichtstrom auf den Wert $1/e$ des Anfangslichtstromes zurückgegangen ist. In Abbildung 2.12 b ist die Tiefe $T = 3 \text{ mm}$ für den Absorptionskoeffizient von $a_n = 0,333 \text{ mm}^{-1}$ eingezeichnet.

Aus Gleichung (2.48) folgt, dass der Gesamttransmissionsgrad einer Filterkombination von n -Filtern das Produkt aus den einzelnen Transmissionsgraden ist (Gl. (2.50)).

$$\tau_{\text{ges}} = \prod_{n=1}^n \tau_n \quad (2.50)$$

Streukennzahlen

Bei der Auswahl geeigneter Methoden für die Kennzeichnung der Streueigenschaften muss der Grad der Streuung berücksichtigt werden. Zur vollständigen Beschreibung der Streueigenschaften sind die Grade nicht ausreichend und es muss mit der tatsächlichen Streuverteilung (BSDF) gearbeitet werden.

Bei stark streuenden Medien spricht man von diffuser Streuung (z. B. Lambert-Verteilung). Die Leuchtdichte des gestreuten Lichtes ist in alle Richtungen gleichmäßig verteilt. Die Reflexions- bzw. Transmissionsgrade und -faktoren lassen sich aus der Leuchtdichte L und der Beleuchtungsstärke E , mit der das Material beleuchtet wird,

berechnen. In Tabelle 2.5 sind auch die Reflexionsgleichungen für die spiegelnde Reflexion (ρ_{sp}) bzw. der Transmission bei optisch klaren Medien (τ_{kp}) eingetragen (Voraussetzung: Keine Streuung, Idealvorstellung, in der Praxis nicht existent).

Für nicht so stark streuende Medien gibt es unterschiedliche Kennzeichnungsmöglichkeiten.

So kann das Streuverhalten über die Lichtstärke- oder Leuchtdichteverteilungskurve mit dem Halb- oder Zehntelwert charakterisiert werden, der angibt, wenn die Lichtparameter $I(\gamma)$ oder $L(\gamma)$ auf 50% der 10% des Maximums abgefallen sind.

Die Definition des Streuvermögens σ (Gl. (2.57)) und der Glanzkennzahl ξ (Gl. (2.58)) bietet sich dann an, wenn der Glanz noch nicht so groß ist (Abb. 2.13). Die Glanzzahl ist das Verhältnis der Leuchtdichtefaktoren bei zwei Winkeln, wenn die Probe mit parallelem Licht unter $\gamma = 25^\circ$ beleuchtet wird. Das Streuvermögen kann auch sinngemäß für transmittierende Medien genommen werden. Dabei muss auch hier die Streuung ausreichend sein.

$$\text{Streuvermögen: } \sigma = (L(70^\circ) + L(20^\circ))/2 \cdot L(5^\circ) \quad (2.57)$$

$$\text{Glanzzahl: } \xi = (\beta(\gamma = 25^\circ)/\beta(\gamma = 0^\circ)) = (L(\gamma = 25^\circ)/L(\gamma = 25^\circ)) \quad (2.58)$$

Tab. 2.5 Gleichungen zur Bestimmung von Stoffkennzahlen

	Lambertsch streuende Medien		Spiegelnde Reflexion bzw. optisch klar transmittierende Medien	
	Reflexion	Transmission	Reflexion	Transmission
Grade	$\rho_{\text{diff}} = L_p \cdot \pi \cdot \Omega_0 / E \quad (2.51)$	$\tau_{\text{diff}} = L_t \cdot \pi \cdot \Omega_0 / E \quad (2.52)$	$\rho_{\text{sp}} = L_p / L = \Phi_p / \Phi \quad (2.53)$	$\tau_{\text{kp}} = L_t / L = \Phi_t / \Phi \quad (2.54)$
Faktoren	$\beta_p = \rho_{\text{diff}} = L_p / L_{\text{weiß}} \quad (2.55)$	$\beta_t = \tau_{\text{diff}} = L_t / L_{\text{weiß}} \quad (2.56)$		

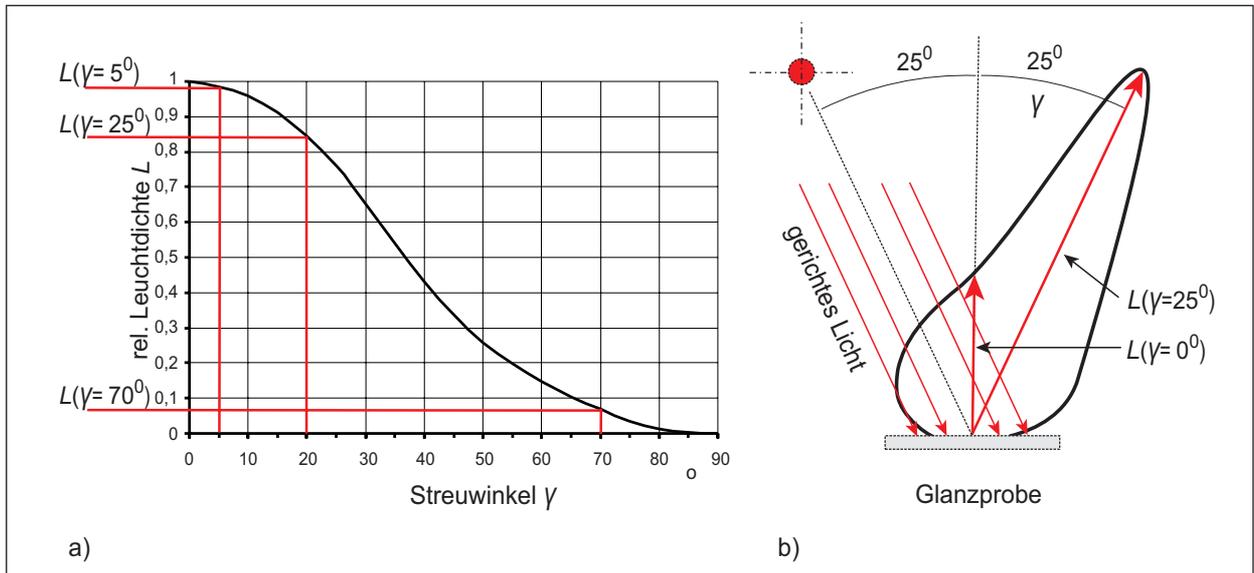


Abb. 2.13 Parameterdarstellung für die Definition des Streuvermögens und der Glanzkennzahl

Bei stark spiegelnden oder sehr schwach streuenden Medien bietet sich zur Kennzeichnung die Abbildungsschärfe an.

Zur vollständigen Beschreibung sowie als Grundlage zur Simulation (Raytracing) ist es erforderlich, die BSDF (bidirectional scattering distribution function) zu messen. Die beschriebenen Kenngrößen können aus der BSDF einfach berechnet werden. Abbildung 2.14 zeigt ein typisches Streulichtgoniophotometer zur Messung der spektralen in-plane BSDF von Kunststoffmaterialien.



Abb. 2.14 In-Plane-Streulichtgoniophotometer zur Messung der spektralen Streuung (BSDF) von Materialien (Quelle: opsira GmbH)

2.2.3 Bewertete, strahlungsphysikalische und photonentechnische Größen

Aus Gründen der Anschaulichkeit wurden in Kapitel 1.2.1 die geometrischen Beziehungen der Strahlungsgrößen anhand der lichttechnischen Größen abgehandelt. Da sich bei den bewerteten strahlungsphysikalischen und photonentechnischen Größen nur die Konstante k und die spektrale Abhängigkeit $s(\lambda)$ ändern, können die von den lichttechnischen Größen abgeleiteten geometrischen Beziehungen auf die anderen übertragen werden (Tab. 2.6).

Bewertete Größen (allgemein)

$$X_s = k \cdot \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} X_{e,\lambda} \cdot s(\lambda) d\lambda \quad \text{nach Gl. (2.13)}$$

Lichttechnische Größen

$$X_v = k_m \cdot \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} X_{e,\lambda} \cdot v(\lambda) d\lambda \quad (2.59)$$

Strahlungsphysikalische Größen

$$X_e = k \cdot \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} X_{e,\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.60)$$

Photonentechnische Größen

$$X_q = k \cdot \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} X_{e,\lambda} \cdot \lambda \cdot d\lambda \quad (2.61)$$

Tab. 2.6 Formeln, Einheiten und Bezeichnungen bei den Licht- und Strahlungsgrößen

Symbol	Formel		Lichttechn. Größe	Strahlungsphys. Größe	Photonen. Größe
			Index: v	Index: e	Index: q
Φ	$\Phi_s = k \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{e,\lambda} \cdot s(\lambda) d\lambda$	Gl. (2.19)	Lichtstrom in lm	Strahlungsfluss in W	Photonenstrom s^{-1}
I	$I(\gamma_1) = d\Phi(\gamma_1) / d\Omega_1$	Gl. (2.22)	Lichtstärke in cd	Strahlstärke in $W \cdot sr^{-1}$	Photonenstrahlstärke in $s^{-1} \cdot sr^{-1}$
E	$E(\gamma_2) = d\Phi(\gamma_1) / dA_2$	Gl. (2.31)	Beleuchtungsstärke in $lx = lm \cdot m^{-2}$	Bestrahlungsstärke in $W \cdot m^{-2}$	Photonenbestrahlungsstärke in $s^{-1} \cdot m^{-2}$
H	$H = \int_0^t E(t) \cdot dt$	Gl. (2.37)	Belichtung in $lx \cdot s = lm \cdot s \cdot m^{-2}$	Bestrahlung in $W \cdot s \cdot m^{-2}$	Photonenbestrahlung in m^{-2}
L	$L(\gamma_1) = \frac{dI(\gamma_1)}{dA_1 \cdot \cos \gamma_1}$	Gl. (2.26)	Leuchtdichte in cd/m^2	Strahldichte in $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$	Photonenstrahldichte in $m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1}$
M	$M(\gamma_1) = d\Phi_{1,2} / dA_1$	Gl. (2.21)	Spezifische Lichtausstrahlung in lm/m^2	Spezifische Ausstrahlung in $W \cdot m^{-2}$	Spezifische Photonen- ausstrahlung in $s^{-1} \cdot m^{-2}$
			Bedeutung von k und $s(\lambda)$		
			$k = k_m = 683 \text{ lm/W}$ $s(\lambda) = v(\lambda)$	$k = 1$ $s(\lambda) = 1$	$k = 5 \cdot 10^{15}$ $s(\lambda) = \lambda \text{ (in nm)}$

Die photonentechnischen Größen ergeben immer eine Photonenanzahl pro Zeitintervall.

In vielen Strahlungsberechnungsprogrammen wird heute mit Strahlenmodellen gearbeitet. Das ist die gleiche Arbeitsmethode wie die der geometrischen Optik. Bei diesen Modellen muss ein Anschluss an die energetischen, lichttechnischen oder bewerteten Größen hergestellt werden. Das kann z. B. über die spezifische Ausstrahlung ($M \equiv$ Radiosity) oder die Zuordnung von einer Anzahl von Strahlen in eine Richtung, in ein Raumwinkelelement oder auf einer Fläche zu dem Wert einer entsprechenden Strahlungsgröße erfolgen.

Wirkungsgrade

Strahlungsausbeute η_e :

$$\eta_e = \Phi_e(\Delta\lambda) / P \tag{2.62}$$

Es bedeuten: $\Phi_e(\Delta\lambda)$ Strahlungsfluss in dem Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$, P verbrauchte elektrische Leistung in W.

Optischer Nutzeffekt η_{ev} :

$$\eta_{ev} = \Phi_e(\Delta\lambda) / \Phi_{e,ges} \tag{2.63}$$

Es bedeuten: $\Phi_e(\Delta\lambda)$ Strahlungsfluss im sichtbaren Wellenlängenintervall (380 bis 780 nm); $\Phi_{e,ges}$ Gesamtstrahlungsfluss.

Lichtausbeute η_v :

$$\eta_v = \Phi_v / P \tag{2.64}$$

Es bedeuten: Φ_v Lichtstrom der Lampe in lm, P verbrauchte elektrische Leistung in W.

Für moderne Lichtquellen liegt die Lichtausbeute zwischen 50 und 120 $lm \cdot W^{-1}$.

Leuchtenbetriebswirkungsgrad η_L :

$$\eta_L = \Phi_L / \Phi_{La} \tag{2.65}$$

Es bedeuten: Φ_L Lichtstrom der Leuchte bei der Umgebungstemperatur t_{UL} ; Φ_{La} Lichtstrom der Lampe bei einer definierten Umgebungstemperatur der Lampe t_{ULa} .

Beleuchtungswirkungsgrad η_B :

$$\eta_B = \Phi_N / \Phi_{La} \tag{2.66}$$

Es bedeuten: Φ_N Lichtstrom auf der Nutzfläche; Φ_{La} Gesamtlichtstrom der installierten Lampen (also der installierten Lichtquellen bzw. Leuchtmittel).

2.3 Farbbewertung

2.3.1 Niedere Farbmatrik

Kleinfeld-Farbmatrik (2⁰-Metrik)

Bei der Farbmatrik geht es um das eindeutige Quantifizieren eines Farbeindrucks. Hierbei ist, wie später beschrieben wird, die Zusammensetzung der Farbe selbst unerheblich. Historisch beschreibt man alle Farben durch eine Farbmischung aus drei monochromatischen Farben. Diese Charakterisierung nennt man Farbvalenz eines Farbpreizes.

Diese fundamentalen Gesetzmäßigkeiten der additiven Farbmischung, bei der die Spektren der zu mischenden Farbpreize additiv aufgefüllt werden, wurden schon in der Mitte des 19. Jh. gefunden.² Das ist insofern erstaunlich, da in dieser Zeit nur vage Vorstellungen über die spektrale Empfindlichkeit der drei unterschiedlichen Zapfen in der Netzhaut des menschlichen Auges vorhanden waren. Die ursprünglich willkürlich gewählten Urprimärvalenzen haben somit nur wenig Übereinstimmung mit den heute bekannten Empfindlichkeiten der Zapfen im Auge. Erst später konnten die Absorptionskurven der Zapfen im Auge ermittelt werden (Bowmaker 1981).

R. Luther (1927) und M. Richter (1948)³ formulierten später das sog. farbmtrische Grundgesetz wie folgt:

„Das helladaptierte trichromatische Auge bewertet die einfallende Strahlung nach drei voneinander unabhängigen spektralen Wirkungsfunktionen linear und stetig,

² Günther Graßmann (Mathematiker) (1809–1877)

³ Robert Luther (Chemiker) (1867–1945); Manfred Richter (Physiker) (1905–1990)

wobei sich die Einzelwirkungen zu einer untrennbaren Gesamtwirkung addieren.“

Die Farbmatrik basiert auf einem empirischen Vergleich von Farbgleichheit der Mischung der drei Urprimärvalenzen mit allen monochromatischen Farben (Abb. 2.16 a). Mit diesen Referenzfarbpreizen nach Abbildung 2.15 b (Urprimärvalenzen: R₀, G₀, B₀) können nach den Gesetzen der additiven Farbmischung die Farbempfindungen quantitativ beschrieben werden.

Die Urprimärvalenzen sind wie folgt gewählt:

R₀: $\lambda = 700 \text{ nm}$, $L_{\text{rel}} = 1$, $L_{\text{e,rel}} = 72,1$; G₀: $\lambda = 546,1 \text{ nm}$, $L_{\text{rel}} = 4,59$, $L_{\text{e,rel}} = 1,38$; B₀: $\lambda = 435,8 \text{ nm}$, $L_{\text{rel}} = 0,06$, $L_{\text{e,rel}} = 1,00$. Darin sind L_{rel} die relativen Leuchtdichten (Abb. 2.15 b) und $L_{\text{e,rel}}$ die relativen Strahldichten der Urprimärvalenzen.

Das farbmtrische Grundgesetz gilt auch für alle Spektralfarben, die folglich auch mit den Urprimärvalenzen beschrieben werden können. Abbildung 2.16 a zeigt den prinzipiellen Aufbau zur Bestimmung der Spektralwertfunktionen.

Mit einem Monochromator wird ein schmaler Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ aus einer spektralen Strahlungsfunktion φ_λ ausgeschnitten und im rechten Photometerfeld dargestellt. Mit den drei Urprimärvalenzen werden durch eine definierte Schwächung die Primärvalenzen so gemischt, dass sie das gleiche Aussehen wie die eingestellte monochromatische Spektralfarbe haben. Die so erhaltenen Zahlentripel sind die Spektralwertfunktionen des helladaptierten trichromatischen Auges. Nun zeigt es sich, dass mit der Auswahl der Urprimärvalenzen nicht alle Spektralfarben additiv gemischt werden können. Durch eine äußere Farbmischung kann trotzdem mit den ausgewählten Primärvalenzen Farbgleichheit eingestellt werden, wenn eine der Primärvalenzen der Spektralfarbe definiert

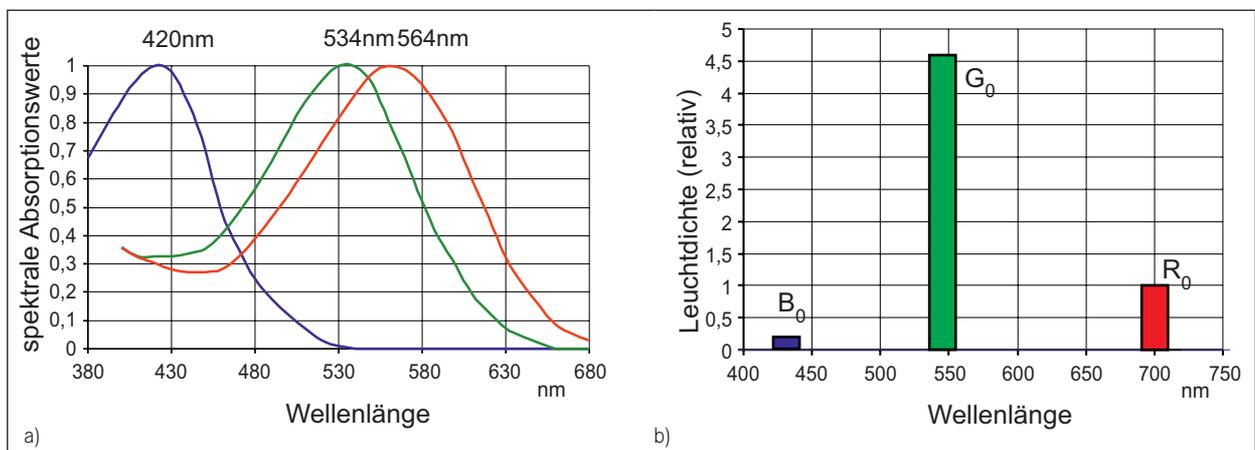


Abb. 2.15 a) Absorptionskurven der Zapfen, b) Leuchtdichteanteile der Urprimärvalenzen

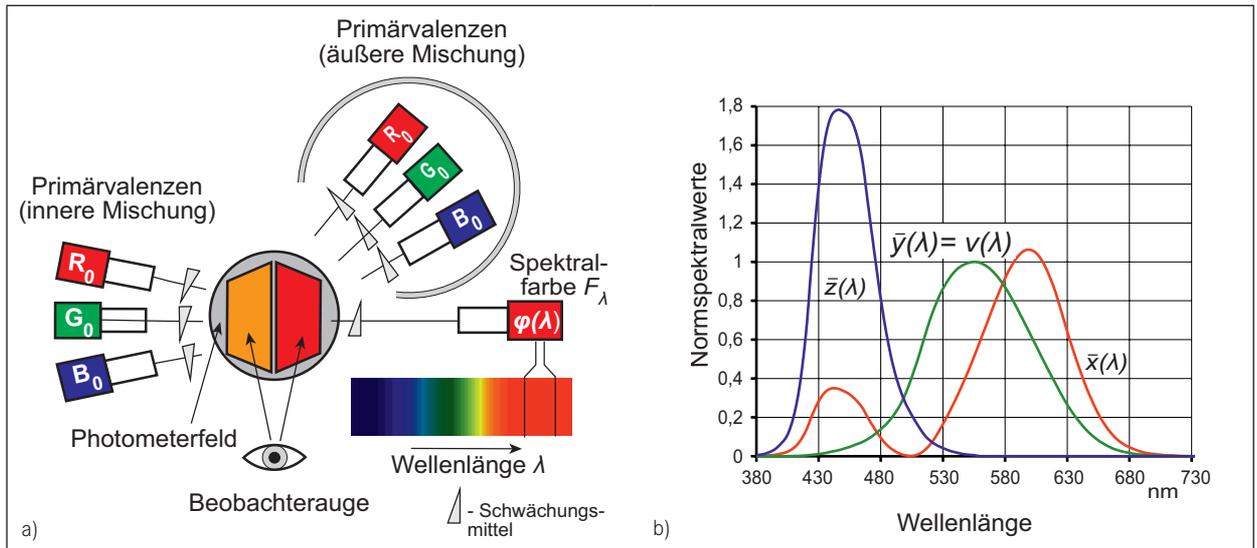


Abb. 2.16 a) Anordnung zur Bestimmung der Spektralwertfunktionen, b) Normspektralwertkurven für eine \$2^0\$-Farbprobe

überlagert wird und von dieser Mischfarbe dann die Farbvalenzen bestimmt werden. Die durch äußere Mischung zugefügten Farbwerte sind dann als negative Werte auszuweisen.

Damit die Farbvalenzen alle positiv dargestellt werden können, wird ein virtuelles Vektortripel \$X, Y, Z\$ ausgewählt, auf das die Urfarbvalenzen, die als Vektoren aufgefasst werden können, transformiert werden. Da man in der Wahl des Vektortripels freie Hand hat, können noch begünstigende Randbedingungen eingebaut werden. Folgende Randbedingungen werden für die lineare Transformation vom R, G, B-System in das X, Y, Z-System definiert:

1. Die Normspektralwertfunktion \$\bar{y}(\lambda)\$ soll gleich \$v(\lambda)\$ sein.
2. Die kleinste Farbkoordinate in x soll gleich 0 sein (keine negativen Werte wie im R, G, B-System).
3. Die kleinste Farbkoordinate in y soll gleich 0 sein (keine negativen Werte wie im R, G, B-System)
4. Die rechte Flanke des Farbraums soll asymptotisch an der 1/1-Diagonale und die linke Flanke tangential an der y-Achse liegen.
5. Es soll \$x + y + z = 1\$ gelten. Die Summe der Farbkoordinaten soll gleich 1 sein (Gl. (2.67)).

Die Lösung und somit die Matrix zur Transformation ist in Tabelle 2.7 dargestellt. In Abbildung 2.16 b sind die so ermittelten Normspektralwertfunktionen \$\bar{x}(\lambda); \bar{y}(\lambda); \bar{z}(\lambda)\$ eingezeichnet, die \$\bar{y}(\lambda)\$-Funktion für das \$2^0\$-Feld ist die \$v(\lambda)\$-Funktion. Die drei Empfänger bewerten eine Farbreizfunktion \$\varphi_\lambda\$ entsprechend den Normspektralwertfunktionen integral (Gl. (2.67)).

$$\begin{aligned}
 X &= k \cdot \int \varphi_\lambda \cdot \bar{x}(\lambda) d\lambda \\
 Y &= k \cdot \int \varphi_\lambda \cdot \bar{y}(\lambda) d\lambda \\
 Z &= k \cdot \int \varphi_\lambda \cdot \bar{z}(\lambda) d\lambda
 \end{aligned}
 \tag{2.67}$$

Es bedeuten: \$\varphi_\lambda\$-Farbreizfunktion, \$\bar{x}(\lambda); \bar{y}(\lambda); \bar{z}(\lambda)\$: Normspektralwertfunktionen; \$k\$ Konstante (frei wählbar).

Die Farbreizfunktion \$\varphi_\lambda\$ kann von Körperfarben stammen oder eine direkte Lichtfarbe einer Lichtquelle sein. Trifft Licht auf einen Gegenstand, werden die einzelnen Spektralanteile meistens unterschiedlich reflektiert, transmittiert oder absorbiert. Diese Eigenschaft der Materialien wird durch die spektralen Stoffkennzahlen für die Transmission (z. B. spektraler Transmissionsgrad \$\tau(\lambda)\$ bzw. Leuchtdichtefaktor \$\beta_\tau(\lambda)\$) oder die Reflexion (z. B. spektraler Reflexionsgrad \$\rho(\lambda)\$ bzw. Leuchtdichtefaktor \$\beta_\rho(\lambda)\$) beschrieben (Gl. (2.43); Tab. 2.4).

Die reflektierten bzw. transmittierten spektralen Strahlungsflüsse oder Strahldichten sind dann:

$$\Phi_{e\lambda\rho} = \rho(\lambda) \cdot \Phi_{e\lambda} = \varphi_{\lambda\rho} \text{ bzw. } L_{e\lambda\rho} = \beta_\rho(\lambda) \cdot L_{e\lambda} = \varphi_{\lambda\rho} \tag{2.68}$$

oder

$$\Phi_{e\lambda\tau} = \tau(\lambda) \cdot \Phi_{e\lambda} = \varphi_{\lambda\tau} \text{ bzw. } L_{e\lambda\tau} = \beta_\tau(\lambda) \cdot L_{e\lambda} = \varphi_{\lambda\tau} \tag{2.69}$$

Da man zur Kennzeichnung einer Farbe häufig auf die Angabe der Helligkeit verzichten kann, wurden relative Farbwerte (Farbwertanteile) eingeführt (Gl. (2.70)), dabei ist

$$\begin{aligned} X &= X/(X+Y+Z); \quad y = Y/(X+Y+Z) \text{ und} \\ z &= Z/(X+Y+Z) \text{ sowie } x+y+z = 1 \end{aligned} \quad (2.70)$$

So kann man mit einer zweidimensionalen Darstellung arbeiten (Abb. 2.17 a, CIE 1931 x, y -Farbdiagramm für den 2° Normalbeobachter).

Mit dem Farbwert Y (sog. Hellbezugswert der Farbe), der einer lichttechnischen Größe entspricht, können die Farbwerte X und Z aus den Farbwertanteilen berechnet werden (Gl. (2.71)).

$$X = x/y \cdot Y; \quad Y = Y; \quad Z = z/y \cdot Y \quad (2.71)$$

Aus den Urvalenzen R_0 , G_0 und B_0 lassen sich nur die Farbbereiche ermischen, die innerhalb des aufgespannten Dreiecks liegen (Abb. 2.17 a). Ebenso können z. B. aus der Farbe C und M nur alle Farben auf der Strecke zwischen C und M gemischt werden. Bei mehreren Eckpunkten eines Polygons können immer alle Farben innerhalb des Polygons gemischt werden.

In Abbildung 2.17 a ist der Spektralfarbenzug als äußere Grenzlinie zu erkennen, innerhalb dessen sich alle Farben befinden. Der Spektralfarbenzug wird zwischen den Spektralfarben bei 380 nm und 780 nm zu der sog. Purpurgeraden verbunden, auf der sich die Mischfarben von diesen beiden Farben befinden. Eine anschauliche Bezeichnung der Farbvalenzen bietet die Angabe von den sog. Helmholtzzahlen. Eine Farbvalenz F_x kann mit der farbtongleichen Wellenlänge F_λ , die sich ergibt, wenn eine Gerade, die von dem Unbuntpunkt E ausgeht und auf den Spektralfarbenzug bei der Farbvalenz F_λ trifft, angegeben wer-

den. Die farbtongleiche Wellenlänge wird in der Praxis oft als „dominante“ Wellenlänge bezeichnet. Diese sollte nur für Farborte nahe dem Spektralfarbenzug angegeben werden. Die Strecke $E-F_\lambda$ gibt dabei die relative Sättigung der Farbe F_x bzgl. der Spektralfarbe F_λ an. Die Sättigung S ist der Quotient der Streckenlänge $E-F_x$ zur Streckenlänge $E-F_\lambda$ in Prozent.

Abbildung 2.17 b zeigt eine weitere, sehr verbreitete Art, den Farbeindruck von Lichtquellen anzugeben – und zwar mit der Farbtemperatur T oder auch der ähnlichsten Farbtemperatur T_n (oft auch CCT oder correlated colour temperature). Hierbei wird der Farbeindruck mit der Farbe eines auf eine bestimmte Temperatur erhitzten Schwarzen Strahlers verglichen.

Die Spektralverteilung eines Schwarzen Strahlers wird von Planck beschrieben. Auf jedes Plancksche Emissionsspektrum bei der betreffenden Temperatur werden die Normspektralwertfunktionen nach Gleichung (2.64) angewandt und die Farbkoordinaten x und y berechnet. Es entsteht der sogenannte Plancksche Kurvenzug im CIE 1931-Farbdiagramm.

Die Farbtemperatur kann nur für Farben nahe dem Planckschen Kurvenzug angegeben werden. Liegt der Farbort des zu bewertenden Farborts weniger als $5,4 \cdot 10^{-3}$ (Juddscher Farbabstand) vom Planckzug entfernt (streng genommen im u, v -System), so kann dem Farbort eine Farbtemperatur zugeordnet werden. Beträgt der Farbabstand weniger als $5 \cdot 5,4 \cdot 10^{-3}$, so kann dem Farbort eine ähnlichste Farbtemperatur zugeordnet werden (DIN 5033 T8). Ist der Farbabstand größer, so kann keine Farbtemperatur zugeordnet werden (z. B. bei einer grünen LED).

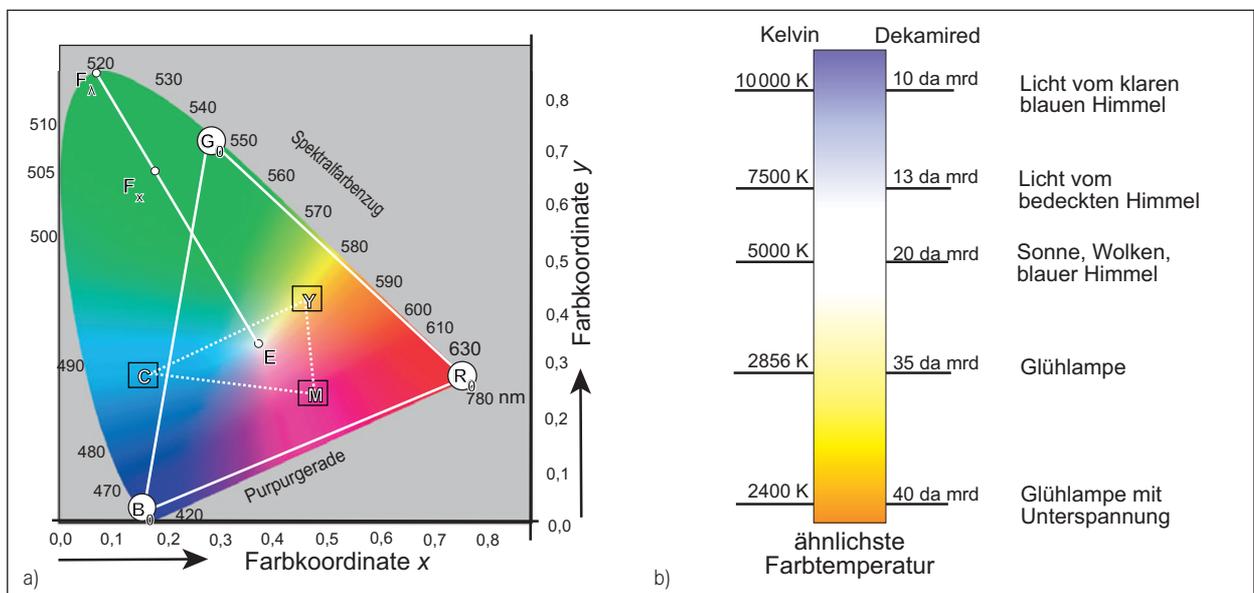


Abb. 2.17 a) CIE 1931 x, y -Farbtafel, b) ähnlichste Farbtemperaturen

Die Angabe einer Farbtemperatur ist **keine** eindeutige Farbangabe! Mehrere Lichtquellen, die auf verschiedenen Orten der Juddschen Geraden liegen, können bei verschiedenen Farben die gleiche ähnlichste Farbtemperatur haben. Eine eindeutige Definition der Farbe ist nur mit den Farbkoordinaten (z.B. CIE 1931 x, y) möglich. Für definierte Beleuchtungssituationen werden noch Normlichtarten definiert. Normlichtart *A* entspricht dem Spektrum einer Glühlampe mit $T = 2856$ K, Normlichtart *C* entspricht einem mittleren Tageslicht ($T_N = 6778$ K) und Normlichtart *D65* einem Tageslicht mit $T_N = 6500$ K.

Großfeld-Farbmetrik (10⁰-Metrik)

In der Praxis hat man es meist mit größeren Feldern bzw. Blickwinkeln als den 2⁰-Feldern zu tun. Deshalb gibt es für größere Felder noch eine 10⁰-Farbvalenzmetrik. In die Gleichung (2.67) müssen dann die Normspektralwertkurven für das 10⁰-Feld eingesetzt werden ($\bar{x}_{10}(\lambda); \bar{y}_{10}(\lambda); \bar{z}_{10}(\lambda)$). Da sich diese Kurven deutlich von denen der 2⁰-Metrik unterscheiden, sind die Farbvalenzen auch nicht ineinander übertragbar. Die $\bar{y}_{10}(\lambda)$ -Kurve ist nicht mehr die $v(\lambda)$ -Kurve, sodass der *Y*-Valenzwert keiner lichttechnischen Größe entspricht. Annähernd kann dabei der Hellbezugswert *A* wie folgt berechnet werden:

$$A_{10} = 0,015 \cdot X_{10} + 0,964 \cdot Y_{10} + 0,021 \cdot Z_{10} \quad (2.72)$$

Die Werte für X_{10}, Y_{10} und Z_{10} müssen aus Spektralmessungen oder mit entsprechend angepassten Farbfilterkombinationen bestimmt werden. Auch wenn aufgrund

der Anwendung häufig die 10⁰-Metrik angebracht wäre, so wird doch oft in der bewährten 2⁰-Metrik gearbeitet.

2.3.2 Farbmischungen und -transformationen

Farbmischungsarten

Man unterscheidet zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Farbmischungen, die additive Farbmischung, bei der einem Spektrum noch weitere Anteile hinzuaddiert werden, und die subtraktive Farbmischung, bei der aus einem Spektrum Anteile herausgefiltert werden (Filterfarbmodell). Da die sog. subtraktive Farbmischung auf der Multiplikation der spektralen Anteile beruht, wird diese Mischung auch multiplikative Farbmischung genannt. In Abbildung 2.18 sind die Kastenspektren der Primärfarben der additiven Mischung, und die spektralen Transmissionen der sog. subtraktiven Mischung sowie die Farbvalenzen, die sich aus der Mischung derselben ergeben, verdeutlicht. Die Farbvalenzen von beiden Mischungen unterscheiden sich deutlich. Jedoch ist es möglich, mit der subtraktiven Farbmischung die gleichen Valenzen wie die der Primärvalenz der additiven Mischung zu erzeugen und umgekehrt.

Bei der Darstellung farbiger Szenen können mit kleinen Primärfarbenrippeln, deren Größe unterhalb der Auflösungsgröße liegt, sowohl mit der additiven als auch mit der subtraktiven Mischung definierte Farbvalenzen erzeugt werden. In Abbildung 2.19 d ist sowohl die additive als auch die subtraktive Mischung (bei überlagerten

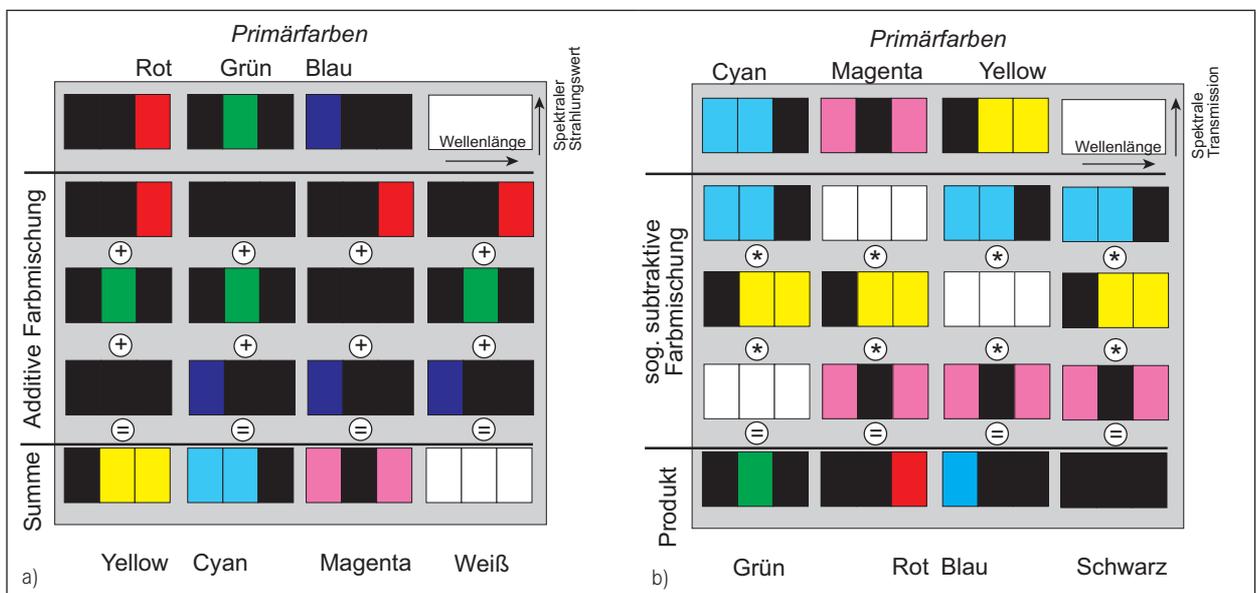


Abb. 2.18 a) Spektrenaddition bei der additiven Farbmischung, b) spektrale Transmissionen bei der sog. subtraktiven Farbmischung

Pixeln) möglich. Eine zeitliche Überlagerung der Primärfarben, wie sie in Abbildung 2.19 a zu sehen ist, ist dann möglich, wenn die Darbietungsfrequenz oberhalb der Flimmerverschmelzungsfrequenz des Auges liegt. Bei der Herstellung von Lichtfarben wird häufig auch die additive Farbmischung verwendet. So wird das weiße Licht der LED-Lampen aus einer blau leuchtenden Diode dadurch gewonnen, dass das blaue Licht in einer Leucht-

stoffschicht z.T. in gelbes Licht gewandelt wird (Abb. 2.20 a). Eine klassische subtraktive Farbmischung ist die Mischwirkung von Wasserfarben (Abb. 2.20 b). Das Zustandekommen der Endfarbe kann man sich so erklären, als ob zwei Gefäße mit unterschiedlichen Farbvalenzen (spektralen Transmissionen) hintereinander angebracht wären.

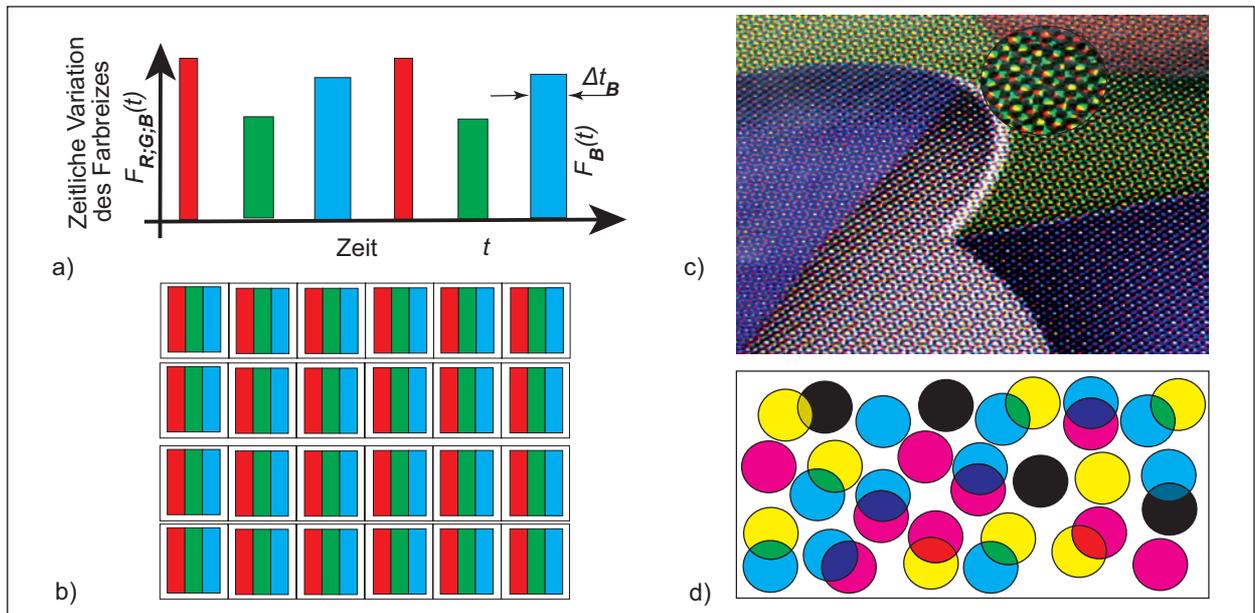


Abb. 2.19 Additive und subtraktive Pixelfarbmischungen

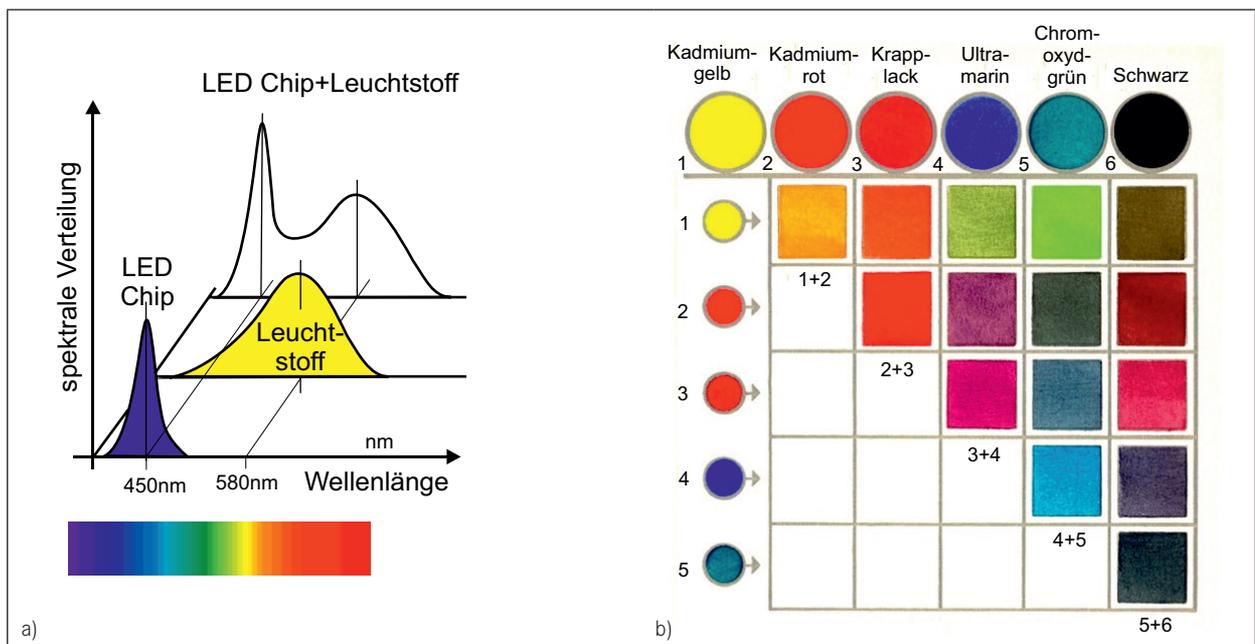


Abb. 2.20 a) Additive Farbmischung in einer weißen LED-Lampe, b) sog. subtraktive Farbmischung durch Wasserfarben

Berechnung von Farbmischungen

Während die additive Farbmischung sich durch eine eindeutige Metrik beschreiben lässt, ist dies bei der subtraktiven Mischung nicht so einfach möglich, da insbesondere auch die Streuverhältnisse in den Farbträgern eine Rolle spielen. Deshalb soll die Berechnung auf die additive Mischung beschränkt werden.

Die Farbmischung geht dabei immer von den Farbwerten und nicht von den Farbwertanteilen aus. Wird das XYZ-System als Bezugsgröße genommen, ergeben sich die Farbwerte aus den Farbwertanteilen wie folgt:

$$X = (x/y) \cdot Y \quad Z = (z/y) \cdot Y = ((1-x-y)/y) \cdot Y \quad (2.73)$$

Dabei wird der Farbwert Y als gegeben angenommen und kann als Leuchtdichte, Reflexionsgrad, Reflexionsfaktor (wird meist mit dem Wert 100 multipliziert), Beleuchtungsstärke, Lichtstärke oder Lichtstrom fungieren.

Soll die Farbvalenz einer Mischfarbe F_g aus den drei Einzelfarben F_1, F_2 und F_3 mit den Farbwertanteilen $x_{1,2,3}; y_{1,2,3}$ und $z_{1,2,3}$ und den Farbwerten $Y_{1,2,3}$ bestimmt werden, ergeben sich die Farbwerte der Mischfarbe F_g : $X_g; Y_g; Z_g$ nach Gleichung (2.74) und die Farbwertanteile: $x_g = X_g / (X_g + Y_g + Z_g)$ bzw. $y_g = Y_g / (X_g + Y_g + Z_g)$.

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1/y_1 & x_2/y_2 & x_3/y_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ z_1/y_1 & z_2/y_2 & z_3/y_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Farbtransformationen

Da die Farbvalenzen als Vektoren dargestellt werden können, lassen sie sich auf beliebige andere Vektorentripel-paare transformieren, so wie es mit dem RGB-Farbsystem mit der Transformation in das XYZ-System schon gezeigt wurde. Dies ist z.B. bei Farbensteuerungen innerhalb einer Farbbearbeitungskette (Farbmanagement) notwendig, wenn die XYZ-Farbwerte auf neue Referenzfarben (z.B. EBU-Valenzen) transformiert werden müssen.

In Tabelle 2.7 sind einige Transformations- und die dazugehörigen inversen Matrizen und Berechnungsformeln (Gl. (2.75) und Gl. (2.76)) angegeben. Diese ermöglichen eine Transformation in einem geräteunabhängigen XYZ-Farbenraum.

Auch hierbei wird der Farbwert Y als gegeben angenommen.

Die verwendeten Primärvalenzen und Weißpunkte sind in Tabelle 2.8 angegeben.

Tab. 2.7 Farbtransformationen des XYZ-Systems in andere Primärsysteme

Transformation	Matrix M		inverse Matrix M ⁻¹	Transformation
Primäre Farbwerte: R₀ G₀ B₀	$\begin{bmatrix} 0,4184 & -0,1587 & -0,0829 \\ -0,0912 & 0,2524 & 0,0157 \\ 0,0009 & -0,0026 & 0,1787 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2,7690 & 1,7520 & 1,1300 \\ 1 & 4,5907 & 0,060 \\ 0 & 0,0570 & 5,5900 \end{bmatrix}$	Primäre Farbwerte: R₀ G₀ B₀
Farbwerte: RGB_{EBU}	$\begin{bmatrix} 1,9391 & 0,4833 & 2,500 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0,0912 & 0,1833 & 13,1667 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,4307 & 0,3415 & 0,1783 \\ 0,2221 & 0,7066 & 0,0713 \\ 0,0158 & 0,1295 & 0,9388 \end{bmatrix}$	Farbwerte: RGB_{EBU}
Farbwerte: RGB_{NTSC}	$\begin{bmatrix} 1,9708 & -0,5496 & -0,2950 \\ -0,9538 & 1,9355 & -0,0286 \\ 0,0638 & -0,1296 & 0,9815 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,5882 & 0,1791 & 0,1820 \\ 0,2897 & 0,6056 & 0,1047 \\ 0 & 0,0683 & 1,0208 \end{bmatrix}$	Farbwerte: RGB_{NTSC}
Tripelsystem CIE CAM 02 PDT	$\begin{bmatrix} 0,7328 & 0,4296 & -0,1624 \\ -0,7036 & 1,6075 & -0,0061 \\ 0,0030 & 0,0136 & 0,9834 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1,0842 & -0,293 & 0,1809 \\ 0,4746 & 0,4946 & 0,0753 \\ -0,0099 & -0,0059 & 1,015 \end{bmatrix}$	Tripelsystem CIE CAM 02 PDT
UCS- System UVW'	$\begin{bmatrix} 0,2500 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1111 & 0 \\ 0,2500 & -0,2222 & 0,3333 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$	UCS- System UVW'
(2.75)	$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \text{ bzw. } \begin{bmatrix} P_1 \\ D \\ T \end{bmatrix} \text{ bzw. } \begin{bmatrix} U' \\ V' \\ W' \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \text{ bzw. } \begin{bmatrix} P_1 \\ D \\ T \end{bmatrix} \text{ bzw. } \begin{bmatrix} U' \\ V' \\ W' \end{bmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$	(2.76)

Tab. 2.8 Lage der Primärvalenzen und der Weißpunkte

	Urvalenzen		EBU		HDTV		NTSC	
	x	y	x	y	x	y	x	y
R	0,7347	0,2653	0,64	0,33	0,64	0,33	0,67	0,33
G	0,2738	0,7174	0,29	0,60	0,30	0,60	0,21	0,71
B	0,1666	0,0089	0,15	0,06	0,15	0,06	0,14	0,08
Weißpunkt	0,333	0,333	0,3127	0,3290	0,3127	0,3290	0,3101	0,3162
	Energiegleiches Spektrum		D ₆₅		D ₆₅		C	

Eine Farbzentrierung, bei der eine gewünschte Farbart als Weißpunkt fungieren soll, bewirkt eine projektive Verzerrung der üblichen Farbtafelform (Richter 1981). Durch eine lineare Transformation kann auch die Farbadaptation des Auges (Farbumstimmung) an die vorherrschende Lichtfarbe berücksichtigt werden. Dazu verwendet man die PDT-Farbwertkurven (Gl. (2.75) und Gl. (2.76); Tab. 2.7), indem sie mit Gewichtungsfaktoren, die den unterschiedlichen Belastungen der drei Farbpfeifer bei veränderter Lichtart entsprechen (Koeffizientensatz nach J.v. Kries, 1902), versehen werden.

2.3.3 Höhere Farbmatrik (Farbempfindungsmetriek)

Gleich große Farbabstände an verschiedenen Orten im CIE 1931-Farbdiagramm entsprechen nicht dem visuell bewerteten Farbabstand. Im oberen Bereich des Farbdiagramms

(im grünen Bereich) führt ein gewisser Farbabstand zu einer deutlich geringeren Farbempfindungsänderung als im blauen oder roten Bereich. Deshalb gibt es bis heute zahlreiche Aktivitäten, einen empfindungsgemäß gleichabständigen Farbenraum zu schaffen, in dem sich sowohl Farbabstände (Farbunterschiede) als auch Farbtoleranzschwellen zahlenmäßig angeben lassen. Eine allgemein befriedigende Darstellung gibt es leider noch nicht, so dass je nach Anwendungsfall entschieden werden muss, welche Bewertung adäquat ist. Auf jeden Fall sollte das Ergebnis nachträglich visuell überprüft werden.

MacAdam-Ellipsen zur Darstellung von Farbschwellen

Ein deutlicher Hinweis auf die Nichtgleichabständigkeit der Farbempfindung zeigt sich schon in den sog. MacAdam-Ellipsen (Abb. 2.21 a), die die Unterschiedsschwellen von merkbaren Farbabständen darstellen. Sie zeigen an, wie weit man sich von einem bestimmten Farbort

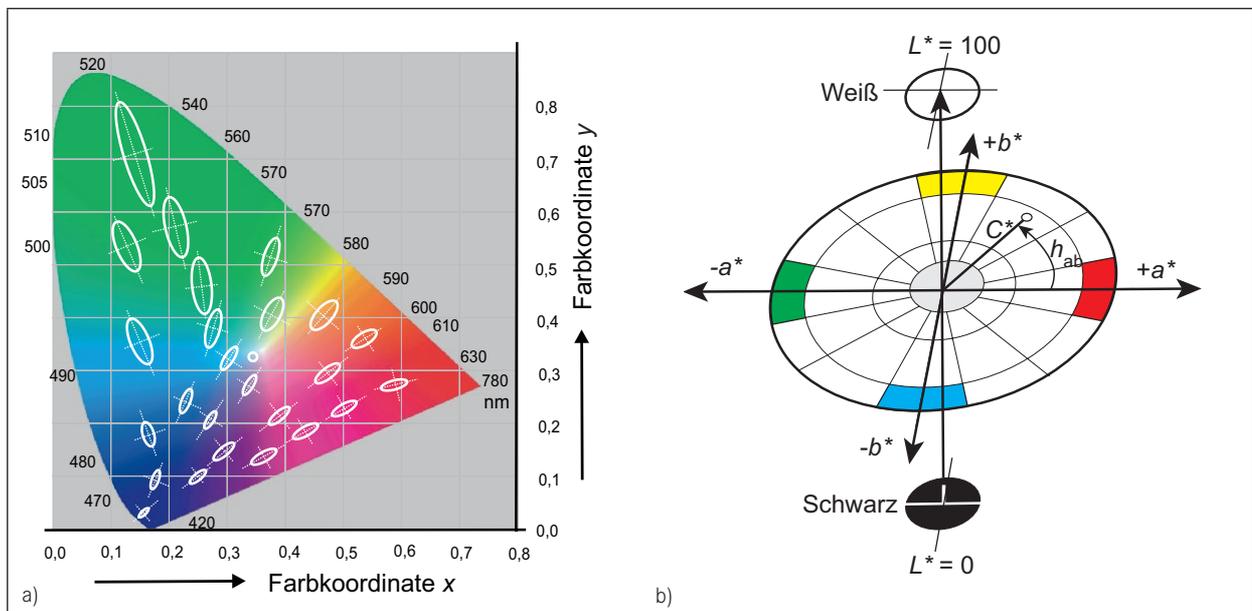


Abb. 2.21 a) Schwellenellipsen nach MacAdam (Ellipsen sind zehnfach vergrößert dargestellt), b) Farbraum nach CIE-LAB 1976

Tab. 2.9 Stauchungsgleichungen für das UVW'-Farbsystem (siehe auch Transformationsgleichungen in Tab. 2.7)

Transformation vom XYZ in das UVW'-Farbsystem		Transformation vom UVW' in das XYZ-Farbsystem	
Farbwertanteil u'	Farbwertanteil v'	Farbwertanteil x	Farbwertanteil y
$4x/(-2x + 12y + 3)$ Gl. (2.77)	$9y/(-2x + 12y + 3)$ Gl. (2.78)	$27u'/(18u' - 48v' + 36)$ Gl. (2.79)	$12v'/(18u' - 48v' + 36)$ Gl. (2.80)

(Zentrum der Ellipsen) in jede beliebige Richtung weg-bewegen muss, bis man einen anderen Farbeindruck erhält. In der XYZ-Farbtabelle sind sie unterschiedlich groß. Bei visueller Gleichabständigkeit müssten es Kreise mit gleichem Durchmesser sein.

UVW'- Farbsystem

1976 wurde ein CIE-UCS-Farbsystem vorgeschlagen, welches die Farbbereiche im XYZ-Farbsystem so streckt bzw. staucht, dass eine bessere Gleichabständigkeit erreicht wird. Da dies eine lineare Transformation ist (Tab. 2.9), ist ein einfacher Bezug zu dem XYZ-Farbsystem möglich. Die Gleichabständigkeit ist nur im beschränkten Maße gelungen. Bei der Angabe der Farbwiedergabeeigenschaft von Lampen und im CIE-LUV wird dieses System verwendet. Das CIE 1976- u', v' -Farbsystem ist aktuell das bevorzugte System, wenn es auf möglichst gute Gleichabständigkeit ankommt.

CIE-LUV-Farbsystem

Wie schon bei der Bewertung der Helligkeit gezeigt wurde, ist die empfundene Helligkeit über eine Potenzfunktion mit der lichttechnischen Größe verbunden. Deshalb wird im CIE-LUV-Farbsystem die Helligkeit (L^*) mit einer Potenzfunktion beschrieben. In Tabelle 2.10 sind die erforderlichen Bewertungsgleichungen angegeben.

Tab. 2.10 Bewertungsgleichungen für das CIE-LUV- System

L^*	(2.81)	Y^*	(2.82)	u^*	(2.83)	v^*	(2.84)
L^* bei $Y/Y_n > 0,01$ $L^* = 116 Y^* - 16$		$(Y/Y_n)^{1/3}$		$u^* = 13 L \cdot (u' - u'_n)$		$v^* = 13 L \cdot (v' - v'_n)$	
L^* bei $Y/Y_n < 0,01$ $L^* = 903,291116 \cdot Y^*$							

Der Index n steht für die Werte bei dem Weißpunkt (Farblichtart D65, E oder andere).

Außerdem kann noch ein Maß für die „Sättigung“ (Chroma) c^*_{uv} und ein Bunttonwinkel h_{uv} angegeben werden.

$$c^*_{uv} = (u^{*2} + v^{*2})^{1/2} \quad h_{uv} = \arctan(u^*/v^*) \quad (2.85)$$

Der Farbabstand ΔE_{uv}^* ist der Abstand zwischen einer Probe P und einem Bezugswert B . Die Zahlenwerte sind dabei so gewählt, dass der gerade wahrnehmbare Farbunterschied einen Wert von $\Delta E_{uv}^* = 1$ ergibt.

$$\Delta E_{uv}^* = ((\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2)^{1/2}$$

$$\Delta L^* = L_P^* - L_B^* \quad \Delta u^* = u_P^* - u_B^* \quad \Delta v^* = v_P^* - v_B^* \quad (2.86)$$

In der Druckindustrie wird das CIE-LUV-System häufig verwendet (Billmeyer/Saltzman 1993).

CIE-LAB-Farbsystem

Bei dem CIE-LAB-Farbsystem werden sowohl die Helligkeit (L^*) als auch die Farbwerte mit einer Potenzfunktion beschrieben. Die Darstellung der Farben erfolgt nach dem Gegenfarbensystem von Hering (Abb. 2.21 b).

Es bedeuten: + a^* = Rot; - a^* = Grün;

+ b^* = Gelb und - b^* = Blau.

Die Berechnung der CIE-LAB-Werte erfolgt direkt aus dem XYZ-Farbwerten (Tab. 2.11).

Der Index n steht für die Werte bei dem Weißpunkt (Farblichtart D65, E oder andere).

Außerdem kann auch hierbei noch ein Maß für die „Sättigung“ (Chroma) c^*_{ab} und ein Bunttonwinkel h_{ab} angegeben werden.

$$C^*_{ab} = (a^{*2} + b^{*2})^{1/2} \quad h_{ab} = \arctan(b^*/a^*) \quad (2.88)$$

Tab. 2.11 Bewertungsgleichungen für das CIE-LAB-System

$L^*; a^*$ und b^*	X^*	Y^*	Z^*
$L^* = 116 Y^* - 16$ $a^* = 500 (X^* - Y^*)$ $b^* = 200 (Y^* - Z^*)$ (2.87)	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n > 0,01$ $X^* = (X/X_n)^{1/3}$	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n > 0,01$ $Y^* = (Y/Y_n)^{1/3}$	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n > 0,01$ $Z^* = (Z/Z_n)^{1/3}$
	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n < 0,01$ $X^* = 7,787 \cdot (X/X_n) + 0,138$	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n < 0,01$ $Y^* = 7,787 \cdot (Y/Y_n) + 0,138$	bei $X/X_n; Y/Y_n$ und $Z/Z_n < 0,01$ $Z^* = 7,787 \cdot (Z/Z_n) + 0,138$

Der Farbabstand ΔE_{ab}^* ist der Abstand zwischen einer Probe P und einem Bezugswert B. Auch hier bedeutet $\Delta E_{ab}^* = 1$ einen gerade wahrnehmbaren Farbunterschied. Deutliche Abweichungen sind bei $\Delta E_{ab}^* \geq 3$ festzustellen.

$$\Delta E_{ab}^* = ((\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2)^{1/2} \quad (2.89)$$

$$\Delta a^* = a_p^* - a_B^*$$

$$\Delta b^* = b_p^* - b_B^*$$

Das CIE-LAB-System kommt häufig bei der Anwendung von Farbmitteln in Anstrichfarben, Kunststoffen und Textilien zur Anwendung, also zur Beschreibung von Körperfarben oder Passivfarben, nicht für Lichtquellen bzw. Aktivfarben.

Auf Basis der beschriebenen Farbsysteme sind eine Reihe weiterer Farbsysteme, zum Teil auch besser gleichabständig, entstanden. Diese sind jedoch entweder mathematisch deutlich komplexer oder nur in wenigen Ländern oder speziellen Anwendungen gebräuchlich (Formel nach: CIECAM02, CIECMC, CIE94, siehe auch Krausshaar et al. 2010).

Farbwiedergabe

Die bisher beschriebenen Farborte, Farbkoordinaten bzw. Farbvalenzen einer Beleuchtung lassen sich fast immer durch unendlich viele verschiedene Spektralmischungen erzeugen. Das Auge sieht nur den Farbreiz selbst, kann aber das dem Farbreiz zugrunde liegende Spektrum nicht sehen oder auflösen. Beleuchtet nun das Licht jedoch einen beliebigen farbigen Gegenstand, erhält man, je nach Spektralmischung der Beleuchtung, einen anderen Farbeindruck des Gegenstandes, obwohl die Farbe der verschiedenen Beleuchtungen selbst gleich sein kann.

Die Berechnung der Güte einer Beleuchtung hinsichtlich der Farbwiedergabe wird in der CIE 13.3-1995 definiert. Hierbei wird der Farbeindruck (bzw. das Reflexionsspektrum) unter der Testbeleuchtung mit dem Farbeindruck (bzw. dem Reflexionsspektrum) unter einem Planckschen Strahler mit der Farbtemperatur der Testbeleuchtung verglichen.

Zur Ermittlung des allgemeinen Farbwiedergabeindex R_a wird der arithmetische Mittelwert der Farbwiedergabewerte R_1 bis R_8 der ersten acht Testfarben berechnet. Da zur Definition der Referenz (Planckscher Strahler) die ähnlichste Farbtemperatur der Testbeleuchtung benötigt wird, können Farbwiedergabewerte nur für Farborte nahe dem Planckschen Kurvenzug angegeben werden (siehe Farbtemperatur). Weiterhin ist zur Angabe des Farbwie-

dergabeindex immer auch die betreffende Farbtemperatur mit anzugeben.

Technische Beleuchtungen, z.B. in der Lebensmittelbeleuchtung, werden bewusst mit einer nicht neutralen Farbwiedergabe konzipiert, um z. B. Fleisch- oder Backwaren noch schmackhafter als unter einer neutralen Beleuchtung erscheinen zu lassen.

Der Farbwiedergabeindex R_a (Gl. (2.90)) wurde so gewählt, dass bei exakter Farbwiedergabe der Wert 100 ist. Eine gerade noch befriedigende Farbwiedergabe ist bei $R_a = 60$ erreicht.

$$R_a = 100 - 4,6 \cdot \Delta E_a \quad \text{bzw.} \quad R_i = 100 - 4,6 \cdot \Delta E_i \quad (2.90)$$

R_a (allgemeiner FWG-Index) ist der Mittelwert über acht Testfarben und R_i der spezielle Index der einzelnen Testfarben.

2.4 Licht-, Strahlungs- und Farbmessung

2.4.1 Spektrale und räumliche Bewertung durch Sensoren

Optische Sensoren (Kap. 6) liefern ein der bewerteten Bestrahlungsstärke E_s proportionales Signal (Gl. (2.13)).

Aus der Vielzahl der heute existierenden Sensoren muss für die Licht-, Strahlungs- oder Farbmessung der für die jeweilige Anwendung geeignete Typ ausgesucht werden. Wenn sowohl die spektrale als auch die räumliche Empfindlichkeit der verwendeten Sensoren nicht den gewünschten Parametern entsprechen, müssen sie durch entsprechende Maßnahmen angepasst werden.

Die spektrale Anpassung (Abb. 2.22b) erfolgt entweder mit einer Voll- oder einer Partialfilterung (Kap. 7). Hierbei muss die spektrale Empfindlichkeit des Gesamtsystems, also die Faltung der spektralen Photodiodenempfindlichkeit (Silizium) mit dem Transmissionsspektrum des Filters und der spektralen Transmission des Diffusors, der gewünschten Gesamtempfindlichkeit entsprechen.

Die Sollfunktion bei der räumlichen Anpassung ist nach Gleichung (2.33) eine cos-Funktion (cos-Anpassung), die durch eine diffuse Kappe in Verbindung mit einem Abschattung realisiert wird (Abb. 2.16a).

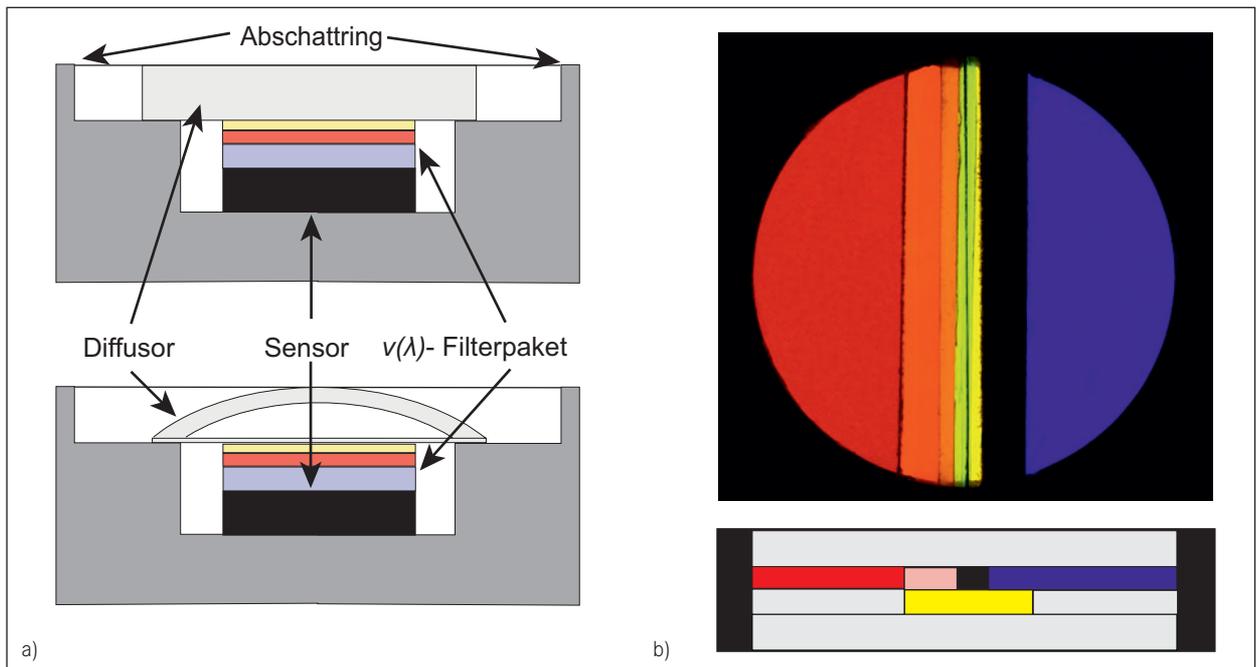


Abb. 2.22 a) Spektrale und räumliche Anpassung von Sensoren, b) Partialfilterung bei einer Farbwertanpassung (oben: Photo; unten: Prinzipdarstellung)

2.4.2 Messung von lichttechnischen Größen (Photometrie)

Beleuchtungsstärkemessungen

Da die Sensoren bewertete Bestrahlungsstärken messen, kann durch eine geeignete $v(\lambda)$ - und \cos -Anpassung eines Sensors die Beleuchtungsstärke E_v bestimmt werden (Abb. 2.22).

$$E_v = k_m \int E_{v,\lambda} \cdot v(\lambda) d\lambda \quad \text{bzw.} \quad E(\gamma_2) = E(\gamma_2 = 0^\circ) \cdot \cos \gamma_2$$

Für die Beleuchtungsstärkemessgeräte (Photometer) werden nach der EN 13032-1 eine Reihe von Kenngrößen, unter anderem auch für die spektrale und die räumliche Anpassung, definiert. In Summe erhält man die Photometriegüteklassen C, B, A und L, wobei L die höchste Photometriegüte klassifiziert.

Alle anderen lichttechnischen Größen müssen mit den entsprechenden Umrechnungsgleichungen (Kap. 2.2.3) aus einer Beleuchtungsstärkemessung abgeleitet werden.

Lichtstärkemessungen

Die Lichtstärke I_v kann über die Beleuchtungsstärke nach dem photometrischen Entfernungsgesetz (Gl. (2.32)) bestimmt werden.

$$E(\gamma_2) = (I(\gamma_1) \cdot \cos \gamma_2 / r^2) \cdot \Omega_0$$

Zur Aufnahme von Lichtstärkeverteilungskörpern (LVK) werden Goniophotometer verwendet (Abb. 2.23 a). Zur Messung der Lichtstärken muss nach Kapitel 2.2.1 die photometrische Grenzentfernung eingehalten werden. Dies erfordert meist einen sehr großen Abstand zwischen Quelle und Detektor. Sind die Quellen klein, so kann die Quelle stillstehen, und der Detektor wird um die Quelle bewegt (Abb. 2.23 a). Werden die Messabstände größer, so steht der Detektor fest und die Quelle wird relativ zum Detektor bewegt bzw. gedreht (Leuchtenwendegoniophotometer). Seit einigen Jahren werden hierfür vermehrt roboterbasierte Goniophotometer eingesetzt (Abb 2.23 b). Eine weitere Möglichkeit, den Lichtstärkeverteilungskörper zu messen, stellt das Nahfeldgoniophotometer dar. Hierbei wird innerhalb der photometrischen Grenzentfernung mit einem abbildenden System (Leuchtdichtemesskamera) die Quelle aus vielen verschiedenen Richtungen vermessen. Jeder Pixel eines Leuchtdichtebildes entspricht dann einer Teillichtstärke in eine bestimmte Richtung. Durch Sortieren und Aufintegrieren der gleichen Richtungen erhält man den Fernfeld-LVK. Diese Methode ist zeitaufwändiger, erzeugt temporär sehr viele Daten und unterliegt größeren Messfehlern als die direkte Messung des LVK mit dem Leuchtenwendegoniometer im Fernfeld. Zur Messung der Strahlendaten einer Quelle für die Optiksimation (Raytracing) ist die Nahfeldgoni-

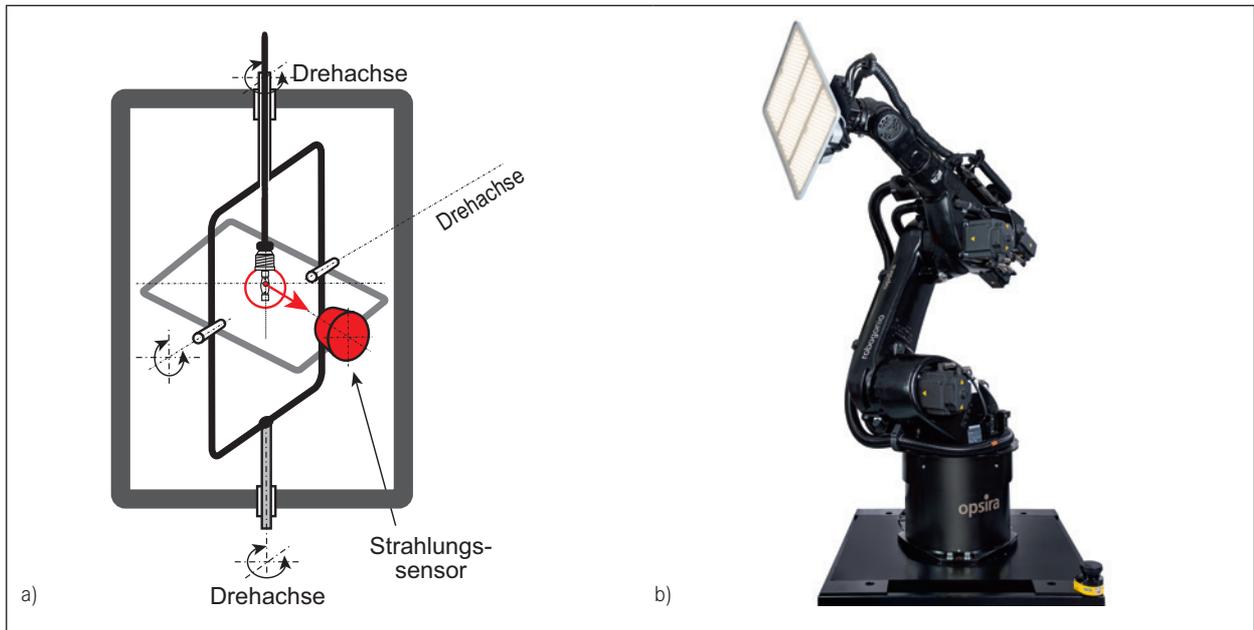


Abb. 2.23 a) Prinzip eines Goniophotometers, b) Roboter-Goniophotometer (Quelle: opsira GmbH)

photometrie jedoch unerlässlich. Moderne Robotergoniometer können sowohl als Fern- als auch als Nahfeldgoniometer eingesetzt werden.

Lichtstrommessungen

Lichtstrombestimmung aus dem LVK

Der Lichtstrom wird über die Integration der räumlichen Lichtstärkeverteilung, die mit Goniophotometern gemessen wurde, ermittelt. Ein mit derartigen Goniophotome-

tern aufgenommenes LVK ist in Abbildung 2.24a zu sehen.

Wenn man mit einem Goniophotometer die Lichtstärkeverteilung ermittelt hat, ergibt sich der Lichtstrom nach Gleichung (2.22) aus einer Lichtstärkeintegration. Hierbei ist zu beachten, dass die virtuelle Hüllkugel nicht in Teilraumwinkel gleicher Größe geteilt werden kann, die für die korrekte Ermittlung des Lichtstroms dicht auf der Kugel liegen müssen.

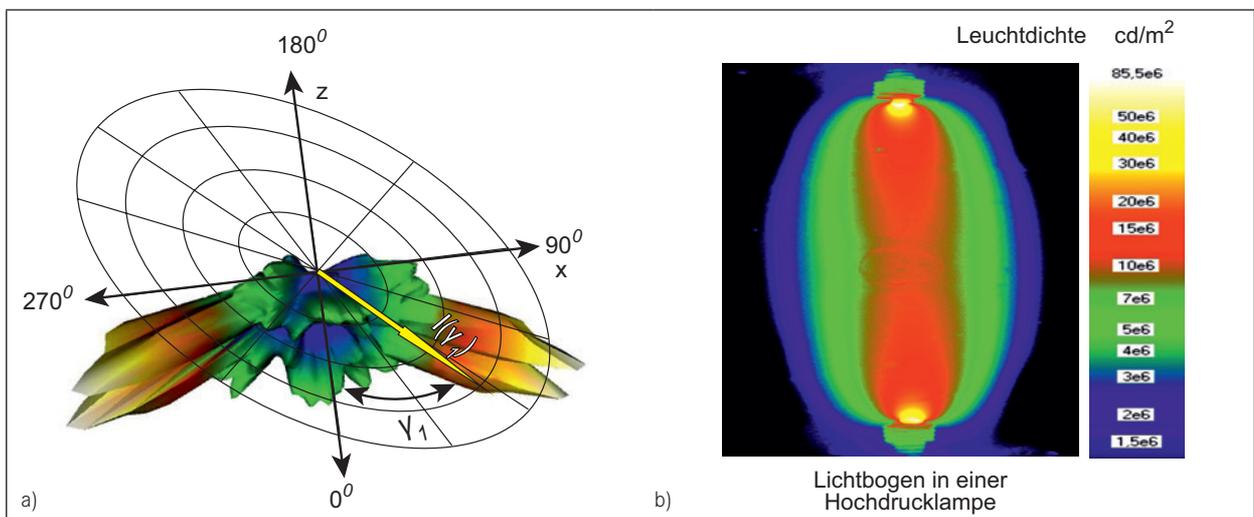


Abb. 2.24 a) LVK von einer Leuchte mit einer Hochdruckentladungslampe, b) Falschfarbendarstellung einer Leuchtdichteverteilung (Messprotokoll: Fa. ILEXA)

Lichtstrombestimmung mit einer Integrationskugel (Ulbrichtkugel)

In einer innen mattweiß gestrichenen Kugel ist der Lichtstrom, der in dieser Kugel vorhanden ist, direkt der Beleuchtungsstärke oder Leuchtdichte auf der Kugelwand proportional (Gl. (2.91)).

$$E_v = C \cdot \Phi_K \quad (2.91)$$

C ist ein Kugelfaktor, der mit einem Lichtstromnormal ermittelt werden kann. Bei der Messung muss darauf geachtet werden, dass kein direktes Licht von der Lichtquelle oder Leuchte auf den Sensor trifft. Dies geschieht mit geeigneten Schattlern (Abb. 2.25 a). Zur Kompensation der Selbstabsorption der Quelle in der Ulbrichtkugel kommt eine Hilfslichtquelle zum Einsatz.

Die Messung des Lichtstroms in der Ulbrichtkugel ist sehr schnell, jedoch typischerweise weniger genau als die langsame Messung mit dem Goniophotometer.

Leuchtdichtemessung

Ein Leuchtdichtemessgerät ergibt sich, wenn vor einen Beleuchtungsstärkesensor ein Blendensystem gebracht wird, das nach Gleichung (2.35) einen Zusammenhang zwischen der Leuchtdichte und der Beleuchtungsstärke herstellt.

Als Sensor können auch $v(\lambda)$ angepasste Pixelsensoren (früher CCD-, heute meist CMOS-Sensoren) verwendet werden. So ergibt sich nach einer entsprechenden Korrektur der Ortsabhängigkeit des Signals ein komplettes Leuchtdichtebild (z.B. Falschfarbenbild; Abb. 2.24 b). Bei der Fernfeldgoniophotometrie zur Messung des LVKs folgen

die mittleren Leuchtdichten der Lichtquelle oder Leuchte direkt aus den Quotienten der Lichtstärken und den projizierten Lichtaustrittsflächen in die Messrichtung.

Messung von lichttechnischen Stoffkennzahlen

Reflexions- und Transmissionsgrade können mittels Lichtstrommessungen unter Zuhilfenahme von geeigneten Normalen ermittelt werden (Abb. 2.25 b).

Leuchtdichtefaktoren gewinnt man aus Leuchtdichtemessungen, wobei die Leuchtdichte auf diejenige eines WeißNormals bei gleicher Beleuchtungsstärke bezogen wird.

Bei der Messung der Stoffkennzahlen spielt die Art der Beleuchtung eine Rolle (z. B. gerichtete oder diffuse Beleuchtung).

Farbmessung (Colorimetrie⁴)

Zur Vermessung der Normfarbwerte muss die spektrale Bewertung nach den Normspektralwerten $\bar{x}(\lambda)$; $\bar{y}(\lambda)$; $\bar{z}(\lambda)$ (Gl. (2.67)) erfolgen. Dabei kann das Spektrum mit Spektralgeräten direkt aufgenommen und nachträglich bewertet (Spektralverfahren) oder mit drei spektral angepassten Empfängern die Farbwerte X , Y , Z integral bestimmt werden (Dreibereichsverfahren). Die Messung mit dem Spektralverfahren bietet deutlich mehr Flexibilität, da die Spektren auch nach weiteren Gewichtungsfunktionen, z. B. $v'(\lambda)$, einfach gewichtet werden können. Beim Dreibereichsverfahren ist man auf die entsprechenden Filter beschränkt.

⁴ Unter Colorimetrie im engeren Sinne wird eine Farb- bzw. Spektralmessung von Proben in der Chemie oder Medizin verstanden

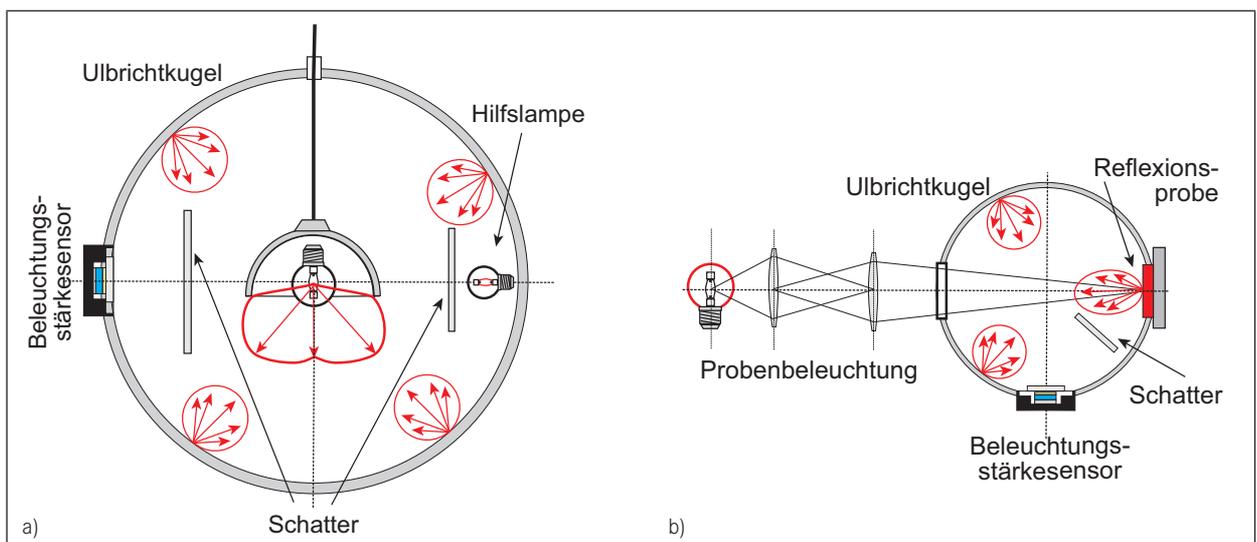


Abb. 2.25 a) Lichtstrommessung mit einer Ulbricht-Kugel, b) Transmissionsgradmessungen in einer Ulbricht-Kugel

Strahlungsmessung (Radiometrie)

Bei den Strahlungsmessungen sind die Aufbauten die gleichen wie bei der Photometrie. Bei der Messung der energetischen Größen darf keine spektrale Bewertung durch die Sensoren erfolgen. Das geschieht entweder mit aseptischen („schwarzen“) Sensoren oder mit einer unmittelbaren Messung der Spektren mit geeigneten Spektralmessgeräten (Kap. 16).

Kalibrierung in der Photometrie und Radiometrie

Die Kalibrierung von Photometern erfolgt über ein Kryoradiometer, bei dem in einem Schwarzen Empfänger (Strahlungsthermoelement oder Bolometer) der absorbierte Strahlungsfluss mit einer elektrischen Leistung verglichen wird.

Die Kalibrierung der Lampen wird mit Schwarzen Strahlern vorgenommen, deren spektrale Strahldichten mit der Temperatur des Strahlers aus dem Planckschen Strahlungsgesetz berechnet werden können.

Literatur

- Baer, R. et al.*: Beleuchtungstechnik. Grundlagen. 3. Auflage. Verlag Technik, Berlin 2006
- Banda, S.*: Lichttechnische Berechnungen. expert Verlag, Rellingen 2002
- Berger-Schunn, A.*: Praktische Farbmessungen. 2. Auflage. Muster-Schmidt-Verlag, Göttingen/Zürich 1995
- Billmeyer, F.W.; Saltzman, M.*: Grundlagen der Farbtechnologie. Muster-Schmidt-Verlag, Göttingen/Zürich 1993
- CIE 202*: Spectral Responsivity Measurement of Detectors, Radiometers und Photometers. 2011
- CIE 13.3-1995*: Verfahren zur Messung und Kennzeichnung der Farbwiedergabe-Eigenschaften von Lichtquellen
- CIE S 023/E:2013*: Characterization of the Performance of Illuminance Meters and Luminance Meters
- CIE Standard S017: ILV* – International Lighting Vocabulary, E:2011
- Colorimetry – Part 3: CIE Tristimulus Values*, E:2011
- DIN 5030*: Spektrale Strahlungsmessung
- DIN 5031*: Strahlungsphysik im optischen Bereich und Lichttechnik
- DIN 5032*: Lichtmessung
- DIN 5033, Teil 8*: Farbmessung
- DIN EN 13032-1:2004*: Licht und Beleuchtung – Messung und Darstellung photometrischer Daten von Lampen und Leuchten
- DIN-VDE-Taschenbuch 508*: Optische Strahlungssicherheit und Laser 1. VDE Verlag, Berlin 2010
- DeCusatis, C.*: Handbook of Applied Photometry. Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1997
- Erb, W.*: Leitfaden der Spektroradiometrie. Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1989
- Fairchild, M.D.*: Color Appearance Models. 2. Auflage. John Wiley Sons, New York/Weinheim 2004
- Gall, D.*: Lichttechnische Grundlagen. Kompendium. 2. Auflage. Pflaum Verlag, München 2007
- Hentschel, H.-J.*: Licht und Beleuchtung. 5. Auflage. Hüthig Verlag, Heidelberg 2002
- Kraushaar, A.; Geßner, F.; Bickböller, C.; Karp, P. et al.*: Untersuchung moderner Farbabstandsformeln. Forschungsbericht Fogra 60.054, AiF- Nr. 14893N. 2010
- Lang, H.*: Farbwiedergabe in den Medien. Muster-Schmidt-Verlag, Göttingen/Zürich 1995
- Reeb, O.*: Grundlagen der Photometrie. Verlag G. Braun, Karlsruhe 1962
- Richter, M.*: Einführung in die Farbmeterik. 2. Auflage. De Gruyter, Berlin/New York 1981
- Wyszecki, G.; Stiles, W.S.*: Color Science. John Wiley Sons, New York/Weinheim 2000

3

Optische Werkstoffe und Herstellungsverfahren von optischen Bauelementen

3.1	Optische Werkstoffe	57	3.5	Umformen mineralischer Gläser	79
3.1.1	Mineralische Gläser	57	3.5.1	Pressen	80
3.1.2	Kunststoffe (organische Gläser)	58	3.5.2	Faserherstellung	82
3.1.3	Kristalle und Sonderwerkstoffe	60	3.6	Trennen von mineralischen Gläsern und Kristallen	83
3.2	Ausgewählte Werkstoffeigenschaften	62	3.6.1	Zerteilen/Zurichten	83
3.2.1	Optische Eigenschaften	62	3.6.2	Schleifen	84
3.2.2	Chemische Eigenschaften	65	3.6.3	Polieren	87
3.2.3	Mechanische Eigenschaften	67	3.6.4	Ultrapräzisionszerspanung mit geometrisch bestimmter Schneide	89
3.3	Spiegelwerkstoffe	72	3.7	Beschichtungsverfahren	92
3.4	Fertigungsverfahren für optische Bauelemente	74	3.8	Ausgewählte Fertigungs- technologien für optische Bauelemente	96
3.4.1	Urformen von mineralischen Gläsern	74	3.8.1	Plane und prismatische Bauteile	97
3.4.1.1	Fertigung von Gobs und Presslingen	74	3.8.2	Displaygläser	97
3.4.1.2	Blockglasfertigung	75	3.8.3	Sphärische Linsen	99
3.4.2	Urformen von organischen Gläsern	75	3.8.4	Asphärische Bauelemente	100
3.4.2.1	Gießen	76	3.8.5	Freiformoptische Bauelemente	101
3.4.2.2	Spritzgießen	77			
3.4.2.3	Heißprägen	78			

3

Optische Werkstoffe und Herstellungsverfahren von optischen Bauelementen

Jens Bliedtner



Die Verfügbarkeit von optischen Werkstoffen mit speziellen Eigenschaften ist die Voraussetzung für die Herstellung von Bauelementen der Optik. Werkstoffe, die für optische Systeme zum Einsatz kommen, sowie deren charakteristische Werkstoffeigenschaften werden in diesem Kapitel vorgestellt. Ausgewählte Herstellungsverfahren wichtiger Bauelemente der Optik sind ebenfalls Gegenstand dieses Kapitels. Um den hohen Anforderungen, die an diese Fertigungstechnologien gestellt werden, zu entsprechen, sind im modernen Produktionsprozess vielfach durchgängige und komplexe Prozessketten erforderlich, auf die in den jeweiligen Unterkapiteln exemplarisch eingegangen wird.