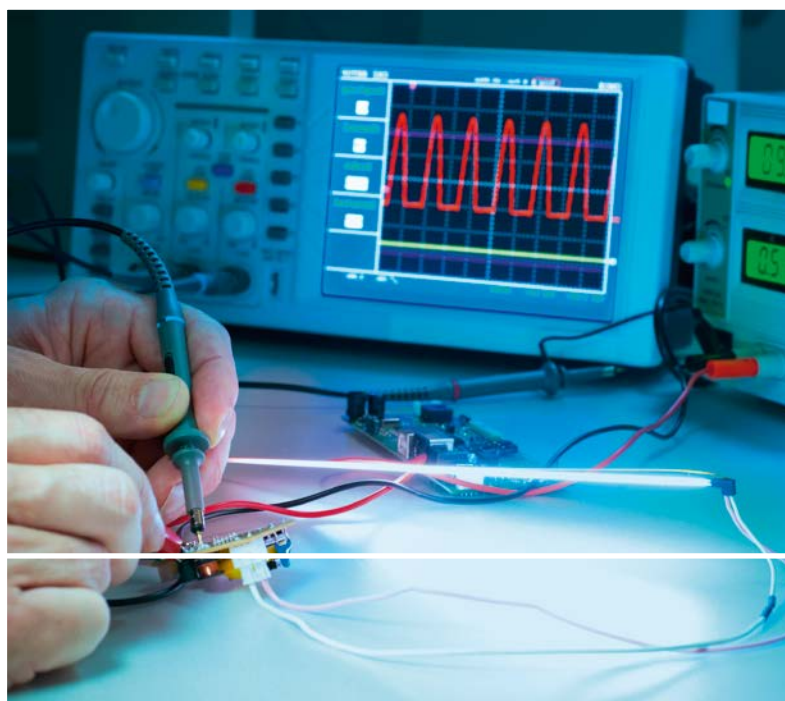


Rainer Ose



# Elektrotechnik für Ingenieur:innen Übungsbuch



2., aktualisierte Auflage

HANSER

### **Disclaimer zur Barrierefreiheit**

Der Carl Hanser Verlag unternimmt große Anstrengungen, um seine Produkte barrierefrei zu machen. Dazu gehört auch, dass Bilder oder Tabellen für blinde und sehbehinderte Menschen zugänglich gemacht werden. Dies geschieht durch zusätzliche beschreibende Texte (Alternativtexte), die in den Daten integriert sind. Die Alternativtexte können von assistiven Technologien (z. B. Screenreadern) vorgelesen werden. Bei der Erstellung dieser Texte kommt eine KI zum Einsatz. Die inhaltliche Verantwortung liegt weiterhin bei den Lektor:innen und Autor:innen.

Ose  
**Elektrotechnik für Ingenieur:innen – Übungsbuch**



**Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!**

Auf [plus.hanser-fachbuch.de](https://plus.hanser-fachbuch.de) gibt es kostenloses Zusatzmaterial zu diesem Buch. Den Zugangscodes finden Sie am Ende des Werkes.



**Blieben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter [www.hanser-fachbuch.de/newsletter](https://www.hanser-fachbuch.de/newsletter)



Rainer Ose

# **Elektrotechnik für Ingenieur:innen**

Übungsbuch

2., aktualisierte Auflage

HANSER



Print-ISBN: 978-3-446-48425-2

E-Book-ISBN: 978-3-446-48463-4

Die allgemein verwendeten Personenbezeichnungen gelten gleichermaßen für alle Geschlechter.

Alle in diesem Werk enthaltenen Informationen, Verfahren und Darstellungen wurden zum Zeitpunkt der Veröffentlichung nach bestem Wissen zusammengestellt. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Werk enthaltenen Informationen für Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht. Ebenso wenig übernehmen Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt also auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benützt werden dürften.

Die endgültige Entscheidung über die Eignung der Informationen für die vorgesehene Verwendung in einer bestimmten Anwendung liegt in der alleinigen Verantwortung des Nutzers.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Werkes, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 UrhG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Wir behalten uns auch eine Nutzung des Werks für Zwecke des Text und Data Mining nach § 44b UrhG ausdrücklich vor.

© 2026 Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München  
Vilshofener Straße 10 | 81679 München | [info@hanser.de](mailto:info@hanser.de)  
[www.hanser-fachbuch.de](http://www.hanser-fachbuch.de)

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg  
Herstellung: Der Buchmacher - Arthur Lenner, Windach  
Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, [www.rebranding.de](http://www.rebranding.de), München  
Covergestaltung: Max Kostopoulos  
Titelmotiv: © shutterstock.com/anyaivanova  
Satz: Eberl & Koesel Studio, Kempten  
Druck: CPI Books GmbH, Leck  
Printed in Germany

---

# Vorwort

---

Das Übungsbuch „Elektrotechnik für Ingenieur:innen“ gliedert sich nach Vorbild des Lehrbuches [10] in die drei Grundlagenbereiche:

Gleichstromlehre – Wechselstromtechnik – Elektrische und magnetische Felder.

Es ist als studienbegleitendes Material für Studierende aller technischen Studienrichtungen an Hochschulen/Fachhochschulen konzipiert. Im Vordergrund stehen Betrachtungen zu Vorgängen in elektrischen Stromkreisen aus der Sicht der Schaltungstechnik. Damit soll das Ziel verfolgt werden, das in den Vorlesungen „Grundlagen der Elektrotechnik“ vermittelte Grundlagenwissen in anwendungsbereiter Form für die nachfolgenden Lehrveranstaltungen bereitzustellen.

In jedem Kapitel befinden sich zahlreiche Berechnungsbeispiele zur Erklärung typischer Erscheinungen der Elektrotechnik sowie zur Demonstration von Berechnungsmethoden und -verfahren. Damit gelingt es allen Anwendern, den Lösungsweg schrittweise nachzuvollziehen.

Die zweite Auflage des vorliegenden Übungsbuches entstand durch eine vollständige Überarbeitung und Erweiterung der ersten Auflage. Diese Erweiterung umfasst alle Bereiche des Lehrbuches [10]. Für die Simulation der betrachteten Beispiele wurde bisher PSpice eingesetzt. Da PSpice seit 2019 nicht mehr zur Verfügung steht, erfolgte eine Umstellung auf die Tools MicroCap und LTspice.

Die Lösungen ausgewählter Berechnungs- und Simulationsbeispiele können mit den Demoversionen von MicroCap und von LTspice nachvollzogen werden. Die theoretischen Grundlagen für diese Simulationen werden im Buch „Bauelemente und Grundschaltungen mit MicroCap und LTspice“ [9] vermittelt und ausführlich erklärt. Alle zur Simulation dieser Beispiele erforderlichen Projekte befinden sich in einem verlinkten Ordner im Internet unter:

*plus.hanser-fachbuch.de*

Der Autor bedankt sich beim Carl Hanser Verlag und beim zuständigen Lektorat (Frau Silakova und Frau Kubiak) für die hervorragende Zusammenarbeit.

Wolfenbüttel, im Oktober 2025

Rainer Ose

E-Mail: r.ose@ostfalia.de

### **Hinweise zur Arbeit mit diesem Übungsbuch**

Das vorliegende Übungsbuch bezieht sich auf das Lehrbuch „Elektrotechnik für Ingenieur:innen“ [10]. Es werden typische Beispiele aus der Gleichstromlehre, der Wechselstromtechnik sowie zu den elektrischen und magnetischen Feldern betrachtet. Diese Berechnungsbeispiele werden mit den üblichen Verfahren schrittweise durchgerechnet. Das jeweilige Ergebnis wird bei Bedarf einer Probe unterzogen und aus praktischer Sicht bewertet (Ableitung von Schlussfolgerungen).

Als Hilfsmittel für diese Kontrolle und Bewertung werden Kennlinien und Ersatzschaltungen sowie Simulationen eingesetzt. Die dabei verwendete Software dient lediglich zur Auswertung und zur Visualisierung der aus einem behandelten Berechnungsbeispiel abgeleiteten Schlussfolgerungen.

Das Hauptziel der Übungen besteht darin, die Bearbeiter:innen zur selbständigen Lösung praxisnaher Aufgabenstellungen zu befähigen. Dazu muss ein grundlegendes Verständnis für die zu analysierende schaltungstechnische Struktur und für die zur Analyse geeigneten Berechnungsvorschriften entwickelt werden. Viele Aufgaben zu den Grundlagen der Elektrotechnik können über mehrere Strategien bearbeitet werden. Dabei ist es wünschenswert, dass die Bearbeiter:innen solche Lösungsvarianten beherrschen, die in unterschiedlichen Teilgebieten gleichberechtigt einsetzbar sind.

Nach einem intensiven Studium der Inhalte dieses Übungsbuches werden die Studierenden in die Lage versetzt (Lernziele):

- das elektrische Verhalten von Grundbauelementen zu verstehen und zu erklären
- Verständnis für das elektrische Verhalten von Grundsaltungen zu entwickeln
- elektrische Eigenschaften mit Kennlinien und Ersatzschaltungen zu beschreiben und zu simulieren
- Bauelemente und Grundsaltungen zielgerichtet in der schaltungstechnischen Praxis einzusetzen
- die mit MicroCap und LTspice simulierten Ergebnisse zu interpretieren und auch kritisch zu bewerten.

Zur Erreichung dieser Ziele sind vielfältige Übungen erforderlich. Dazu werden neben den bereits genannten Berechnungsbeispielen (BB) auch ausgewählte Simulationsübungen eingesetzt. Sie sind auf ein spezielles Berechnungsbeispiel ausgerichtet und sollen einen zusätzlichen Übungseffekt bei dem Erwerb von Fähigkeiten und Fertigkeiten zur Nutzung von Simulationstechniken anbieten.



Jedes Kapitel dieses Übungsbuches beginnt mit einer kurzen Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen aus dem Lehrbuch [10]. Entwickeln Sie zu den dort genannten Schwerpunkten ein *grundlegendes* Verständnis. Das ist das wichtigste Lernziel dieses Übungsbuches!



---

**Schwerpunkte und Lernziele:**

- ... (Aufzählung)
- 

Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Erarbeiten Sie dazu einfache Fragestellungen und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen (Selbsttest). Arbeiten Sie die nachfolgenden Berechnungsbeispiele durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsansatz zu finden. Vergleichen Sie anschließend Ihren Ansatz mit dem im Buch vorgegebenen Lösungsweg. Da häufig mehrere Lösungswege möglich sind, unterscheiden sie sich in der Regel durch den Aufwand in der nachfolgenden Berechnung.

Jedes Berechnungsbeispiel beginnt mit einer Aufgabenstellung:

---

**Berechnen Sie ...**

---

Es folgt die für diese Aufgabenstellung relevante Schaltung bzw. ein erklärendes Bild. Die Lösung der Berechnungsbeispiele stützt sich auf die im Lehrbuch [10] hergeleiteten Formeln. Zum Verständnis werden im Bedarfsfall zusätzliche Hinweise gegeben. Zusätzliche Formeln aus dem Übungsbuch erhalten eine Nummerierung, die sich an das Lehrbuch anschließt. Bei der Nummerierung von Bildern und Tabellen ist das natürlich nicht möglich. Hier gelten die bekannten Regeln zur Kennzeichnung eines Zeichnungsobjektes: Kapitelnummer.Bildnummer\_Titel.

Zum Ergebnis einer vollständigen Berechnung gehört neben dem Zahlenwert das richtige Vorzeichen und die entsprechende Einheit. Im vorliegenden Übungsbuch wurden die Einheiten aus Platzgründen lediglich hinten angefügt. Sie sollten (zur Übung) eine ausführliche Einheitenkontrolle durchführen.

Ausgewählte Berechnungsbeispiele werden als Komplexbeispiele ausgeführt. Sie befinden sich in der Regel am Ende eines Kapitels und sind durch die Anwendung unterschiedlicher Berechnungsverfahren auf eine einheitliche Aufgabenstellung gekennzeichnet. Hier sollen die Anwender:innen verschiedene Lösungswege miteinander vergleichen und die Leistungsfähigkeit der jeweiligen Verfahren kritisch bewerten. Es ist sinnvoll, die daraus abgeleiteten Schlussfolgerungen in einer Zusammenfassung ausführlich zu dokumentieren.

Im Zusatzmaterial zu diesem Übungsbuch unter *plus.hanser-fachbuch.de* finden Sie einen Ordner mit verlinkten Dateien zu den bereits vorgefertigten Projekten der Simulationsübungen. Die Projekte wurden mit den Simulationsprogrammen MicroCap und LTspice erstellt. Durch diesen parallelen Einsatz der beiden Tools besteht die Möglichkeit der schnellen und effektiven Einarbeitung in das zweite Simulationsprogramm, wenn die erste Simulationstechnik hinreichend beherrscht wird. Die verwendbaren Projekte erkennen Sie an den beiden Logos, die am betreffenden Berechnungsbeispiel angefügt sind:



### Simulationsbeispiel x.yy (Zusatzmaterial)



Die Nutzung dieser Projekte wird im Zusatzmaterial ausführlich erklärt. Die Projekte sind komplett vorbereitet und können mit > Run < gestartet werden.

Bevor Sie ein Projekt benutzen, sollten Sie das entsprechende Berechnungsbeispiel bearbeiten. Damit kennen Sie die Aufgabenstellung, den im Übungsbuch vorgeschlagenen Lösungsweg und die Ergebnisse. Nun können Sie sich einen Lösungsweg für eine Simulation überlegen. Dabei gilt folgender Grundsatz

Das Ergebnis einer Simulation ist wichtig. Es muss fachlich richtig sein und soll zum Verständnis für das elektrische Verhalten der zu bearbeitenden Problematik beitragen. Aus den Ergebnissen einer (richtig bewerteten) Simulation kann man dann die erforderlichen Daten für die Dimensionierung weiterführender Beispiele und Anwendungen ableiten. Dabei ist verwendete Software eigentlich nur „Mittel zum Zweck“.

Es gilt der *Grundsatz*: Das Ergebnis einer Simulation sollte kritisch bewertet und überprüft werden!

Archivieren Sie Ihre Berechnung im Zusammenhang mit dem Simulationsergebnis, notieren Sie sich eventuelle Unsicherheiten bzw. Unklarheiten und bewerten Sie Ihre Ergebnisse. Dabei sollte Sie bedenken, dass es zur Lösung sehr vieler Aufgabenstellungen durchaus mehrere Lösungswege gibt. Probieren Sie dann eine andere Lösungsvariante (Rechnung oder Simulation) aus.

Bei Problemen mit der Berechnung der Beispiele sollten Sie zunächst die theoretischen Grundlagen [10] aufarbeiten und die dazu vorgegebenen Lehrbeispiele nachrechnen. Im Kapitel 21 dieses Übungsbuches finden Sie weitere Übungsaufgaben, die im Zusatzmaterial (Internet) als Lösung veröffentlicht sind.

Hinweise zur Durchführung von Simulationen werden im Buch „Baulemente und Grundschaltungen mit MicroCap und LTspice“ [9] vermittelt. Weitere Informationen finden Sie unter Vester [12] oder unter Kraus [5] und auch in vielen Tutorien im Internet.

Der Autor wünscht bei der Bearbeitung dieses Übungsbuches viel Erfolg.

---

# Inhalt

---

<b>I</b>	<b>Gleichstromlehre</b> .....	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Elektrische Grundgrößen</b> .....	<b>3</b>
1.1	Leitungsquerschnitt .....	4
1.2	Vergleich Leiterwerkstoffe .....	5
1.3	Quellen- und Verbraucher-Charakteristik .....	6
1.4	Belastete Spannungsquelle .....	7
1.5	Temperaturabhängigkeit .....	8
<b>2</b>	<b>Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise</b> .....	<b>13</b>
2.1	Lastfälle im Grundstromkreis .....	14
2.2	Unabhängigkeit von Knotengleichungen .....	15
2.3	Unabhängigkeit von Maschengleichungen .....	16
2.4	Vollständige Leistungsbilanz .....	18
<b>3</b>	<b>Lineare elektrische Stromkreise</b> .....	<b>21</b>
3.1	Anwendung der Teilerregeln .....	22
3.2	Einstellung Spannungsverhältnis .....	25
3.3	Gemischte Schaltung A .....	26
3.4	Gemischte Schaltung B .....	27
3.5	Einstellung eines Spannungsabfalls .....	27
3.6	Gleicher Leistungsumsatz .....	29
3.7	Überlastung von Widerständen .....	30
3.8	Leistung eines Lastwiderstandes .....	31

3.9	Leistung und Wirkungsgrad .....	32
3.10	Abgleich eines Widerstandswertes .....	33
3.11	Belasteter Spannungsteiler .....	34
3.12	Funktionsverläufe im Grundstromkreis .....	36
<b>4</b>	<b>Grundsaltungen der elektrischen Messtechnik .....</b>	<b>39</b>
4.1	Erweiterung des Strommessbereiches .....	40
4.2	Austausch von Messinstrumenten .....	41
4.3	Belastungskennlinie eines Akkumulators .....	42
4.4	Abgleich einer Brückenschaltung .....	44
4.5	Gesamtwiderstand einer Brücke .....	45
4.6	Brückenähnliche Schaltung .....	48
4.7	Betrachtungen zur Brückengleichung .....	50
<b>5</b>	<b>Verfahren zur Berechnung linearer Netzwerke .....</b>	<b>53</b>
5.1	Masche eines Netzwerkes .....	54
5.2	Zweigströme über Kirchhoff .....	55
5.3	Gleichungssystem nach Kirchhoff .....	56
5.4	Dimensionierung einer Emitterschaltung .....	59
5.5	Helmholtzscher Überlagerungssatz A .....	60
5.6	Helmholtzscher Überlagerungssatz B .....	61
5.7	Helmholtzscher Überlagerungssatz C .....	62
5.8	Zweipoltheorie A .....	62
5.9	Spannungsquellen-Ersatzschaltung .....	63
5.10	Leerlaufspannung .....	64
5.11	Kettenschaltung – Zweipoltheorie .....	65
5.12	Brückenschaltung – Zweipoltheorie .....	66
5.13	Zweipoltheorie B .....	68
5.14	Zweipoltheorie C .....	70
5.15	Umlaufanalyse A .....	70
5.16	Umlaufanalyse B .....	73
5.17	Vergleich der Analyseverfahren .....	75
5.18	Knotenanalyse .....	77
5.19	Komplexbeispiel .....	79

<b>6</b>	<b>Stromkreise mit nichtlinearen Bauelementen</b>	<b>85</b>
6.1	Bestimmung des Arbeitspunktes	86
6.2	Brücke mit Dioden	87
6.3	Leistungsumsatz in Glühlampen	88
6.4	Arbeitspunkt von Glühlampe und Diode	89
6.5	Brücke zur Temperaturmessung	90
6.6	Fallende Kennliniencharakteristik	92
<b>II</b>	<b>Wechselstromtechnik</b>	<b>99</b>
<b>7</b>	<b>Beschreibung von Wechselgrößen</b>	<b>101</b>
7.1	Symmetrische Dreieck-Impulsfolge	102
7.2	Sägezahn-Impulsfolge	104
7.3	Periodische Rechteck-Impulsfolge	105
7.4	Gleichrichtwert und Effektivwert	108
7.5	Angeschnittene Sinusfunktion	109
<b>8</b>	<b>Widerstände im Wechselstromkreis</b>	<b>113</b>
8.1	Kapazitätsbestimmung	114
8.2	Phasenverschiebung	115
8.3	Güte einer realen Spule	116
8.4	Zeigerbild eines realen Reihenschwingkreises	117
8.5	Zeigerbild des realen Parallelschwingkreises	118
8.6	Anwendung des Thales-Kreises	119
8.7	Zeigerbild einer Wechselstromschaltung	120
8.8	Maßstäbliches Spannungszeigerbild	122
8.9	Prinzipzeigerbild einer Freileitung	123
<b>9</b>	<b>Berechnung von Stromkreisen bei sinusförmiger Einspeisung</b>	<b>125</b>
9.1	Konstruktion eines Leitwertzeigers	126
9.2	Zeigerbild der Widerstände und Leitwerte	127
9.3	Allgemeine Wechselstromschaltung A	129
9.4	Ortskurve eines komplexen Widerstandes	130
9.5	Allgemeine Wechselstromschaltung B	132
9.6	Berechnung eines Lastzweipols A	133
9.7	Berechnung eines Lastzweipols B	134
9.8	Anwendung der Teilerregeln	135

9.9	Ortskurve des Stromes .....	136
9.10	RC-Phasenschiebekette .....	138
9.11	Hummel-Schaltung .....	139
9.12	Wechselstrom-Paradoxon .....	141
9.13	Erzeugung einer Phasenverschiebung A .....	143
9.14	Erzeugung einer Phasenverschiebung B .....	144
9.15	Umrechnungen .....	145
9.16	Abgleichbarkeit einer Brücke A .....	146
9.17	Induktivitätsmessbrücke .....	147
9.18	Abgleichbarkeit einer Brücke B .....	148
9.19	Maßstäbliches Spannungszeigerbild .....	149
9.20	Einstellung gleicher Spannungszeiger .....	151
9.21	Anwendung des Überlagerungssatzes .....	152
9.22	Anwendung der Zweipoltheorie .....	154
9.23	Anwendung der Analyseverfahren .....	157
9.24	RC-Phasenkette mit Analyseverfahren .....	159
<b>10</b>	<b>Frequenzabhängigkeit der Wechselstromkreise .....</b>	<b>163</b>
10.1	RL-Tiefpass .....	164
10.2	RL-Hochpass .....	166
10.3	Vergleich von RC- und RL-Pässen .....	169
10.4	RC-Tiefpass mit Parallelwiderstand .....	171
10.5	Anwendung der Zweipoltheorie .....	172
10.6	RL-Tiefpass mit Reihenwiderstand .....	173
10.7	Vereinfachte Berechnung .....	175
10.8	RC-Hochpass mit Reihenwiderstand .....	177
10.9	RC-Tiefpass als Kettenschaltung .....	180
10.10	CR-Hochpass als Kettenschaltung .....	184
10.11	Reihenschwingkreis mit realen Bauelementen .....	186
10.12	Parallelschwingkreis mit realen Bauelementen .....	187
10.13	Spannungsüberhöhung .....	188
10.14	Elementarer Reihenschwingkreis .....	189
10.15	LC-Übertragungsvierpol .....	193
10.16	CR-RC-Übertragungsvierpol .....	196
10.17	Vergleich der Berechnungsverfahren .....	198

<b>11</b>	<b>Leistungsbetrachtungen im Wechselstromkreis</b>	<b>205</b>
11.1	Zeitfunktion der Leistung	206
11.2	Blindstromkompensation	207
11.3	Blindleistungskompensation	210
11.4	Maximaler Umsatz von Wirkleistung	211
11.5	Komplexe Anpassung	212
11.6	Leistungsbilanz eines Lastzweipols	212
11.7	Vollständige Leistungsbilanz A	214
11.8	Vollständige Leistungsbilanz B	217
<b>12</b>	<b>Dreiphasensysteme</b>	<b>219</b>
12.1	Sternschaltung Elektroherd	220
12.2	Umrechnung Dreieck – Stern	222
12.3	Winkel im Dreiphasensystem	225
12.4	Verbraucher-Dreieckschaltung A	228
12.5	Verbraucher-Dreieckschaltung B	230
12.6	Verbraucher-Dreieckschaltung C	232
12.7	Symmetrierung einer Dreieckschaltung	234
12.8	Stromzeigerbild einer Dreieckschaltung	237
12.9	Eigenschaften eines Stromzeigerbildes	240
12.10	Betriebskapazität eines Gürtelkabels	242
12.11	Symmetrische Komponenten	244
12.12	Drehstrom-Freileitung	246
<b>III</b>	<b>Elektrische und magnetische Felder</b>	<b>251</b>
<b>13</b>	<b>Feldbegriff</b>	<b>253</b>
13.1	Elektrisches Potential – Bezugspunkt	254
13.2	Elektrisches Potential – Bezugswert	257
13.3	Wert einer Äquipotentiallinie	259
<b>14</b>	<b>Stationäres elektrisches Strömungsfeld</b>	<b>263</b>
14.1	Beschreibung von Feldmodellen	264
14.2	Einfache Feldstärkemessung	266
14.3	Leitfähiger Bügel	267
14.4	Zylindersymmetrisches Strömungsfeld	269
14.5	Übergangswiderstand Halbkugelerder	271

14.6	Zusammenwirken von Halbkugelerdern .....	273
14.7	Schrittspannung – Freileitungsmast .....	275
14.8	Schrittspannung – Vollkugelerder .....	276
14.9	Feldstärkeverlauf – Vollkugelerder .....	278
14.10	Maximale Schrittspannung .....	280
14.11	Schaltlichtbogen .....	284
<b>15</b>	<b>Elektrostatistisches Feld .....</b>	<b>289</b>
15.1	Übung zur Kapazitätsberechnung .....	290
15.2	Koaxialleitung .....	292
15.3	Geschichteter Zylinderkondensator .....	292
15.4	Maximale Feldstärke .....	294
15.5	Punktladungen im Raum .....	295
15.6	Gespeicherte Energie .....	296
15.7	Kapazität einer Freileitung .....	297
15.8	Kräfte auf Schichtflächen .....	299
15.9	Berechnung von Kräften .....	300
<b>16</b>	<b>Elektrisches Verhalten des Kondensators .....</b>	<b>303</b>
16.1	Dimensionierung eines Kondensators .....	304
16.2	Gemischte Kondensatorschaltung .....	305
16.3	Laden eines Kondensators .....	306
16.4	Laden und Entladen .....	307
16.5	Ausgleichsvorgänge – Reihenschaltung .....	309
16.6	Kapazitives Netz A .....	312
16.7	Kapazitives Netz B .....	314
16.8	Kapazitives Netz C .....	316
16.9	Kapazitives Netz D .....	318
16.10	Brückenähnliches kapazitives Netz .....	319
16.11	Kapazitives Netz mit zwei Quellen .....	321
16.12	Komplexbeispiel zum Ladungsausgleich .....	323
<b>17</b>	<b>Stationäres magnetisches Feld .....</b>	<b>329</b>
17.1	Nichtferromagnetische Stoffe .....	330
17.2	Induktivität einer Zylinderspule .....	331
17.3	Vergleich von Kernmaterialien .....	332



17.4	Ringspule mit Kunststoffkern .....	334
17.5	Ringspule aus Dynamoblech .....	336
17.6	Geteilter ferromagnetischer Ring .....	338
17.7	Spule mit Rechteckkern .....	339
17.8	Verzweigter magnetischer Kreis A .....	343
17.9	Verzweigter magnetischer Kreis B .....	345
17.10	Verzweigter magnetischer Kreis C .....	346
17.11	Stromdurchflossenes Rohr .....	349
17.12	Stromdurchflossene Leiter .....	350
17.13	Messung mit einer Hall-Sonde .....	352
17.14	Berechnung Magnetisierungskennlinie .....	354
17.15	Berechnung einer Doppelleitung .....	356
17.16	Dimensionierung Ferritkopfkerne .....	357
17.17	Löschung eines Schaltlichtbogens .....	359
<b>18</b>	<b>Zeitlich veränderliches magnetisches Feld .....</b>	<b>363</b>
18.1	Kräfte auf einen Leiterstab .....	364
18.2	Bewegungsinduktion .....	365
18.3	Leiterbewegung im Radialfeld .....	368
18.4	Ruheinduktion .....	369
18.5	Ruhender Leiter im Magnetfeld .....	372
18.6	Selbst- und Gegeninduktivität .....	373
18.7	Wicklungssinn .....	375
18.8	Induktivität einer Freileitung .....	376
18.9	Speicherung magnetischer Energie .....	379
18.10	Hystereseschleife – Oszilloskop .....	379
18.11	Hystereseschleife – Simulation .....	381
18.12	Bewegungs- und Ruheinduktion .....	384
<b>19</b>	<b>Elektrisches Verhalten der Spule .....</b>	<b>389</b>
19.1	Verkoppelte Induktivitäten .....	390
19.2	Reihen- und Parallelschaltung .....	392
19.3	Induktivitätsberechnung .....	393
19.4	Schaltvorgänge in einer RL-Kombination .....	395
19.5	Periodische Schaltvorgänge .....	397

19.6	Schaltvorgänge bei Vormagnetisierung .....	400
19.7	Leerlauf-Eingangswiderstand .....	403
19.8	Leerlauf und Kurzschluss beim Trafo .....	405
19.9	Lastfälle beim Transformator .....	406
19.10	Zeigerbild des Transformators .....	408
<b>20</b>	<b>Wechselwirkungen .....</b>	<b>411</b>
20.1	Ladungsbewegungen im pn-Übergang .....	412
20.2	Kondensator – Verschiebungsstrom .....	414
20.3	Wirbelströme .....	416
20.4	Wirkungen des Skin-Effektes .....	421
20.5	Eigenschaften der Spule im HF-Bereich .....	424
20.6	Grundbeziehungen .....	430
<b>IV</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>433</b>
<b>21</b>	<b>Zusätzliche Übungsaufgaben .....</b>	<b>435</b>
21.1	Gleichstromlehre .....	436
21.2	Wechselstromtechnik .....	445
21.3	Elektrische und magnetische Felder .....	456
	<b>Formelzeichenverzeichnis .....</b>	<b>467</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>473</b>
	<b>Index .....</b>	<b>475</b>

# I Gleichstrom- lehre



---

# 1

## Elektrische Grundgrößen

---



### Schwerpunkte und Lernziele:

- Alle physikalischen Zustände, Prozesse und Erscheinungen, die in der Elektrotechnik auftreten, werden durch ruhende oder bewegte elektrische Ladungen verursacht.
- Der elektrische Strom  $i$  beschreibt einen Ladungstransport pro Zeiteinheit.
- Die Richtung des Stromes ist mit  $I > 0\text{A}$  gegen die Bewegungsrichtung der Elektronen definiert und wird mit einem Richtungspfeil gekennzeichnet.
- Der elektrische Strom ist eine in sich geschlossene Erscheinung.
- Das elektrische Potential  $\varphi$  ist ein Maß für das auf die Ladung bezogene Energieniveau eines Punktes in einem elektrischen Stromkreis.
- Die elektrische Spannung beschreibt die Differenz der Potentiale zweier Punkte in einem elektrischen Stromkreis.
- In einem elektrischen Stromkreis muss zwischen zwei Zählpfeilsystemen unterschieden werden: Quellen- und Verbraucher-Zählpfeilsystem.
- Der ohmsche Widerstand beschreibt die Fähigkeit eines stofflichen Gebildes zur Begrenzung des elektrischen Stromes.

---

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Erarbeiten Sie dazu einfache Fragestellungen und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

1. Warum werden für den Strom verschiedene Schreibweisen (Klein- oder Großbuchstabe) verwendet?
2. Warum ist der elektrische Strom eine in sich geschlossene Erscheinung?
3. Warum ist das elektrische Potential keine Spannung? Wie groß ist die Spannung in einem Punkt?

4. Was ist aus der Sicht des Stromes der Unterschied zwischen einem offenen und einem geschlossenen Stromkreis?
5. In welchem Zählpfeilsystem haben die Pfeile ( $U$  und  $I$ ) die gleiche Richtung?
6. Was ist der Unterschied zwischen dem Richtungspfeil und einem Zählpfeil?

Arbeiten Sie die folgenden Beispiele durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsansatz zu finden. Vergleichen Sie anschließend Ihren Ansatz mit dem im Buch vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

## 1.1 Leitungsquerschnitt

Für ein Starter-Hilfskabel soll ein Leitungsquerschnitt gewählt werden. Es besteht die Forderung, dass der Gesamtwiderstand des Kabels (ohne die Polzangen) einen Wert von  $10 \text{ m}\Omega$  nicht überschreiten darf. Die beiden Einzelkabel haben eine Länge von je  $3,5 \text{ m}$  (also:  $l_{\text{ges}} = 7 \text{ m}$ ). Es steht Aluminium-Kabel mit folgenden Flächen zur Verfügung:

$$A_1 = 6 \text{ mm}^2, A_2 = 10 \text{ mm}^2, A_3 = 16 \text{ mm}^2, A_4 = 25 \text{ mm}^2 \text{ und } A_5 = 35 \text{ mm}^2.$$

Zur Berechnung verwenden wir Gleich. (1.6). Tabelle 1.1 liefert die Information zum spezifischen elektrischen Widerstand von Aluminium:  $\rho = \rho_{\text{Al}} = 0,028 \text{ }\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .

$$R_1 = \rho \cdot \frac{l}{A_1} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{6} \text{ }\Omega = 32,67 \text{ m}\Omega$$

$$R_2 = \rho \cdot \frac{l}{A_2} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{10} \text{ }\Omega = 19,6 \text{ m}\Omega$$

$$R_3 = \rho \cdot \frac{l}{A_3} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{16} \text{ }\Omega = 12,25 \text{ m}\Omega$$

$$R_4 = \rho \cdot \frac{l}{A_4} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{25} \text{ }\Omega = 7,84 \text{ m}\Omega$$

$$R_5 = \rho \cdot \frac{l}{A_5} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{35} \text{ }\Omega = 5,6 \text{ m}\Omega$$

Die Fläche  $A_4 = 25 \text{ mm}^2$  erfüllt schon die Forderung der Aufgabenstellung. Bei einer Fläche von  $A_5 = 35 \text{ mm}^2$  würden bei einer technischen Realisierung zusätzliche Kosten entstehen.

## 1.2 Vergleich Leiterwerkstoffe

Für eine Übertragungsleitung soll eine Vergleichsrechnung angestellt werden. Solche Leitungen werden in der Praxis als Bündel realisiert. Sie bestehen aus Stahlseilen, die mit Aluminiumadern umseilt werden. In diesem Vergleich geht es lediglich um den Materialeinsatz. Somit kann von einem vollen Leiterbündel aus gleichem Material ausgegangen werden. Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand eines Leiters mit 1 km Länge und  $A=100 \text{ mm}^2$  für Kupfer, Aluminium und Eisen bei Raumtemperatur.

Zur Berechnung verwenden wir wieder Gleich. (1.6). Tabelle 1.1 liefert die erforderliche Information zur spezifischen elektrischen Leitfähigkeit des verwendeten Leitermaterials.

$$R_{\text{Cu}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot A} = \frac{1000}{56 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{56} \Omega \approx 178,6 \text{ m}\Omega$$

$$R_{\text{Al}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Al}} \cdot A} = \frac{1000}{36 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{36} \Omega \approx 277,8 \text{ m}\Omega$$

$$R_{\text{Fe}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Fe}} \cdot A} = \frac{1000}{10 \cdot 100} \Omega = 1 \Omega$$

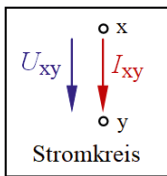
**Tabelle 1.1** Spezifische Daten ausgewählter Werkstoffe (abhängig vom Reinheitsgrad)

Werkstoff ( $T=293 \text{ K}$ )	$\rho$ in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\kappa$ in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$	$\alpha = TK$ in $\frac{10^{-3}}{\text{K}}$
Silber	0,016	62,5	3,8
Gold	0,023	43,5	3,9
Kupfer	0,0179	56	3,82
Aluminium	0,028	36	3,77
Zink	0,063	15,9	3,7
Messing	0,07	14,3	1,5
Eisen	0,1	10	5,6
Silber	0,016	62,5	3,8

Es ist deutlich erkennbar, dass für die technische Realisierung eines Leiters (Spezialfälle ausgeschlossen) aus wirtschaftlicher Sicht nur Kupfer und Aluminium infrage kommen können. Der Einsatz entsprechender Legierungen ist zur Lösung spezieller Aufgabenstellungen denkbar. Das Stahlseil eines Verbundseils trägt nicht maßgeblich zur Leitfähigkeit bei. Sein Einsatz dient lediglich zur mechanischen Verfestigung des Übertragungssystems.

### 1.3 Quellen- und Verbraucher-Charakteristik

In einem elektrischen Stromkreis befindet sich zwischen den Punkten x und y ein beliebiges Element. Für dieses Element werden Zählpfeile (also willkürliche Festlegung der Richtung) zugeordnet. Interpretieren Sie die folgenden Messwerte bzw. die Werte einer Berechnung bezüglich des Verhaltens des betrachteten Bauelementes (Quellen- oder Verbraucher-Charakteristik):



- a)  $U_{xy} = +5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = +12 \text{ mA}$
- b)  $U_{xy} = +5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = -12 \text{ mA}$
- c)  $U_{xy} = -5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = +12 \text{ mA}$
- d)  $U_{xy} = -5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = -12 \text{ mA}$

**Bild 1.1** Zählpfeilsituation

Fall a): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind zugleich Richtungspfeile.

Fall b): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil der Spannung  $U_{xy}$  ist zugleich ein Richtungspfeil.

Fall c): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil des Stromes  $I_{xy}$  ist zugleich ein Richtungspfeil.

Fall d): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind keine Richtungspfeile.

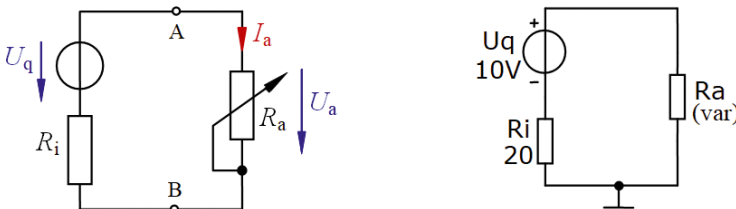
Wir erkennen, dass die willkürliche Festlegung eines Richtungssinnes (Zählpfeil) für die Auswertung des Ergebnisses einer Berechnung oder Messung völlig ausreicht. Man muss lediglich die Vorzeichen im Zusammenhang mit den Zählpfeilen richtig interpretieren.



## 1.4 Belastete Spannungsquelle

Eine reale Spannungsquelle mit  $U_q = 10\text{ V}$  und  $R_i = 20\ \Omega$  wird mit einem veränderlichen Widerstand  $R_a$  belastet. Stellen Sie die von der Quelle abgegebene Leistung  $P_q$  und die von der Last aufgenommene Leistung  $P_a$  als Funktion des Lastwiderstandes grafisch dar. Dazu soll ein Simulationsprogramm verwendet werden.

Wir entscheiden uns für den Einsatz von MicroCap. Im Bild 1.2 ist die Schaltung zur Simulation dargestellt. Als DC-Quelle wird die Universalquelle /None/ (VALUE=10V) eingesetzt. Auf den Lastwiderstand (PART=Ra) wirkt ein DC-Sweep im Bereich  $0 \leq R_a \leq 400\ \Omega$  mit der Schrittweite von  $10\text{ m}\Omega$ . Die Angaben unter ‚Variable 1‘ lauten dann: (400,0,10m).



**Bild 1.2** Simulationsschaltung zum Berechnungsbeispiel 1.4

Die Analysefunktionen werden unter ‚Expression‘ festgelegt:  $X = \text{DCINPUT1}$  und  $Y1 = \text{Pg}(Uq)$  sowie  $Y2 = \text{Pd}(Ra)$ . Nun wird die Simulation gestartet. Bild 1.3 zeigt das Ergebnis.

### Simulationsbeispiel 1.4 (Zusatzmaterial)



Bei  $R_a = 0$  wirkt nur der Innenwiderstand der Quelle. Der Strom beträgt dann  $I_k = 500\text{ mA}$ . Die Quelle muss in diesem Fall eine Leistung von  $P_q = 5\text{ W}$  einspeisen. Mit Zunahme des Wertes des Lastwiderstandes werden der Strom und damit auch die Quellenleistung immer kleiner. Sie erreichen null, wenn der Lastwiderstand gegen unendlich strebt.

Die von der Last aufgenommene Leistung  $P_a$  durchläuft bei  $R_a = R_i$  (Anpassung) ein Maximum mit  $P_{a,\text{max}} = 1,25\text{ W}$ . Eine Diskussion von Lastfällen im Grundstromkreis findet man im Berechnungsbeispiel 3.12.

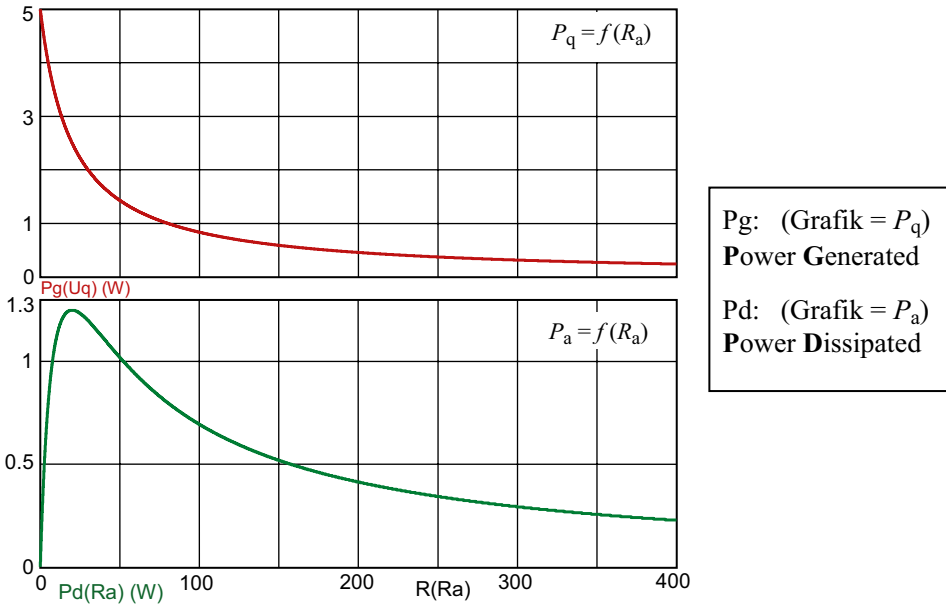


Bild 1.3 Leistungen

## 1.5 Temperaturabhängigkeit

Vergleichen Sie die Temperaturabhängigkeit verschiedener Widerstandswerkstoffe miteinander. Als Referenzobjekt dient der Leiterwerkstoff Kupfer.

Für diesen Vergleich verwenden wir MicroCap. Zur Simulation der Temperaturabhängigkeit muss in der *PartName*-Liste von R nach dem Widerstandswert der Temperaturkoeffizient TC1 unter VALUE angegeben werden [Beispiel für Cu mit  $R = 1 \text{ k}\Omega$ : (1k,TC1=3.82m)].



### Simulationsbeispiel 1.5 (Zusatzmaterial)



Eine Simulationsschaltung müssen wir nicht erstellen. Die Positionierung eines Widerstandes auf der Arbeitsoberfläche reicht aus. Der Widerstand muss aber an Ground angeschlossen sein. Zur Analyse wird ein Temperatur-Sweep im Bereich  $-20^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 100^\circ\text{C}$  eingesetzt (TEMP=100,-20,1m). In der Expression-Zeile ist einzugeben:  $Y = R(R1)$ . Bild 1.4 zeigt oben das Simulationsergebnis für den Leiterwerkstoff

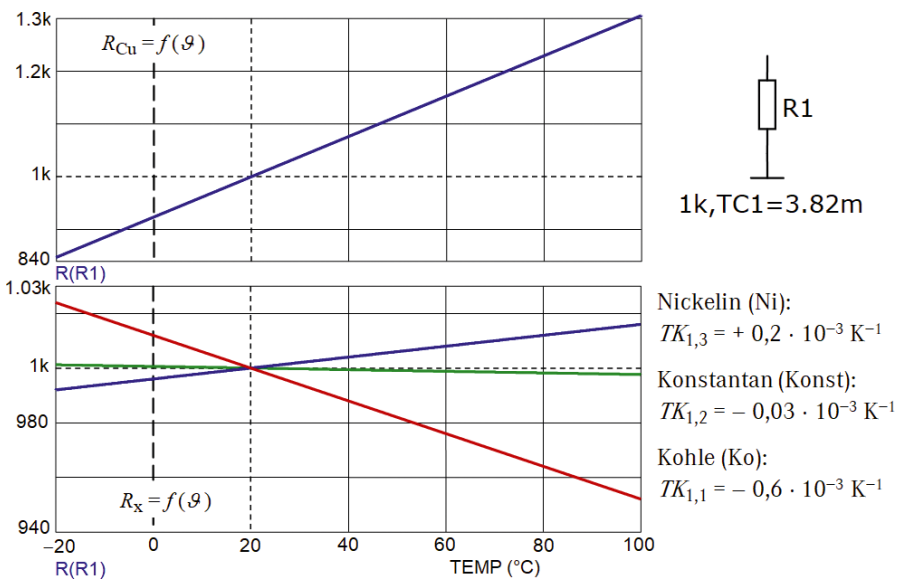
Kupfer bei  $\vartheta_{\text{Bezug}} = 20^\circ\text{C}$ . Im vorgegebenen Temperaturbereich ändert sich der Widerstandswert um ca.  $460\ \Omega$ . Der Nennwert  $R = 1\ \text{k}\Omega$  wird bei  $\vartheta_{\text{Bezug}}$  erreicht. Der Temperaturkoeffizient für Kupfer beträgt  $TK_{\text{Cu}} = 3,82 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$ .

Nun wollen wir die Temperaturabhängigkeit von ausgewählten Widerstandswerkstoffen untersuchen. Dazu kann die Zusatzanalyse *Stepping* (Bestandteil der Analyse DC) verwendet werden. Im Fenster für Stepping sind dazu folgende Angaben erforderlich:

(Step What)=R1 rechts im Rollmenü: (value.tc1) List=-0.6m,-0.03m,0.2m >OK<

Der vorher gesetzte TC1-Wert für Kupfer wird jetzt ignoriert. Dafür gelten die Werte im Bild 1.4, die über List für den Temperaturkoeffizienten TC1 eingegeben wurden. Im Bild 1.4 (unten) ist das Simulationsergebnis dargestellt. Alle Geraden schneiden sich bei einem Widerstandswert  $R = 1\ \text{k}\Omega$  und einer Temperatur von  $\vartheta_{\text{Bezug}} = 20^\circ\text{C}$ .

Die Widerstandsänderungen sind im Vergleich zum Leiterwerkstoff Kupfer im betrachteten Temperaturbereich erkennbar geringer.



**Bild 1.4** Simulationsergebnisse zum Berechnungsbeispiel 1.5

Das simulierte Temperaturverhalten weist auf Temperaturkoeffizienten mit unterschiedlichen Vorzeichen hin. Kupfer und Nickel (67 % Cu; 30 % Ni; 3 % Mn) haben einen positiven Temperaturkoeffizienten (PTC). Bei Kupfer ändert sich der Widerstand  $R_{\text{Cu}} = f(\vartheta)$  im Vergleich zu Nickel so stark, dass im Bild 1.4 (unten) ein anderer Widerstandsmaßstab gewählt werden musste.

Kohle und Konstantan haben einen negativen Temperaturkoeffizienten (NTC). Hier nimmt der Widerstandswert mit steigender Temperatur ab. Bei Konstantan ändert sich der Widerstandswert allerdings kaum. Konstantan (oder auch Manganin) sind demzufolge für die technische Realisierung von Messwiderständen gut geeignet, da sie ihren Widerstandswert unabhängig von Temperaturänderungen nahezu beibehalten.

Wir berechnen die Eckwerte des Widerstandsverlaufes im Bild 1.4 mit Gleich. (1.9):

$$R_{\text{Cu}}(-20^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (253 - 293) \text{ K}] = 847,2 \Omega$$

$$R_{\text{Cu}}(+100^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (373 - 293) \text{ K}] = 1306 \Omega$$

$$R_{\text{Ko}}(-20^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (253 - 293) \text{ K}] = 1024 \Omega$$

$$R_{\text{Ko}}(+100^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (373 - 293) \text{ K}] = 952 \Omega$$

$$R_{\text{Konst}}(-20^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (253 - 293) \text{ K}] = 1001 \Omega$$

$$R_{\text{Konst}}(+100^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (373 - 293) \text{ K}] = 997,6 \Omega$$

$$R_{\text{Ni}}(-20^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (253 - 293) \text{ K}] = 992 \Omega$$

$$R_{\text{Ni}}(+100^\circ\text{C}) = 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (373 - 293) \text{ K}] = 1016 \Omega$$

Die Berechnungsergebnisse stimmen (wie erwartet) mit den Simulationsergebnissen überein. Dabei gilt die Gleich. (1.9) eigentlich nur näherungsweise. MicroCap simuliert im vorliegenden Fall den Widerstand mit einem konstanten TC1-Wert.

Streng genommen müssten wir bei größeren Temperaturänderungen einen weiteren Temperaturkoeffizienten ( $TK_2$  oder  $\beta$ ) berücksichtigen. Die Gleich. (1.9) stellt lediglich eine lineare Näherung des eigentlichen nichtlinearen Verlaufes der Widerstands-Temperatur-Kennlinie dar. Exakt gilt:

$$R(T) = R_{20} \cdot [1 + TK_1 \cdot \Delta T + TK_2 \cdot (\Delta T)^2] = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot (\Delta T)^2] \quad (1.10)$$

Den Unterschied wollen wir anhand der Widerstandsberechnung für Kupfer mit Gleich. (1.10) überprüfen. Es gilt:  $\beta_{\text{Cu}} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$ .

$$\begin{aligned} R_{\text{Cu}}(-20^\circ\text{C}) &= 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (-40 \text{ K}) + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2} \cdot 1600 \text{ K}^2] \\ &= 848,16 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{\text{Cu}}(+100^\circ\text{C}) &= 1 \text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (+80 \text{ K}) + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2} \cdot 6400 \text{ K}^2] \\ &= 1309,4 \Omega \end{aligned}$$

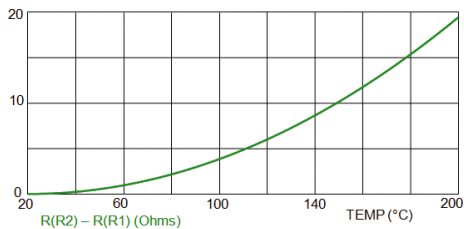
Die Abweichung von unserer Näherungsrechnung liegt in der Größenordnung von +0,1 % bis +0,3 %. Bei kleinen Temperaturänderungen ist es demzufolge durchaus vertretbar, mit der linearen Näherung gemäß Gleich. (1.9) zu arbeiten.

Bei größeren Temperaturänderungen wird der Einfluss des TC2-Wertes erkennbar. Dazu variieren wir die Temperatur im Bereich  $20\text{ °C} \leq \vartheta \leq 200\text{ °C}$  ( $\Delta T = 180\text{ K}$ ). Der Widerstand bei  $\vartheta = 20\text{ °C}$  ist mit  $R_{20} = 1\text{ k}\Omega$  bekannt. Für  $\vartheta = 200\text{ °C}$  gilt nach Gleich. (1.9) und nach Gleich. (1.10):

$$(1.9): R_{Cu}(200\text{ °C}) = 1\text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1} \cdot (+180\text{ K})] = 1688\ \Omega$$

$$(1.10): R_{Cu}(200\text{ °C}) = 1\text{ k}\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1} \cdot (+180\text{ K}) \\ + 0,6 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-2} \cdot 32400\text{ K}^2] = 1707\ \Omega$$

Bild 1.5 zeigt im Ergebnis einer zusätzlichen Simulation den Verlauf der Widerstandsdifferenz zwischen  $R_2$  nach Gleich. (1.10) und  $R_1$  nach Gleich. (1.9) (nur  $TK_1$ ).



**Bild 1.5**

Widerstandsdifferenz bei Anwendung beider Temperaturkoeffizienten

Die Abweichung zwischen den beiden Widerstandswerten beträgt bei  $200\text{ °C}$  ca.  $19\ \Omega$ .



---

# 2

## Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise

---



### Schwerpunkte und Lernziele:

- Das Ohmsche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung und dem elektrischen Strom.
- Dieser Zusammenhang kann über die Strom-Spannungs-Kennlinie  $I=f(U)$  grafisch dargestellt werden. Im Falle eines ohmschen Widerstandes ist die Kennlinie eine Gerade.
- Man unterscheidet zwischen einem Gleichstromwiderstand  $R_0$  und einem differentiellen Widerstand  $r$ .
- Der Maschensatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Spannungen längs eines geschlossenen Umlaufs gleich null ist.
- Der Knotenpunktsatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Ströme in einem Knotenpunkt gleich null ist.
- Unter Energie versteht man das Vermögen, Arbeit zu verrichten.
- Die Summe aller Energien in einem geschlossenen System ist konstant.
- Eine vollständige Leistungsbilanz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Leistungen in einem abgeschlossenen System gleich null ist.

---

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Erarbeiten Sie dazu einfache Fragestellungen und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

1. Warum ist bei einem ohmschen Widerstand der Gleichstromwiderstand  $R_0$  identisch mit dem differentiellen Widerstand  $r$ ?
2. Aus welchem Grund fließt in einem Zweig immer nur ein Strom?
3. Warum ist in einem Knotenpunkt die Summe aller zufließenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme?

4. Warum kann man Gleich. (2.7) nicht direkt zur Berechnung einer Quellenleistung verwenden?
5. Woran erkennt man, dass eine Quelle Leistung aufnimmt?
6. Welche Vorzeichenregel repräsentiert die Gleich. (2.9) im Vergleich zu (2.8)?

Arbeiten Sie die folgenden Beispiele durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsansatz zu finden. Vergleichen Sie anschließend Ihren Ansatz mit dem im Buch vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

## 2.1 Lastfälle im Grundstromkreis

Ein Grundstromkreis ( $U_q = 24 \text{ V}$  und  $R_i = 10 \Omega$ ) wird mit unterschiedlichen Widerständen belastet. Skizzieren Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie für folgende Lastwiderstände und zeichnen Sie die unterschiedlichen Arbeitspunkte ein.

Geg.:  $R_{a1} = 10 \Omega$ ,  $R_{a2} = 20 \Omega$ ,  $R_{a3} = 50 \Omega$  und  $R_{a4} = 100 \Omega$ .

Wir berechnen zunächst die vier Arbeitspunkte. Die Kennlinien ohmscher Widerstände sind Geraden, die vom Koordinatenursprung durch den jeweiligen Arbeitspunkt verlaufen.

$$I_1 = \frac{U_q}{R_i + R_{a1}} = \frac{24 \text{ V}}{20 \Omega} = 1200 \text{ mA} \quad \text{und} \quad U_{a1} = I_1 \cdot R_{a1} = 1,2 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 12 \text{ V}$$

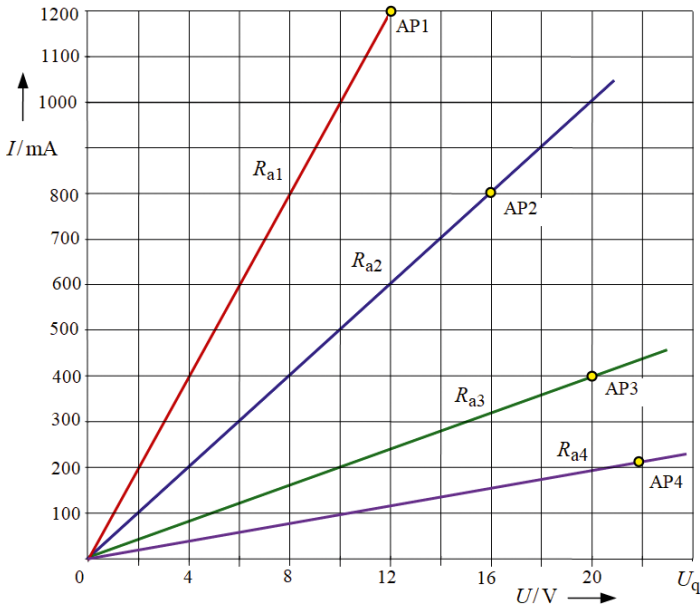
$$I_2 = \frac{U_q}{R_i + R_{a2}} = \frac{24 \text{ V}}{30 \Omega} = 800 \text{ mA} \quad \text{und} \quad U_{a2} = I_2 \cdot R_{a2} = 0,8 \text{ A} \cdot 20 \Omega = 16 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{U_q}{R_i + R_{a3}} = \frac{24 \text{ V}}{60 \Omega} = 400 \text{ mA} \quad \text{und} \quad U_{a3} = I_3 \cdot R_{a3} = 0,4 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 20 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{U_q}{R_i + R_{a4}} = \frac{24 \text{ V}}{110 \Omega} \approx 218 \text{ mA} \quad \text{und} \quad U_{a4} = I_4 \cdot R_{a4} = 21,82 \text{ V}$$

Die Steigung der Kennlinien (Bild 2.1) wird mit zunehmendem Lastwiderstand kleiner.



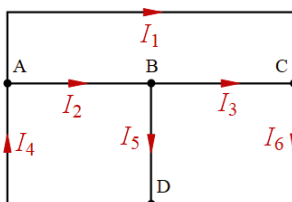


**Bild 2.1** Kennlinien zum Berechnungsbeispiel 2.1

## 2.2 Unabhängigkeit von Knotengleichungen

Weisen Sie am Beispiel von Bild 2.2 nach, dass bei der Anwendung des Knotenpunktsatzes nur  $(k - 1)$  Gleichungen voneinander linear unabhängig sind. In diesem Bild wird lediglich die Grundstruktur (sog. Graph) der schaltungstechnischen Realisierung angegeben.

Zur Beantwortung der Frage, welche Gleichungen in das Gleichungssystem einbezogen werden (und welche nicht), wenden wir auf alle Knoten den Knotenpunktsatz an. Um Verwechslungen auszuschließen, werden die Knoten gekennzeichnet (hier: A bis D).



$$\text{Knoten A: } I_4 - I_1 - I_2 = 0$$

$$\text{Knoten B: } I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

$$\text{Knoten C: } I_1 + I_3 - I_6 = 0$$

$$\text{Knoten D: } I_5 + I_6 - I_4 = 0$$

**Bild 2.2** Graph

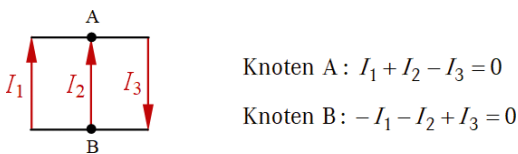
Wenn man diese Gleichungen sortiert, entsteht folgende Übersicht:

A	$-I_1$	$-I_2$		$+I_4$			0
B		$+I_2$	$-I_3$		$-I_5$		0
C	$+I_1$		$+I_3$			$-I_6$	0
D				$-I_4$	$+I_5$	$+I_6$	0

Die mit null belegten Koeffizienten wurden aus Übersichtsgründen nicht mit eingetragen. Nun ist deutlich zu sehen, dass jeder Strom zweimal (einmal positiv und einmal negativ) auftritt. Die Summe aller vier Gleichungen ergibt null. Eine Gleichung trägt redundante Information. Warum muss das so sein? Begründen Sie kurz Ihre Aussage.

Aus der Aussage „Summe aller Knotenpunktgleichungen ist gleich null“ lässt sich folgende Aussage ableiten: Diese Summe beschreibt einen Großknoten. Jede Gleichung stellt die Linearkombination mehrerer Gleichungen dieses Großknotens dar. Es sind demzufolge immer nur  $(k-1)$  Gleichungen voneinander unabhängig. Beim Aufstellen des Gleichungssystems zur Berechnung aller Zweigströme müssen wir somit einen Knoten (egal, welchen) weglassen.

Ein elementares Beispiel soll diesen Sachverhalt noch einmal verdeutlichen. Wir betrachten eine Struktur mit zwei Knoten. Von einem Knoten (z. B. A) fließt ein Strom ab – dann kann er beim zweiten Knoten (B) nur zufließen (und umgekehrt). Die Gleichung (B) ist eine Linearkombination zur Gleichung (A). Durch die Multiplikation von (B) mit  $(-1)$  erhalten wir die Gleichung (A).



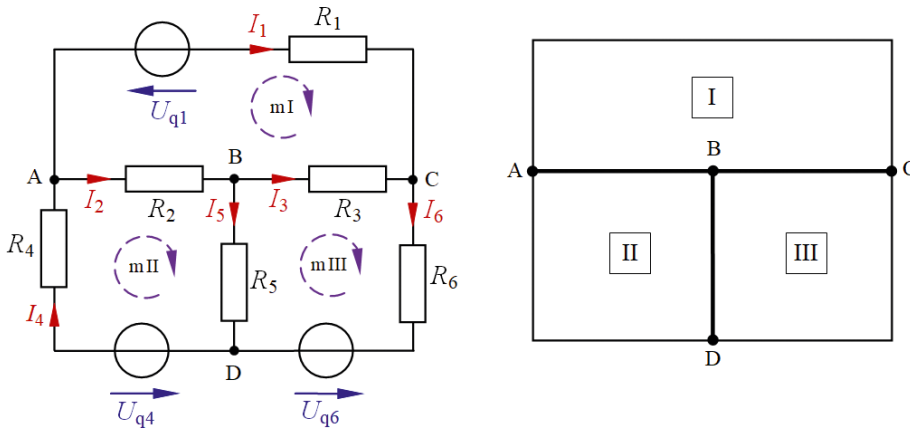
**Bild 2.3** Linearkombination

## 2.3 Unabhängigkeit von Maschengleichungen

Wenden Sie auf das Netzwerk im Bild 2.3 den Maschensatz an. Dieses Netzwerk hat die Grundstruktur von Bild 2.2. Welche Maschengleichungen müssen aufgestellt werden, um alle Ströme dieses Netzwerkes mit den Kirchhoffschen Sätzen zu berechnen?

Wir wissen, dass in jedem Zweig (Verbindung zwischen zwei Knoten) nur ein Strom fließen kann. Durch Auszählen der Zweige erhält man die Anzahl der Unbekannten. Im vorliegenden Fall (sechs Zweige) fließen sechs Ströme. Das Netzwerk besitzt vier Knotenpunkte.

Im Berechnungsbeispiel 2.2 haben wir geklärt, dass nur  $(k-1)$  Knotenpunktgleichungen aufgestellt werden dürfen. Wir benötigen noch  $m = z - (k-1) = 3$  Maschengleichungen.



**Bild 2.4** Netzwerk zum Berechnungsbeispiel 2.3

Wie Bild 2.4 zeigt, können wir aber viel mehr Maschengleichungen aufstellen. Im vorliegenden Fall sind sieben verschiedene Umläufe möglich (siehe Bild rechts):

- a) I innen b) II innen c) III innen d) II und III innen/außen  
e) alle außen f) I und II innen/außen g) I und III innen/außen

Welche Umläufe sollen wir verwenden? Die Antwort liefert die Unabhängigkeitsbedingung. Die Maschengleichungen müssen voneinander unabhängig sein. Dazu skizziert man den Graphen des Netzwerkes (Struktur ohne Bauelemente) und zeichnet den sogenannten vollständigen Baum ein. Das ist die Verbindung aller Knoten (z. B. das „innere T“ im Bild 2.4 – rechte Seite). Dabei darf kein geschlossener Umlauf entstehen. Die restlichen Zweige des Graphen werden als Verbindungszweige bezeichnet. Eine unabhängige Masche schließt den Baum über einen Verbindungszweig. Danach steht dieser Zweig nicht mehr als Verbindungszweig zur Verfügung.

Im einfachsten Fall verwendet man die inneren Maschen (Fenstermaschen). Für die Fälle a), b) und c) erhalten wir folgende Maschengleichungen (vgl. Bild 2.4 – links):

$$\text{m I: } -U_{q1} + I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad -U_{q1} + U_1 - U_3 - U_2 = 0$$

$$\text{m II: } -U_{q4} + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad -U_{q4} + U_4 + U_2 + U_5 = 0$$

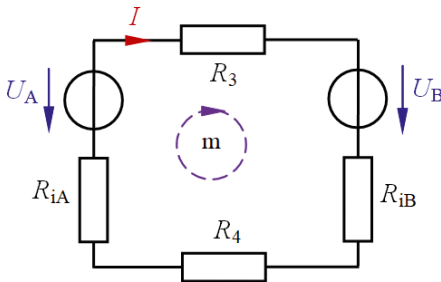
$$\text{m III: } -U_{q6} - I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 + I_6 \cdot R_6 = 0 \quad \Rightarrow \quad -U_{q6} - U_5 + U_3 + U_6 = 0$$

Wenn man die Gleich. (m II) und (m III) addiert, erhält man die Maschengleichung für d):

$$m \text{ II} + m \text{ III: } -U_{q4} + U_4 + U_2 + U_5 - U_{q6} - U_5 + U_3 + U_6 = 0$$

## 2.4 Vollständige Leistungsbilanz

Stellen Sie für die Schaltung im Bild 2.5 die vollständige Leistungsbilanz (dargestellt im Quellen-Zählpfeilsystem) auf.



Geg.:

$$U_A = 24 \text{ V}$$

$$U_B = 12 \text{ V}$$

$$R_{iA} = R_{iB} = 1 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = R_4 = 5 \text{ } \Omega$$

**Bild 2.5** Leistungsbilanz

Bei diesem Beispiel handelt es sich um eine gegenseinnige Reihenschaltung zweier realer Spannungsquellen (vgl. [10] Abschnitt 3.4). Für den eingezeichneten Umlauf m gilt:

$$I \cdot R_3 + U_B + I \cdot R_{iB} + I \cdot R_4 + I \cdot R_{iA} - U_A = 0$$

Daraus kann der Strom  $I$  berechnet werden:

$$I = \frac{U_A - U_B}{R_{iA} + R_{iB} + R_3 + R_4} = \frac{12 \text{ V}}{12 \text{ } \Omega} = 1 \text{ A}$$



### Simulationsbeispiel 2.4 (Zusatzmaterial)



Der in dieser Reihenschaltung fließende Strom wird in seiner Richtung durch die Quelle A bestimmt ( $U_A > U_B$ ). Er fließt gegen den Spannungszählpfeil von  $U_A$  (Quellenwirkung) und in Richtung des Spannungszählpfeils von  $U_B$ . Die Quelle B nimmt demzufolge Leistung auf und wirkt im vorliegenden Fall wie ein Verbraucher. Es ergeben sich folgende Leistungen (dargestellt im Quellen-Zählpfeilsystem):

$$P_1 = I^2 \cdot R_{iA} = -1 \text{ W}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_{iB} = -1 \text{ W}$$

$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = -5 \text{ W}$$

$$P_4 = I^2 \cdot R_4 = -5 \text{ W}$$

$$P_A = U_A \cdot (+I) = +24 \text{ W (Quelle)}$$

$$P_B = U_B \cdot (-I) = -12 \text{ W (Vebr.)}$$

Die Summe aller Leistungen ist gleich null ( $\Sigma P = 0 \text{ W}$ ).



---

# 3

## Lineare elektrische Stromkreise

---



### Schwerpunkte und Lernziele:

- Stromkreise können eine unverzweigte Struktur (Reihenschaltung) oder eine verzweigte Struktur (Parallelschaltung bzw. gemischte Schaltung) aufweisen.
- In einer Reihenschaltung gilt die Spannungsteilerregel: Die Spannungen verhalten sich direkt proportional zu den Widerständen, über denen diese Spannungen abfallen.
- In einer Parallelschaltung gilt die Stromteilerregel: Ströme verhalten sich umgekehrt proportional zu den Widerständen, durch die die Ströme fließen.
- Elektrische Quellen sind in der Lage, durch innere physikalische Effekte Ladungen zu beschleunigen.
- Der Wirkungsgrad beschreibt für eine festgelegte Trennstelle (Quelle und Verbraucher) das Verhältnis der abgegebenen zur zugeführten Leistung.
- Im Anpassungsfall nimmt ein Verbraucher maximale Leistung auf. Dazu ist der Lastwiderstand an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen.
- Bei Variation des Lastwiderstandes ändern sich Spannung, Strom und Leistung nach nichtlinearen Funktionen, obwohl ein linearer Stromkreis betrachtet wird.
- Ein belasteter Spannungsteiler soll möglichst linear arbeiten. Dazu muss der Lastwiderstand viel größer als der Stellwiderstand sein.

---

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Erarbeiten Sie dazu einfache Fragestellungen und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

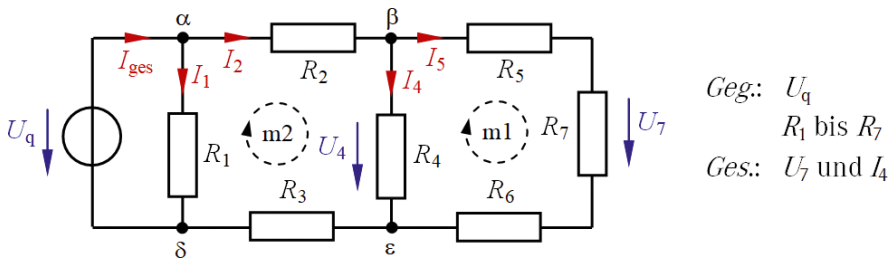
1. Warum ist ein zu einer Reihenschaltung parallel geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Spannungsteilung beteiligt?
2. Warum ist ein zu einer Parallelschaltung in Reihe geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Stromteilung beteiligt?
3. Warum fließt der Strom in einem geschlossenen Stromkreis auch durch die Quelle?

4. Wie groß sind Spannung, Strom und Leistung im Anpassungsfall?
5. Wie unterscheiden sich die Fälle: Leerlauf, Anpassung und Kurzschluss?

Arbeiten Sie die folgenden Beispiele durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsansatz zu finden. Vergleichen Sie anschließend Ihren Ansatz mit dem im Buch vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

### 3.1 Anwendung der Teilerregeln

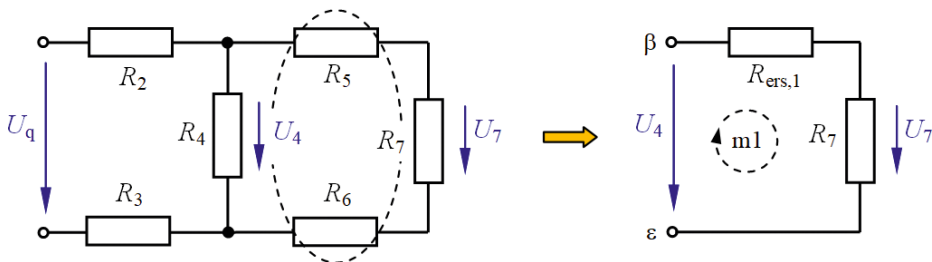
Zur Berechnung von passiven Zweipolen werden die Teilerregeln angewendet. Bei doppelten Teilern wird die schrittweise Berechnung über das Ohmsche Gesetz zu aufwendig. Dieses Beispiel soll die Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel für die doppelten Teiler im Bild 3.1 demonstrieren.



**Bild 3.1** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.1

Wir zeichnen uns zunächst die erforderlichen Zählfeile ein, wählen bei Bedarf die Maschenumläufe und bezeichnen die Knotenpunkte.

a) Spannungsteiler: Die Widerstandskombinationen werden schrittweise zu Ersatzwiderständen  $R_{\text{ers},x}$  zusammengefasst. Die ideale Quelle wird durch ihren Zählfeil nachgebildet.



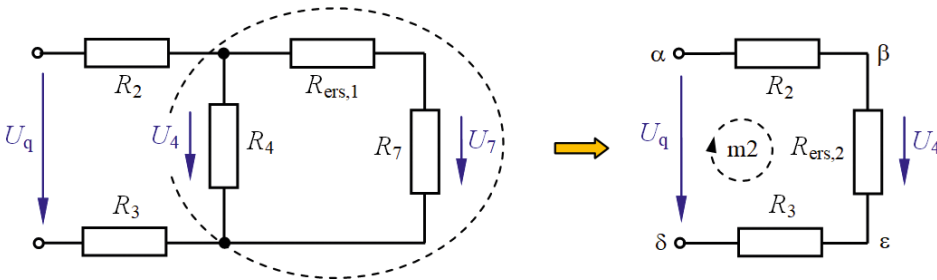
**Bild 3.2** Innerer Spannungsteiler



In einem ersten Schritt trennen wir die Reihenschaltung rechts von den Punkten  $\beta$  und  $\varepsilon$  ab. Dann liegt über  $\beta$  und  $\varepsilon$  immer noch die Spannung  $U_4$ . Da es sich jetzt bereits um eine Reihenschaltung handelt, ist der Ersatzwiderstand  $R_{\text{ers},1}$  nicht unbedingt erforderlich.

$$(1) \quad \frac{U_7}{U_4} = \frac{R_7}{R_{\text{ers},1} + R_7} = \frac{R_7}{R_5 + R_6 + R_7}$$

Im nächsten Schritt fasst man alle Widerstände der Masche m1 des Bildes 3.1 zu  $R_{\text{ers},2} = R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)$  zusammen. Damit entsteht eine neue Reihenschaltung rechts von den Punkten  $\alpha$  und  $\delta$ .



**Bild 3.3** Äußerer Spannungsteiler

Über diesen Punkten (und damit über einer Ersatz-Reihenschaltung) liegt die Spannung  $U_q$ .

Wir erhalten für die Masche m2:

$$(2) \quad \frac{U_4}{U_q} = \frac{R_{\text{ers},2}}{R_2 + R_3 + R_{\text{ers},2}} = \frac{R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}{R_2 + R_3 + R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}$$

Die Gesamtspannung  $U_q$  wird im „äußeren“ Teiler in die Spannungen  $U_2$ ,  $U_3$  und  $U_4$  aufgeteilt. Die Spannung  $U_7$  entsteht dann im Ergebnis der „inneren“ Teilung aus  $U_4$  (doppelter Teiler). Durch eine Multiplikation der Teilungsfaktoren erhält man einen Ansatz für die Spannung  $U_7$ :

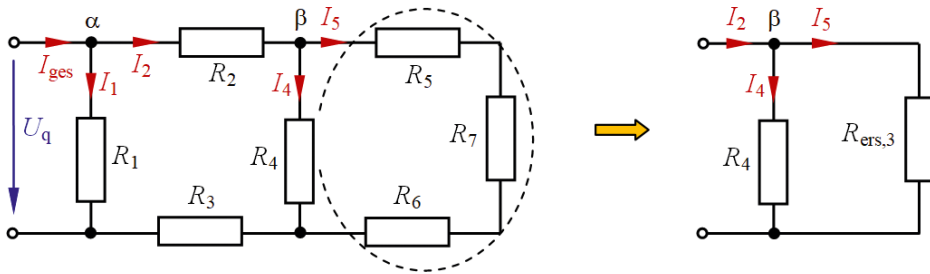
$$\frac{U_7}{U_q} = \frac{U_7}{U_4} \cdot \frac{U_4}{U_q} \Rightarrow U_7 = U_q \cdot (1) \cdot (2)$$

$$U_7 = U_q \cdot \frac{R_7}{R_5 + R_6 + R_7} \cdot \frac{R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}{R_2 + R_3 + R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}$$

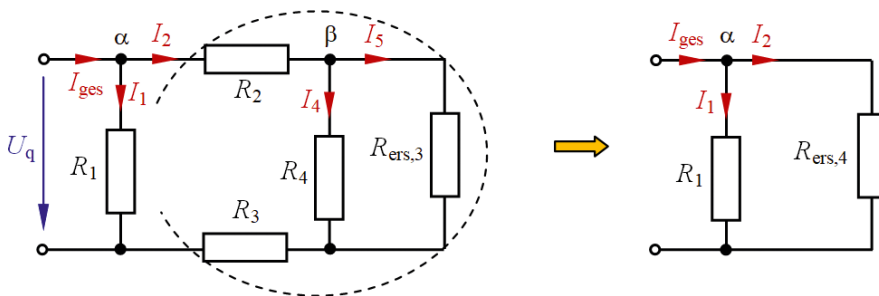
b) Stromteiler: Die Widerstände werden wieder schrittweise zu  $R_{\text{ers},x}$  zusammengefasst. Für die Reihenschaltung rechts vom Knoten  $\beta$  erhält man:  $R_{\text{ers},3} = R_5 + R_6 + R_7$ .

Dann entsteht eine Parallelschaltung aus  $R_{\text{ers},3}$  und  $R_4$ . Wir erhalten einen Ansatz für den Knoten  $\beta$ :

$$(\beta) \quad \frac{I_4}{I_2} = \frac{R_{\text{ers},3}}{R_4 + R_{\text{ers},3}} = \frac{R_5 + R_6 + R_7}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7}$$



**Bild 3.4** Innerer Stromteiler



**Bild 3.5** Äußerer Stromteiler

Die Kombination rechts vom Knoten  $\alpha$  wird zu  $R_{\text{ers},4} = R_2 + R_3 + R_4 \parallel R_{\text{ers},3}$  zusammengefasst:

$$(\alpha) \quad \frac{I_2}{I_{\text{ges}}} = \frac{R_1}{R_1 + R_{\text{ers},4}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}$$

Der Gesamtstrom  $I_{\text{ges}}$  wird im Knoten  $\alpha$  in die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  geteilt. Der Strom  $I_4$  entsteht dann im Ergebnis einer weiteren Teilung im Knoten  $\beta$  aus  $I_2$  (doppelter Teiler). Durch eine Multiplikation der Teilungsfaktoren erhält man einen Ansatz für den gesuchten Strom  $I_4$ :

$$\frac{I_4}{I_{\text{ges}}} = \frac{I_4}{I_2} \cdot \frac{I_2}{I_{\text{ges}}} \Rightarrow I_4 = I_{\text{ges}} \cdot (\beta) \cdot (\alpha)$$

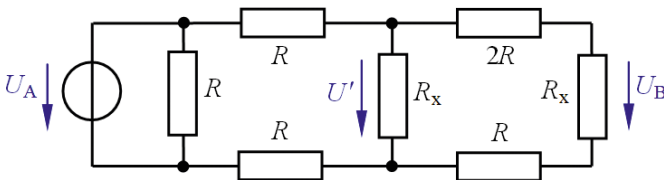
$$I_4 = I_{\text{ges}} \cdot \frac{R_5 + R_6 + R_7}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}$$

Da der Gesamtstrom nicht gegeben ist, wird er über das Ohmsche Gesetz berechnet:

$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{q}}}{R_{\text{ges}}} = \frac{U_{\text{q}}}{R_1 \parallel [R_2 + R_3 + R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)]}$$

## 3.2 Einstellung Spannungsverhältnis

Berechnen Sie den Widerstand  $R_x$  so, dass die Spannung  $U_B$  ein Fünftel der Spannung von  $U_A$  beträgt. Geg.:  $R = 2 \text{ k}\Omega$



**Bild 3.6** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.2

Es handelt sich um einen doppelten Teiler [vgl. Berechnungsbeispiel 3.1 – Aufgabe a)]. Die Teilspannung  $U'$  dient lediglich als Zwischengröße zur Berechnung des gesuchten Spannungsverhältnisses.

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{U_B}{U'} \cdot \frac{U'}{U_A} = \frac{R_x}{R_x + 2R + R} \cdot \frac{R_x \parallel (R_x + 2R + R)}{R + R + R_x \parallel (R_x + 2R + R)} = \frac{1}{5}$$

Jetzt müssen die Parallelzeichen aufgelöst und der Hauptnenner gebildet werden. Daraus wird dann die Normalform einer quadratischen Gleichung bestimmt und die Lösungsbeziehung angewendet.

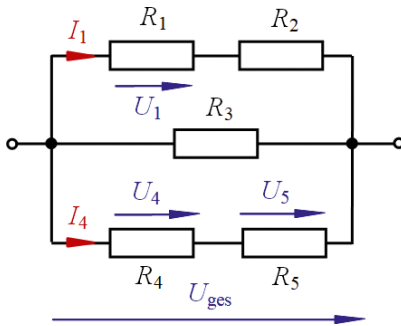
$$\frac{1}{5} = \frac{R_x^2}{2R \cdot (2R_x + 3R) + R_x \cdot (R_x + 3R)}$$

$$5R_x^2 = 4R_x \cdot R + 6R^2 + R_x^2 + 3R_x \cdot R \quad \Rightarrow \quad R_x^2 - R_x \cdot (1,75R) - 1,5R^2 = 0$$

$$R_x = 0,875R + 1,5R = 2,375R = 4,75 \text{ k}\Omega$$

### 3.3 Gemischte Schaltung A

Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand, den Spannungsabfall über  $R_5$ , den Strom durch  $R_1$  sowie die Teilerhältnisse  $I_1/I_4$  und  $U_1/U_4$ .



Geg.:  $U_{\text{ges}} = 12 \text{ V}$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 5 \text{ k}\Omega$$

**Bild 3.7** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.3

$$R_{\text{ges}} = (R_1 + R_2) \parallel R_3 \parallel (R_4 + R_5) = 3 \text{ k}\Omega \parallel 3 \text{ k}\Omega \parallel 9 \text{ k}\Omega \approx 1,29 \text{ k}\Omega$$



#### Simulationsbeispiel 3.3 (Zusatzmaterial)



$$U_5 = U_{\text{ges}} \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = U_{\text{ges}} \cdot \frac{5}{9} = 6,6 \text{ V}$$

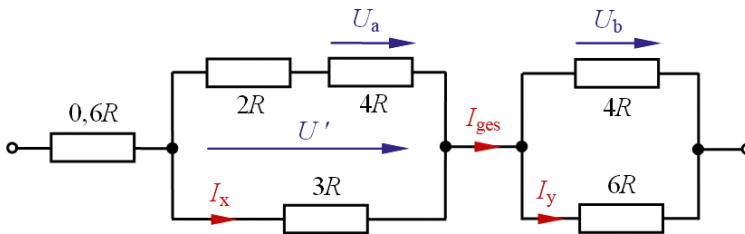
$$I_1 = \frac{U_{\text{ges}}}{R_1 + R_2} = \frac{12 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} = 4 \text{ mA}$$

$$\frac{I_1}{I_4} = \frac{R_4 + R_5}{R_1 + R_2} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow I_1 = 3 \cdot I_4$$

$$\frac{U_1}{U_4} = \frac{U_1}{U_{\text{ges}}} \cdot \frac{U_{\text{ges}}}{U_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow U_1 = 0,75 \cdot U_4$$

### 3.4 Gemischte Schaltung B

Von der Schaltung im Bild 3.8 ist der Widerstand  $R$  bekannt. Man berechne den Gesamtwiderstand, das Verhältnis der Spannungen  $U_a / U_b$  und das Verhältnis der Ströme  $I_x / I_y$ .



**Bild 3.8** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.4

$$R_{\text{ges}} = 0,6R + 3R \parallel (2R + 4R) + 4R \parallel 6R = 0,6R + 2R + 2,4R = 5R$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses  $U_a / U_b$  wird schrittweise die Teilerregel angewendet, indem man die Spannung  $U_a$  zu  $U'$  und die Spannung  $U'$  zu  $U_b$  ins Verhältnis setzt.

$$\frac{U_a}{U_b} = \frac{U_a}{U'} \cdot \frac{U'}{U_b} = \frac{4R}{4R + 2R} \cdot \frac{3R \parallel (2R + 4R)}{4R \parallel 6R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2,4} = \frac{4}{7,2} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

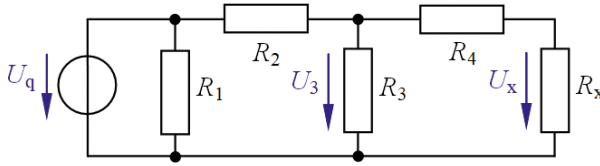
Das gesuchte Stromverhältnis wird ermittelt, indem man die beiden Ströme bei schrittweiser Anwendung der Stromteilerregel auf den Gesamtstrom bezieht.

$$\frac{I_x}{I_y} = \frac{I_x}{I_{\text{ges}}} \cdot \frac{I_{\text{ges}}}{I_y} = \frac{2R + 4R}{2R + 4R + 3R} \cdot \frac{4R + 6R}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$$

### 3.5 Einstellung eines Spannungsabfalls

Auf welchen Wert muss  $R_x$  eingestellt werden, damit über ihm ein Viertel der Gesamtspannung abfällt?

- Berechnen Sie  $R_x$  in allgemeiner Form  $R_x = f(R_A, R_B)$  und als Zahlenwert.
- In welchem Verhältnis müssen die Widerstandswerte von  $R_A$  und  $R_B$  mindestens stehen, damit die Bedingung  $U_x = 0,25 \cdot U_q$  überhaupt erfüllt werden kann?
- Bestimmen Sie  $R_{\text{ges}}$ ,  $U_A$ ,  $I_3$  sowie die Verhältnisse  $I_1 / I_3$  und  $U_2 / U_4$ .



Geg.:

$$U_q = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = R_A = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = R_4 = R_B = 3 \text{ k}\Omega$$

**Bild 3.9** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.5

Zu a) Zur Bestimmung von  $R_x$  wird die Spannungsteilerregel (doppelter Teiler für  $U_x/U_q$ ) angewendet. Laut Aufgabenstellung beträgt dieses Spannungsverhältnis 0,25.

$$\frac{U_x}{U_q} \cdot \frac{U_3}{U_q} = \frac{R_x}{R_x + R_4} \cdot \frac{R_3 \parallel (R_x + R_4)}{R_2 + R_3 \parallel (R_x + R_4)}$$

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{R_x R_3 \cdot (R_x + R_4)}{(R_x + R_4) \cdot [R_2 \cdot (R_3 + R_x + R_4) + R_3 \cdot (R_x + R_4)]}$$

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{R_x R_3}{R_2 \cdot (R_3 + R_x + R_4) + R_3 \cdot (R_x + R_4)} = \frac{R_x R_3}{R_2 R_3 + R_2 R_x + R_2 R_4 + R_3 R_x + R_3 R_4}$$

Durch Einsetzen der Vereinfachungen für  $R_1 = R_2 = R_A$  und  $R_3 = R_4 = R_B$  erhält man:

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{R_x R_B}{R_A R_B + R_A R_x + R_A R_B + R_B R_x + R_B^2} = \frac{1}{4}$$

Diese Gleichung muss nun ausmultipliziert und nach  $R_x$  umgestellt werden.

$$4R_x R_B = 2R_A R_B + R_A R_x + R_B R_x + R_B^2 \Rightarrow R_x = \frac{2R_A R_B + R_B^2}{3R_B - R_A} = 3 \text{ k}\Omega$$

Zu b) Aus der Berechnungsvorschrift für  $R_x$  ist erkennbar, dass das Ergebnis durchaus negativ werden kann. Das bedeutet, dass die Schaltung nicht unter allen Bedingungen in der Lage ist, ein Spannungsverhältnis von  $U_x/U_q = 0,25$  zu erzeugen. Da es keine negativen ohmschen Widerstände gibt, muss bei der Dimensionierung der Schaltung die Randbedingung  $R_A < 3 R_B$  eingehalten werden.

Zu c) Zur Übung der Widerstandsberechnung sowie der Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel sollten Sie die folgenden Schritte selbstständig ausführen. Die angegebenen Lösungsansätze dienen im Zusammenhang mit dem Rechenergebnis lediglich zum Vergleich. Für die Spannungen und die Ströme wurden die Indizes der Widerstände verwendet. Zeichnen Sie sich die Zählpfeile der Spannungen und Ströme in die Schaltung von Bild 3.9 ein!

$$R_{\text{ges}} = R_1 \parallel [R_2 + R_3 \parallel (R_x + R_4)] = 1,3 \text{ k}\Omega$$

$$U_4 = U_q \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_x} \cdot \frac{R_3 \parallel (R_4 + R_x)}{R_2 + R_3 \parallel (R_4 + R_x)} = 3 \text{ V}$$

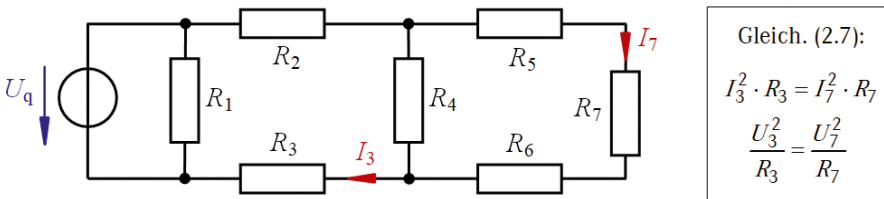
$$I_3 = I_2 \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_3 + R_4 + R_x} = \frac{U_q}{R_2 + R_3 \parallel (R_4 + R_x)} \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_3 + R_4 + R_x} = 2 \text{ mA}$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_2 + R_3 \parallel (R_4 + R_x)}{R_1} \cdot \frac{R_3 + R_4 + R_x}{R_4 + R_x} = 3$$

$$\frac{U_2}{U_4} = \frac{R_2}{R_3 \parallel (R_4 + R_x)} \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_4} = 2$$

### 3.6 Gleicher Leistungsumsatz

Wie groß muss der Widerstand  $R_3$  sein, damit in ihm die gleiche Leistung wie im Widerstand  $R_7$  umgesetzt wird? Geg.:  $U_q = 12 \text{ V}$  und  $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 1,6 \text{ k}\Omega$ .



**Bild 3.10** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.6

Laut Aufgabenstellung muss gelten:  $P_3 = P_7$ . Nach Gleich. (2.7) ist diese Aufgabe demzufolge über zwei Varianten lösbar. Wir rechnen zunächst über die Ströme:

$$\frac{I_7}{I_3} = \frac{R_4}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7} = \frac{1}{4} \Rightarrow I_7 = \frac{I_3}{4}$$

Dann erhält man über den Leistungsansatz die Lösung für den Widerstand  $R_3$ :

$$I_3^2 \cdot R_3 = \left(\frac{I_3}{4}\right)^2 \cdot R_7 \Rightarrow R_3 = \frac{R_7}{16} = \frac{1,6 \text{ k}\Omega}{16} = 100 \Omega$$

Zur Übung wollen wir die Aufgabe zusätzlich über den Spannungsteiler berechnen:

$$\frac{U_7}{U_3} = \frac{R_7}{R_5 + R_6 + R_7} \cdot \frac{R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)}{R_3} = \frac{R}{3R} \cdot \frac{0,75R}{R_3} = \frac{0,25R}{R_3}$$

$$\frac{U_3^2}{R_3} = \left(U_3 \cdot \frac{0,25R}{R_3}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_7} \Rightarrow R_3 = \frac{(0,25 \cdot R)^2}{R_7} = \frac{160}{1,6} \Omega = 100 \Omega$$

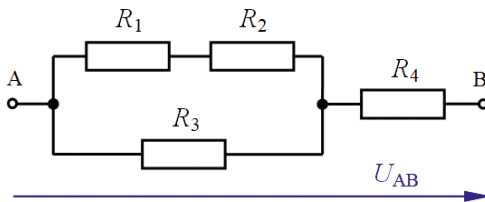
## 3.7 Überlastung von Widerständen

Welche Spannung  $U_{AB}$  darf maximal an die Schaltung im Bild 3.11 gelegt werden, damit kein Widerstand überlastet wird? Alle Widerstände haben eine Leistung  $P_{\max} = 10 \text{ W}$ .

Geg.:  $R_1 = 40 \Omega$ ;  $R_2 = 60 \Omega$ ;  $R_3 = 100 \Omega$  und  $R_4 = 50 \Omega$ .

Zunächst werden mit den Widerstandsdaten und den maximal zulässigen Leistungen die zulässigen Teilspannungen berechnet. Alle Spannungszählpfeile zeigen nach rechts. Nach Gleich. (2.7) gilt:

$$U_{1,\max} \approx 20 \text{ V}, U_{2,\max} = 24,5 \text{ V}, U_{3,\max} = 31,6 \text{ V}, U_{4,\max} = 22,36 \text{ V}$$



Gleich. (2.7):

$$U_{\max} = \sqrt{P_{\max} \cdot R}$$

**Bild 3.11** Überlastung von Widerständen

Nun bestimmen wir mit der Spannungsteilerregel für jeden Widerstand aus der maximal zulässigen Teilspannung die jeweils maximal zulässige Gesamtspannung.

$$\frac{U_1}{U_{AB}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(R_1 + R_2) \parallel R_3}{(R_1 + R_2) \parallel R_3 + R_4} = \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10}$$

$$\Rightarrow U_{AB1, \max} = U_{1, \max} \cdot \frac{100}{20} = 100 \text{ V}$$

$$\frac{U_2}{U_{AB}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(R_1 + R_2) \parallel R_3}{(R_1 + R_2) \parallel R_3 + R_4} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10}$$

$$\Rightarrow U_{AB2, \max} = U_{2, \max} \cdot \frac{100}{30} = 81,7 \text{ V}$$

$$\frac{U_3}{U_{AB}} = \frac{(R_1 + R_2) \parallel R_3}{(R_1 + R_2) \parallel R_3 + R_4} = \frac{5}{10} \Rightarrow U_{AB3, \max} = U_{3, \max} \cdot 2 = 63,2 \text{ V}$$

$$\frac{U_4}{U_{AB}} = \frac{R_4}{(R_1 + R_2) \parallel R_3 + R_4} = \frac{5}{10} \Rightarrow U_{AB4, \max} = U_{4, \max} \cdot 2 = 44,7 \text{ V}$$

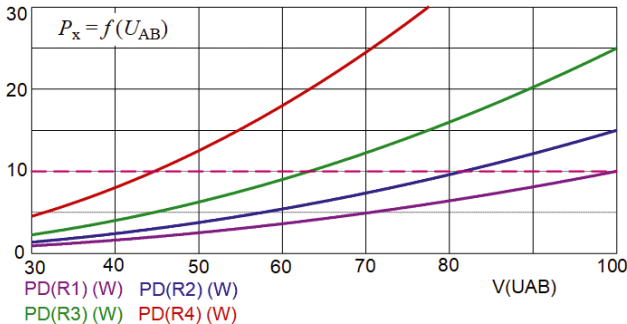
Die kleinste errechnete Gesamtspannung  $U_{AB4, \max} = 44,7 \text{ V}$  ist diejenige Gesamtspannung, die maximal an die Widerstandskonfiguration gelegt werden darf. Beim Über-



schreiten dieser Spannung würde der Widerstand  $R_4$  zuerst überlastet. Diesen Sachverhalt können wir auch im Ergebnis einer Simulation darstellen (Bild 3.12).



### Simulationsbeispiel 3.7 (Zusatzmaterial)



**Bild 3.12** Simulationsergebnis zur Überlastung von Widerständen

Diejenige Leistungskennlinie  $PD(R_x)$ , die bei der geringsten Spannung das zulässige Limit von  $P_{\max} = 10 \text{ W}$  schneidet, bestimmt die zulässige Gesamtspannung  $U_{AB,\max}$ .

## 3.8 Leistung eines Lastwiderstandes

An eine Quelle mit der Spannung  $U_q = 15 \text{ V}$  und einem Innenwiderstand  $R_i = 2,5 \Omega$  wird ein variabler Lastwiderstand  $R_a$  angeschlossen.

- Auf welchen Wert muss der Lastwiderstand  $R_a$  eingestellt werden, damit er eine Leistung  $P_a = 20 \text{ W}$  aufnimmt? Die Leistung im Anpassungsfall beträgt  $22,5 \text{ W}$ .
- Leiten Sie einen allgemeinen Ausdruck für den erforderlichen Strom her, der diese Leistungsaufnahme bewirkt.

Zu a) Für einen Leistungsumsatz kleiner als  $P_{a,\max}$  (laut Aufgabenstellung:  $P_a = 20 \text{ W}$ ) müssen sich gemäß Funktionsverlauf  $P_a = f(R_a)$  zwei Lastwiderstände ergeben, in denen die gleiche Leistung umgesetzt wird (vgl. Bild 3.16). Es ist eine quadratische Gleichung zu erwarten.

$$P_a = I^2 \cdot R_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2} \Rightarrow R_a^2 + R_a \cdot \left( 2R_i - \frac{U_q^2}{P_a} \right) + R_i^2 = 0$$

Mit  $R_{a1,2} = 3,125 \Omega \pm 1,875 \Omega$  ergeben sich zwei Lösungen:  $R_{a1} = 1,25 \Omega$  und  $R_{a2} = 5 \Omega$ .

Zu b) Zur Herleitung eines Ausdruckes für den Strom, der ja durch  $R_{ges} = R_i + R_a$  fließt, ist es zweckmäßig, mit  $R_a = R_{ges} - R_i$  zu rechnen.

$$P_a = I^2 \cdot R_a = I^2 \cdot R_{ges} - I^2 \cdot R_i = \frac{I^2 \cdot U_q}{I} - I^2 \cdot R_i = U_q \cdot I - I^2 \cdot R_i$$

Daraus entsteht durch Ausmultiplizieren und Ordnen die Normalform einer quadratischen Gleichung einschließlich ihrer Lösung in allgemeiner Form:

$$I^2 - I \cdot \frac{U_q}{R_i} + \frac{P_a}{R_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_{1,2} = \frac{U_q}{2R_i} \pm \sqrt{\frac{U_q^2}{4R_i^2} - \frac{P_a}{R_i}}$$

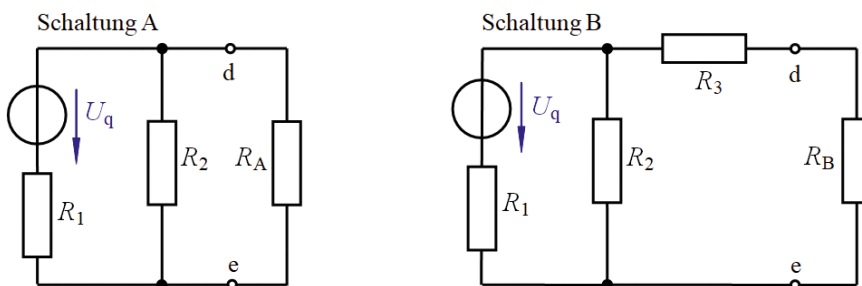
Durch Einsetzen der Zahlenwerte ergeben sich die beiden Ströme mit  $I_1 = 4 \text{ A}$  und  $I_2 = 2 \text{ A}$ .

### 3.9 Leistung und Wirkungsgrad

Die Schaltungen im Bild 3.13 unterscheiden sich im Aufbau ihres aktiven Zweipols (links von der Trennstelle d – e).

Geg.:  $U_q = 12 \text{ V}$  sowie  $R_1 = 30 \Omega$ ;  $R_2 = 60 \Omega$  und  $R_3 = 20 \Omega$ .

- Wie müssen die Lastwiderstände  $R_A$  und  $R_B$  dimensioniert werden, damit die abgegebene Leistung ein Maximum wird? Berechnen Sie diese Leistungen.
- Welchen Wirkungsgrad weist die jeweilige Schaltung auf, wenn der Lastwiderstand einheitlich auf  $R_a = 30 \Omega$  eingestellt wird?



**Bild 3.13** Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.9