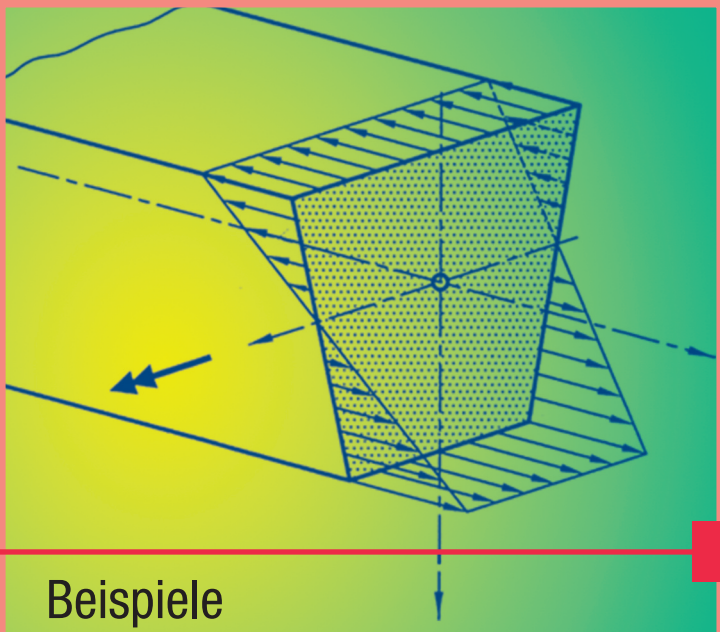
Martin Mayr

Mechanik-Training



Beispiele
und Prüfungsaufgaben

4., überarbeitete Auflage

HANSER

Martin Mayr

Mechanik-Training



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Martin Mayr

Mechanik-Training

Beispiele und Prüfungsaufgaben

Statik
Kinematik – Kinetik – Schwingungen
Festigkeitslehre

4., überarbeitete Auflage,
mit 351 Abbildungen

HANSER

Der Autor:
Professor Dr. Martin Mayr, Hochschule Augsburg, Fakultät Maschinenbau und Verfahrenstechnik



Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek:
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-446-44571-0
E-Book-ISBN 978-3-446-44617-5

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Alle in diesem Buch enthaltenen Verfahren bzw. Daten wurden nach bestem Wissen dargestellt. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen.

Aus diesem Grund sind die in diesem Buch enthaltenen Darstellungen und Daten mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autoren und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieser Darstellungen oder Daten oder Teilen davon entsteht.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2015 Carl Hanser Verlag München Wien
www.hanser-fachbuch.de
Lektorat: Dipl.-Ing.Volker Herzberg
Herstellung: Der Buch*macher*, Arthur Lenner, München
Coverconcept: Marc Müller-Bremer, Rebranding, München, Germany
Titelillustration: Atelier Frank Wohlgemuth, Hamburg
Coverrealisierung: Stephan Rönigk
Druck und Bindung: Beltz Bad Langensalza GmbH, Bad Langensalza
Printed in Germany

Vorwort

Dieses Buch widme ich meiner Frau Lydia.

Prof. Ernst Schatz und Prof. Ulrich Thalhofer gilt mein besonderer Dank für ihre wertvolle Mitarbeit.

Das vorliegende Übungsbuch enthält insgesamt 155 Aufgaben, 103 Beispiele, die nach Mechanik-Themen geordnet sind, und 52 „Prüfungsaufgaben" von vier Schwierigkeitsgraden. Bei den Prüfungsaufgaben muss der Leser selbst das Einordnen vornehmen; viele dieser Aufgaben sind zudem themenübergreifend.

Die Themenauswahl ist auf das Studium an den Fachhochschulen abgestimmt, trotzdem werden Studierende der Universitäten und Technikerschulen ebenfalls geeignete Aufgaben vorfinden. Die für die Lösung benötigten Formeln und Zahlenwerte sind meinem Lehrbuch „Technische Mechanik" entnommen. Gelegentlich wird direkt auf den Anhang dieses Buches verwiesen (z.B. verweist die Angabe A7.1 auf die Flächenmomente 2. Grades sowie die Biegewiderstandsmomente). Selbstverständlich eignen sich auch andere Lehr- und Handbücher zum Nachschlagen. Alle Bilder sind in Millimeter bemaßt, sofern nichts anderes vereinbart ist. Graphische Lösungen wurden z.T. mit Hilfe von CAD erstellt; diese sind dann so genau wie analytische Lösungen. Endergebnisse und Zwischenwerte werden meist auf eine praktisch sinnvolle Stellenzahl gerundet wiedergegeben.

Die Aufgabenstellungen stammen aus einem breiten Bereich von Technik und Freizeit (siehe Sachthemen-Verzeichnis). Sie sind zumeist noch nicht auf das zugehörige Mechanikmodell abstrahiert. Somit hat der Leser die Möglichkeit, zusätzlich die Abstraktion, diesen ersten und oft schwierigsten Schritt einer Problemlösung, zu erlernen. Darüber hinaus sollen die praxisnahen Aufgabenstellungen, in Verbindung mit anschaulichen Bildern, zum Üben anregen. Die ausführlichen Lösungen zu allen Aufgaben ermöglichen ein autodidaktisches Lernen. Allerdings sollte der Leser eine Aufgabe zunächst so weit wie möglich selbständig bearbeiten und die angegebene Lösung nur zur Kontrolle verwenden.

Bei meiner Arbeit zu diesem Buch fand ich große Unterstützung: Prof. Ulrich Thalhofer erstellte das druckreife Layout. Prof. Ernst Schatz gab zahlreiche Anregungen und half beim Korrekturlesen. Korrektur lasen auch Prof. Dr. Joachim Voßiek, Dipl.-Ing. Kathrin Fischer und meine Tochter Andrea.

Die Bilder fertigten an Dipl-Ing. Robert Grimbacher, Dipl.-Ing. Daniel Dierig, Dipl.-Ing. Jürgen Möller, Dipl.-Ing. Uschi Burger, Dipl.-Ing. Sabine Schmidt, Dipl.-Ing. Christoph Hunglinger, Dipl.-Ing. Marco Vasciarelli, Dipl.-Ing. Eugen Weber und Dipl.-Ing. Stefan Wolf.

Anregungen erhielt ich von Dipl.-Ing. Wilhelm Bezler, Dipl.-Ing. Hubert Breyer, Dipl.-Ing. Alexander Egger, Dipl.-Ing. Axel Gebhardt, Prof. Dr. Johann Fuchs, Prof. Dr.

Frank Gießner, Dipl.-Ing. Martin Grußler, Dipl.-Ing. Gottfried Hofmann, Prof. Dr. Wolfgang Käser, Dipl.-Ing. Hubert Keim, Prof. Dr. Franz Obinger, Prof. Dr. Willi Rößner, Prof. Dr. Eberhard Roos, Prof. Wilhelm Ruckdeschel, Dipl.-Ing. Gerhard Sauer, Dipl.-Ing. Ralf Schuler, Dipl.-Ing. Klaus Theilacker, Dipl.-Ing. Anton Werner, Dr. Helmut Wilplinger, Prof. Dr. Hans Wintrich, Dipl.-Ing. Hans-Jürgen Wüst.

Die folgenden Firmen halfen mit Informationen: AUDI, BÊCHÉ, Ballonbau Wörner, FENDT, GEDA, Greifzug, Kaiser & Kühne, KONE, Leitner, MAN Roland, Nagel, O&K, Pfaff-silberblau, Pfister, von Roll, Siemens, TÜV Bayern Sachsen

Allen Genannten danke ich ganz herzlich.

Nicht zuletzt gilt mein Dank dem Carl Hanser Verlag für die gute Zusammenarbeit.

Augsburg, Januar 2015 Martin Mayr

Inhaltsverzeichnis

Teil 1: Statik

1 Zentrales ebenes Kräftesystem *S 1.1 bis S 1.4* 7
2 Allgemeines ebenes Kräftesystem *S 2.1 bis S 2.6* 12
3 Räumliches Kräftesystem *S 3.1 bis S 3.6* 26
4 Schwerpunkt, GULDINsche Regeln *S 4.1* 38
5 Innere Kräfte und Momente *S 5.1 bis S 5.7* 40
6 Ebene, statisch bestimmte Fachwerke *S 6.1* 55
7 Reibung *S 7.1, S 7.2* 57

Prüfungsaufgaben
Schwierigkeitsgrad 1 *SP 1.1 bis SP 1.5* 60
Schwierigkeitsgrad 2 *SP 2.1 bis SP 2.6* 65
Schwierigkeitsgrad 3 *SP 3.1 bis SP 3.5* 74
Schwierigkeitsgrad 4 *SP 4.1 bis SP 4.5* 85

Teil 2: Kinematik, Kinetik, Schwingungen

1 Kinematik der Punktbewegung *D 1.1 bis D 1.6* 97
2 Kinematik der ebenen Bewegung des starren Körpers *D 2.1, D 2.2* . . . 104
3 Kinematik der Relativbewegung *D 3.1 bis D 3.3* 110
4 Arbeit und Leistung *D 4.1* 115
5 Kinetik der Punktbewegung *D 5.1 bis D 5.4* 116
6 Kinetik der ebenen Bewegung des starren Körpers *D 6.1 bis D 6.7* . . . 121
7 Kinetik der Relativbewegung *D 7.1, D 7.2* 132
8 Stoßvorgänge *D 8.1 bis D 8.3* 135
9 Schwingungen *D 9.1 bis D 9.11* 138

Prüfungsaufgaben
Schwierigkeitsgrad 1 *DP 1.1 bis DP 1.4* 150
Schwierigkeitsgrad 2 *DP 2.1 bis DP 2.4* 154
Schwierigkeitsgrad 3 *DP 3.1 bis DP 3.4* 159
Schwierigkeitsgrad 4 *DP 4.1 bis DP 4.3* 166

Teil 3: Festigkeitslehre

1 Ebener Spannungszustand *F 1.1* 175
2 Anwendung der einachsigen Stoffgesetze auf Zug/Druck-Stäbe *F 2.1bis F 2.5* 176
3 Einfache Fälle der Kraft- und Momentenübertragung *F 3.1, F 3.2.* 185
4 Ringe und Behälter *F 4.1, F 4.2* 187
5 Flächenmomente *F 5.1* 189
6 Biegung *F 6.1 bis F 6.6* 191
7 Torsion *F 7.1 bis F 7.3* 199
8 Schub bei Querkraftbiegung *F 8.1, F 8.2* 202
9 Knickung *F 9.1, F 9.2* 205

10 Zusammengesetzte Beanspruchung von Stäben *F 10.1 bis F 10.9* 206
11 Bauteilfestigkeit *F 11.1* 220
12 Dehnungsmessstreifen-Methode *F 12.1, F12.2* 221
13 Satz von CASTIGLIANO *F13.1* 225

Prüfungsaufgaben
Schwierigkeitsgrad 1 *FP 1.1 bis FP 1.4* 228
Schwierigkeitsgrad 2 *FP 2.1 bis FP 2.6* 231
Schwierigkeitsgrad 3 *FP 3.1 bis FP 3.4* 239
Schwierigkeitsgrad 4 *FP 4.1, FP 4.2* 247

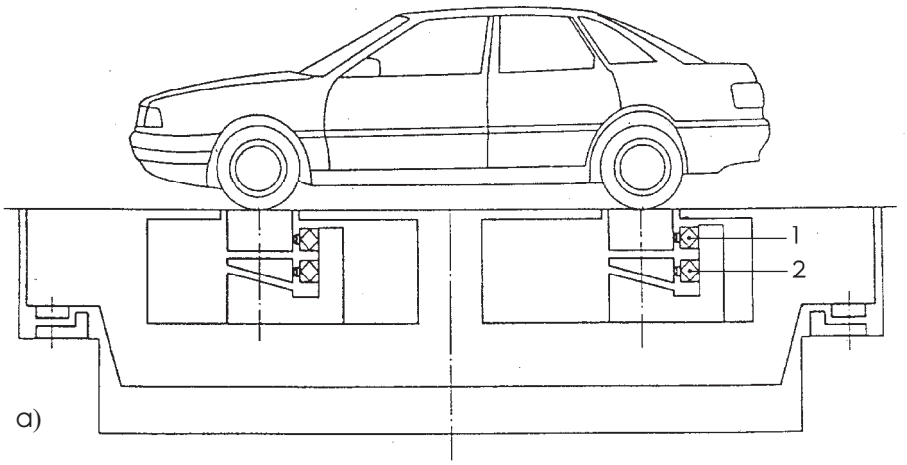
Anhang: Sachthemen-Verzeichnis 253

Teil 1: Statik

S 1.1 Bild a zeigt das Prinzip einer einfachen Windkanalwaage. Unter jedem der vier Räder befindet sich die gleiche Messanordnung. Die Kraftmesszelle Nr. 1 misst die horizontale Widerstandskraft, Nr. 2 die vertikale Aufstandskraft.

Die Kraftübertragung vom Rad auf die Messzellen erfolgt über einen zylindrischen Kolben sowie einen Keil mit dem Neigungsverhältnis 1:10. Die Übertragungsglieder sind hydrostatisch gelagert, d.h. zwischen den Berührflächen befindet sich ein Ölfilm, sodass sie sich reibungsfrei gegeneinander verschieben können.

Welche Aufstandskraft F_A wirkt an einem Rad, wenn an der Kraftmessdose Nr. 2 die Kraft $F_2 = 40$ N angezeigt wird?



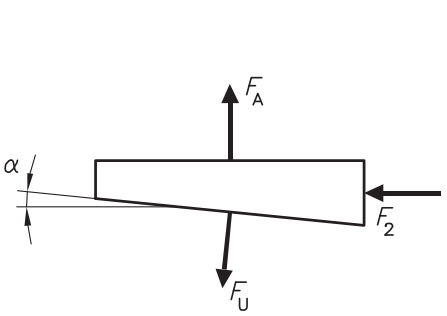
Lösung

Auf den Keil in Bild b wirkt die horizontale Messkraft F_2. Diese wird in die vertikale Aufstandskraft F_A und in die schräge Kraft F_U auf die Unterlage zerlegt. Im Kräfteplan von Bild c ist das Krafteck dieser Zerlegung gezeichnet.

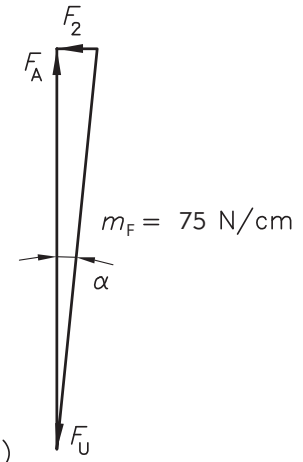
Es ergibt sich $F_A = 400$ N .

Aus dem Krafteck lässt sich auch die analytische Beziehung ablesen, nämlich

$$F_A = \frac{F_2}{\tan\alpha} = \frac{F_2}{0{,}1} = 10 \cdot F_2 = 400 \text{ N} .$$



b)

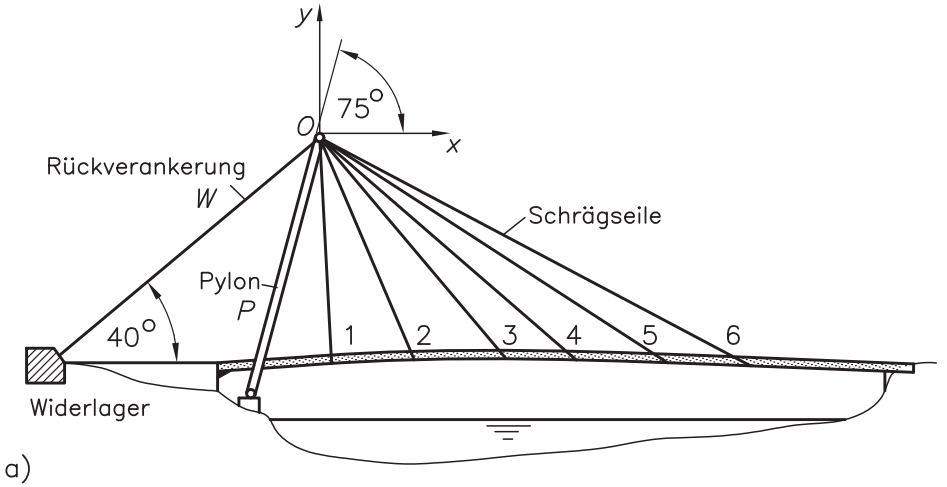


c)

S 1.2 Bild a zeigt eine rückverankerte Schrägseil-Fußgängerbrücke. Sechs Schrägseilpaare helfen den Brückenträger zu tragen. Sie sind am Pylon befestigt, ebenso das Seilpaar der Rückverankerung. Die Seillinien schneiden sich nahezu in einem Punkt (Punkt *O*).

Mit welcher Kraft F_W muss die Rückverankerung gespannt sein, wenn der Pylon nur druckbeansprucht sein soll? Wie groß ist die Kraft F_P im Pylon? Graphische Lösung.

Hinweis: Die beiden Seile der Seilpaare laufen nahezu parallel, sodass wir von einem ebenen Kräftesystem ausgehen können. Die Kräfte in der *x*,*y*-Ebene sind die resultierenden Kräfte der Seilpaare.



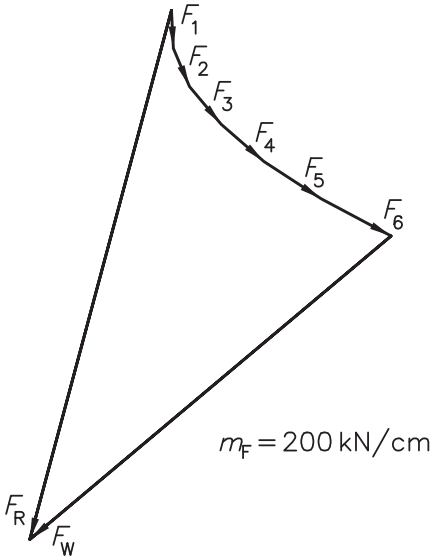
a)

Gegeben sind Seilkräfte und Winkel aller Seilpaare in der *x*,*y*-Ebene.

Nr	α in °	F in kN
1	–87	100
2	–67	110
3	–50	130
4	–41	150
5	–33	180
6	–28	210

Lösung

Wir tragen im Krafteck, Bild b, die gegebenen Kräfte F_1 bis F_6 an. Zusammen mit F_W ergeben diese Kräfte eine Resultierende F_R, die in Pylonrichtung zeigen muss. D. h. F_W und F_R liegen durch den Schnittpunkt der bekannten Wirkungslinien von F_W und F_R fest.



b)

Wir lesen aus dem Krafteck ab:

$F_W \mathrel{\hat{=}} 6{,}25$ cm $\rightarrow$ $F_W = 1250$ kN (Zugkraft)

$F_R \mathrel{\hat{=}} 7{,}25$ cm $\rightarrow$ $F_R = F_P = 1450$ kN (Druckkraft)

S 1.3 Auf ein nahezu aufrecht am Wind segelndes Segelschiff wirken die folgenden aerodynamischen Kräfte, Bild a:

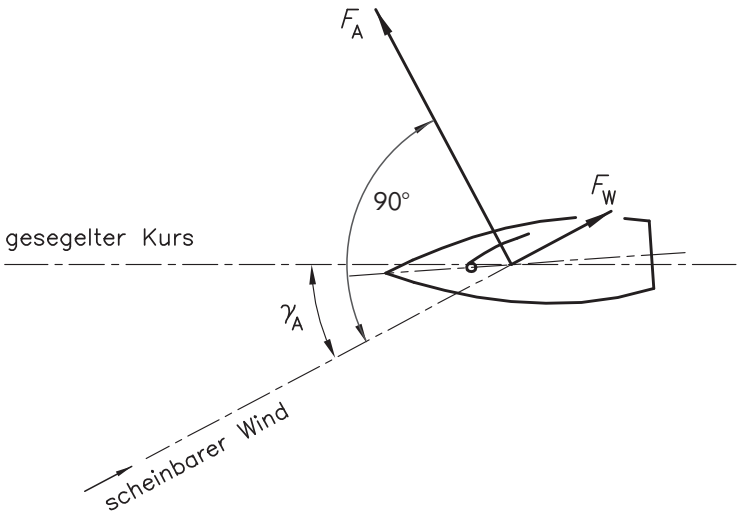
Wind-Querkraft (Auftriebskraft) $F_A = 240$ N

Widerstandskraft $F_W = 80$ N

Der Winkel zwischen dem „scheinbaren Wind“ (vom Schiff aus beobachtete Windrichtung) und dem gesegelten Kurs beträgt $\gamma_A = 28°$.

Analytisch sind zu bestimmen:

- aerodynamische Gesamtkraft F_T (bestehend aus Auftriebs- und Widerstandskraft)
- Vortriebskraft F_V (in Richtung des gesegelten Kurses)
- Krängungskraft F_K (quer zur Richtung des gesegelten Kurses)



a)

Lösung

Hierzu Bild b.

$$F_T = \sqrt{F_A^2 + F_W^2} = \sqrt{240^2 + 80^2}\ \text{N} \approx 253\ \text{N}$$

Für die Kräftezerlegung benötigen wir den Winkel ε_H. Dieser folgt aus

$$\varepsilon_H = \gamma_A - \varepsilon_A \approx 28° - 18{,}43° \approx 9{,}57°$$

mit $\varepsilon_A = \arctan\dfrac{F_W}{F_A} = \arctan\dfrac{80\ \text{N}}{240\ \text{N}} \approx 18{,}43°$.

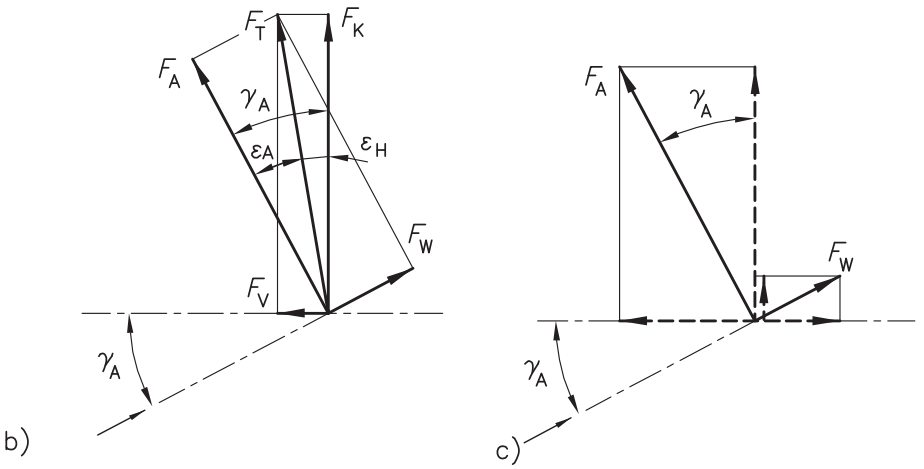
$$F_V = F_T \cdot \sin\varepsilon_H \approx 253\ \text{N} \cdot \sin 9{,}57° \approx 42\ \text{N}$$

$$F_K = F_T \cdot \cos\varepsilon_H \approx 253\ \text{N} \cdot \cos 9{,}57° \approx 249\ \text{N}$$

Die Kräftezerlegung lässt sich auch unmittelbar mit den gegebenen Größen durchführen, Bild c:

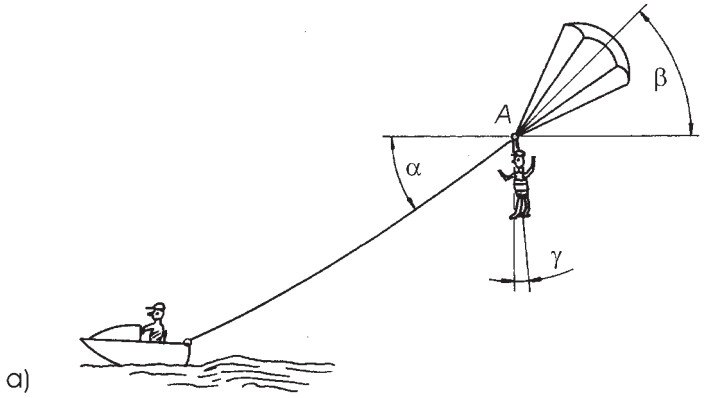
$$F_V = F_A \cdot \sin\gamma_A - F_W \cdot \cos\gamma_A = 240\ \text{N} \cdot \sin 28° - 80\ \text{N} \cdot \cos 28° \approx 42\ \text{N}$$

$$F_K = F_A \cdot \cos\gamma_A + F_W \cdot \sin\gamma_A = 240\ \text{N} \cdot \cos 28° + 80\ \text{N} \cdot \sin 28° \approx 249\ \text{N}$$



S 1.4 Ein Boot zieht gemäß Bild a an einem Seil einen Gleitschirm nebst Person hinter sich her. Die Person übt auf den Punkt A die Kraft $F_P = 750$ N aus. Die Wirkungslinien der Kräfte von Seil, Schirm und Person haben die Winkel $\alpha = 35°$ und $\beta = 45°$ zur horizontalen Achse sowie $\gamma = 5°$ zur vertikalen Achse.

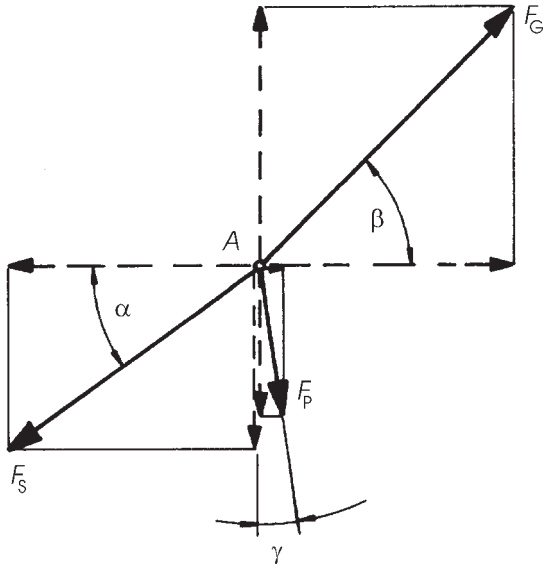
Mit welcher Seilkraft F_S muss am Punkt A gezogen werden? Wie groß ist die Kraft F_G, mit welcher der Gleitschirm am Punkt A zieht? (analytische Lösung)



Lösung

Es handelt sich um ein zentrales ebenes Kräftesystem mit den drei Kräften F_S, F_G und F_P am Punkt A, Bild b.

Wir zerlegen die drei Kräfte in ihre horizontalen und vertikalen Komponenten (gestrichelt) und schreiben nacheinander die Kräftegleichgewichtsbedingung in den beiden Richtungen an:



b)

$$\rightarrow \quad -F_S \cdot \cos\alpha + F_G \cdot \cos\beta + F_P \cdot \sin\gamma = 0 \qquad (1)$$

$$\uparrow \quad -F_S \cdot \sin\alpha + F_G \cdot \sin\beta - F_P \cdot \cos\gamma = 0 \qquad (2)$$

Dieses Gleichungssystem kann z.B. folgendermaßen aufgelöst werden:

$(1)\cdot\sin\beta - (2)\cdot\cos\beta$ liefert:

$$-F_S \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta + F_S \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta + F_P \cdot \sin\gamma \cdot \sin\beta + F_P \cdot \cos\gamma \cdot \cos\beta = 0$$

$$F_S = \frac{\sin\gamma \cdot \sin\beta + \cos\gamma \cdot \cos\beta}{\cos\alpha \cdot \sin\beta - \sin\alpha \cdot \cos\beta} \cdot F_P \approx 4{,}411 \cdot F_P \approx 3309\text{N}$$

$(1)\cdot\sin\alpha - (2)\cdot\cos\alpha$ liefert:

$$F_G \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha - F_G \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha + F_P \cdot \sin\gamma \cdot \sin\alpha + F_P \cdot \cos\gamma \cdot \cos\alpha = 0$$

$$F_G = \frac{\sin\gamma \cdot \sin\alpha + \cos\gamma \cdot \cos\alpha}{\sin\beta \cdot \cos\alpha - \cos\beta \cdot \sin\alpha} \cdot F_P \approx 4{,}987 \cdot F_P \approx 3740\text{N}$$

F_G folgt mit dem nunmehr bekannten F_S auch direkt aus (1) oder (2).

S 2.1 Bild a zeigt den Kofferraumdeckel eines Pkws in geöffnetem Zustand. Zwei seitliche Druckzylinder erleichtern das Öffnen. Sie befinden sich zwischen den Gelenkpunkten *B* (Karosserie) und *C* (Kofferraumdeckel). Der Kofferraumdeckel hat insgesamt die Gewichtskraft $F_G = 200$ N.

Welche Druckkraft $\vec{F}_Z$ muss jeder Zylinder mindestens ausüben, damit der Deckel im geöffneten Zustand gehalten wird? Welche Kraft $\vec{F}_A$ (Größe und Richtung) wirkt hierbei von jedem der beiden Scharniere *A* auf den Deckel?

Lösungsweg sowohl rechnerisch als auch zeichnerisch.