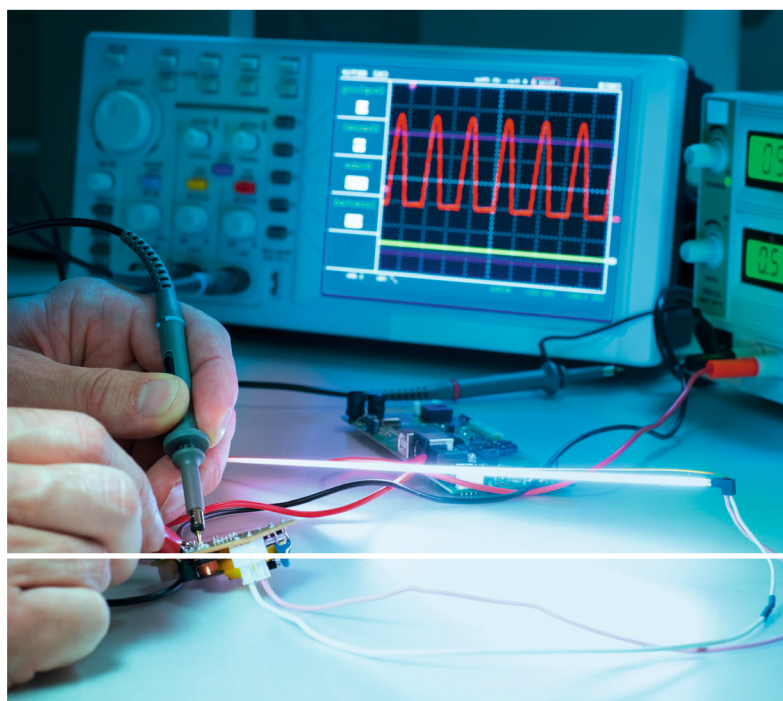


Rainer Ose



Elektrotechnik für Ingenieure Übungsbuch



HANSER



Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!

Auf unserem Download-Portal finden Sie zu diesem Titel kostenloses Zusatzmaterial. Geben Sie dazu einfach diesen Code ein:

plus-g381q-ew8t1

plus.hanser-fachbuch.de



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Formelzeichenverzeichnis

| | | | |
|-----------------|---|-----------------|--|
| A | Dämpfung, Fläche, Kettenparameter | n | Ladungsträgerkonzentration |
| A_0, A_n | FOURIER-Koeffizient | P | Leistung, Wirkleistung |
| \underline{a} | Phasenoperator | p | Leistungsdichte |
| B | Bandbreite, Blindleitwert, magnetische Flussdichte | Q | Blindleistung, Güte, elektrische Ladung |
| B_n | FOURIER-Koeffizient | R | elektrischer Widerstand |
| B_r | Remanenzflussdichte | R_a | Lastwiderstand |
| C | elektrische Kapazität | R_i | Innenwiderstand |
| D | elektrische Flussdichte, Diffusionskoeffizient | R_m | magnetischer Widerstand |
| d | Dicke, Abstand, Verlustfaktor | r | differenzieller Widerstand, Radius |
| E | elektrische Feldstärke | S | Scheinleistung, (Stromdichte) |
| e_0 | Elementarladung | \underline{S} | komplexe Leistung |
| F | Kraft | s | Bogenlänge, Schrittlänge |
| F_C | COULOMB-Kraft | T | KELVIN-Temperatur, Periodendauer |
| F_L | LORENTZ-Kraft | t | Zeit |
| f | Frequenz | t_H | Halbwertszeit |
| f_0 | Resonanzfrequenz | U | elektrische Spannung |
| f_g | Grenzfrequenz | U_H | HALL-Spannung |
| G | elektrischer Leitwert | U_k | Klemmenspannung |
| H | magnetische Feldstärke | U_L | Leerlaufspannung, Leiterspannung |
| H_c | Koerzitivfeldstärke | U_S | Schleusenspannung, Strangspannung |
| h | Höhe, Eingrabetiefe | U_s | Schrittspannung |
| I | elektrische Stromstärke | U_z | Z-Spannung |
| I_D | Diffusionsstrom | U_q | Quellenspannung |
| I_F | Feldstrom | u | zeitlich veränderliche Spannung |
| I_K | Kurzschlussstrom | u_{ind} | Selbstinduktionsspannung |
| I_k | Konvektionsstrom | u_M | Gegeninduktionsspannung |
| I_L | Leiterstrom | \ddot{u} | Übersetzungsverhältnis |
| I_S | Sättigungsstrom, Strangstrom | V | Volumen |
| I_V | Verschiebungsstrom | v | Geschwindigkeit |
| i | zeitlich veränderlicher Strom | W | Energie, Arbeit |
| J | elektrische Stromdichte | W_{el} | elektrische Energie |
| K_H | HALL-Konstante | W_m | magnetische Energie |
| k | Klirrfaktor, Kopplungsfaktor | X | Blindwiderstand |
| L | Induktivität | Y | Scheinleitwert |
| l | Länge | \underline{Y} | komplexer Leitwert |
| M | Gegeninduktivität | Z | Scheinwiderstand |
| N | Windungszahl | \underline{Z} | komplexer Widerstand |

Rainer Ose

Elektrotechnik für Ingenieure

Übungsbuch

HANSER

Autor:

Prof. Dr.-Ing. Rainer Ose, Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften, Wolfenbüttel,
Fakultät Elektrotechnik



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2020 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Anne Kurth

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: © shutterstock.com/anyaivanova

Satz: Rainer Ose

Druck und Bindung: Friedrich Pustet GmbH & Co. KG, Regensburg

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-46444-5

E-Book-ISBN 978-3-446-46502-2

Vorwort zur 1. Auflage

Das vorliegende Übungsbuch wurde als studienbegleitendes Material für Studierende aller technischen Studienrichtungen an Hochschulen/Fachhochschulen konzipiert. Es ist nach Vorbild des Lehrbuchs [14] aufgebaut und gliedert sich in die drei klassischen Grundlagenbereiche: Gleichstromlehre – Wechselstromtechnik – Elektrische und magnetische Felder.

Im Vordergrund stehen Betrachtungen zu Vorgängen in elektrischen Stromkreisen aus der Sicht der Schaltungstechnik. Damit soll das Ziel verfolgt werden, das in den Vorlesungen „Grundlagen der Elektrotechnik“ und im Lehrbuch vermittelte Grundlagenwissen in anwendungsbereiter Form für die nachfolgenden Lehrveranstaltungen bereitzustellen.

In jedem Kapitel befinden sich Beispiele zur Erklärung typischer Erscheinungen der Elektrotechnik sowie zur Demonstration von Berechnungsmethoden und -verfahren. Sie werden in allgemeiner Form vorgerechnet und in vielen Fällen mit Zahlenwerten und einer Probe erweitert. Damit gelingt es den Anwendern, den Lösungsweg nachzuvollziehen und den Aufgabentyp selbstständig zu bearbeiten.

Zur Unterstützung der selbstständigen Bearbeitung dienen Modelle und Analogien, die komplizierte Sachverhalte in möglichst einfacher und leicht verständlicher Form darlegen. Ausgewählte Funktionsverläufe, Prinzipskizzen und Ersatzschaltungen sollen zur Erhöhung der Anschaulichkeit beitragen.

Die 1. Auflage des Übungsbuchs entstand infolge der vollständigen Überarbeitung und Erweiterung der 5. Auflage des Lehrbuchs. Alle Berechnungsbeispiele befinden sich jetzt in erweiterter Form im vorliegenden Übungsbuch und wurden durch viele neue Beispiele ergänzt. Das Übungsbuch enthält zusätzlich einen Anhang mit Übungsaufgaben. Die Lösungen sind über das Internet zugänglich.

Wolfenbüttel, im August 2020

Rainer Ose
e-mail: r.ose@ostfalia.de

Hinweise zur Arbeit mit diesem Buch

Das vorliegende Übungsbuch sollte in Kombination mit dem Lehrbuch bearbeitet werden. Aus diesem Grund wurde am Anfang jedes Kapitels eine kurze Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen dargestellt. Es folgen Fragen, die sich die Bearbeiter selbst beantworten sollten. Machen Sie sich zunächst mit den theoretischen Grundlagen vertraut. Dann können Sie die Beispiele des Übungsbuchs durcharbeiten. Diese Beispiele tragen zur Erhöhung des Verständnisses für die betrachteten Stoffgebiete bei. Das gilt auch für die selbstständige Bearbeitung der Übungsaufgaben im Anhang.

• Berechnungsbeispiele:

Die Berechnungsbeispiele dienen dazu, ein grundlegendes Verständnis für den im Lehrbuch behandelten Sachverhalt mit einem praxisnahen und überschaubaren Beispiel bzw. mit einer Verständnis-aufgabe zu entwickeln. Sie wurden für jedes Kapitel des Lehrbuchs erstellt und behandeln ausgewählte Themen, zu denen es eventuell zusätzlichen Erklärungsbedarf geben könnte. Dazu zählen das Aufstellen allgemeiner Lösungsansätze und die Durchführung einfacher Berechnungen sowie die Vermittlung von Vorstellungen über ausgewählte Erscheinungen der Elektrotechnik.

• Übungsaufgaben: (Lösungen: https://www.ostfalia.de/cms/de/pws/ose/Buch_ET_6A/)

Im Anhang des Buches befinden sich Übungsaufgaben. Sie sollen von den Studierenden möglichst selbstständig abgearbeitet werden. Übungsaufgaben werden im Sinne einer zielgerichteten Prüfungsvorbereitung mit der folgenden Kennzeichnung dem jeweiligen Grundlagenbereich zugeordnet:

ÜA_1 = Gleichstromlehre, ÜA_2 = Wechselstromtechnik und ÜA_3 = Felder.

Die meisten Beispiele und Übungsaufgaben können mit Simulationsprogrammen nachvollzogen werden. Entsprechende Hinweise zur Arbeit mit PSpice findet man bei Bedarf in [11] – Kap. 1.

Inhaltsverzeichnis

I Gleichstromlehre

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Elektrische Grundgrößen | 12 |
| 1.1 | Berechnung Leitungsquerschnitt | 13 |
| 1.2 | Vergleich Leiterwerkstoffe | 13 |
| 1.3 | Quellen- und Verbraucher-Charakteristik | 14 |
| 1.4 | Belastete Spannungsquelle | 15 |
| 1.5 | Temperaturabhängigkeit von Leiterwerkstoffen | 16 |
| 2 | Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise | 18 |
| 2.1 | Lastfälle im Grundstromkreis | 19 |
| 2.2 | Unabhängigkeit von Knotengleichungen | 20 |
| 2.3 | Vollständige Leistungsbilanz | 21 |
| 3 | Lineare elektrische Gleichstromkreise | 22 |
| 3.1 | Abgleich eines Widerstandswertes | 23 |
| 3.2 | Einstellung Spannungsverhältnis | 23 |
| 3.3 | Berechnung einer gemischten Schaltung A | 24 |
| 3.4 | Berechnung einer gemischten Schaltung B | 25 |
| 3.5 | Einstellung Spannungsabfall | 25 |
| 3.6 | Gleicher Leistungsumsatz | 27 |
| 3.7 | Überlastung von Widerständen | 27 |
| 3.8 | Leistungsaufnahme eines Lastwiderstandes | 28 |
| 3.9 | Leistung und Wirkungsgrad | 29 |
| 3.10 | Lampe im Nennbetrieb | 30 |
| 3.11 | Funktionsverläufe im Grundstromkreis | 31 |
| 4 | Grundschaltungen der elektrischen Messtechnik | 32 |
| 4.1 | Erweiterung des Strommessbereichs | 33 |
| 4.2 | Austausch von Messinstrumenten | 33 |
| 4.3 | Belastungskennlinie eines Akkumulators | 34 |
| 4.4 | Abgleich einer Brückenschaltung | 36 |
| 4.5 | Gesamtwiderstand einer nicht abgeglichenen Brücke | 36 |
| 4.6 | Nicht abgeglichene Brückenkonfiguration | 38 |
| 5 | Verfahren zur Berechnung linearer Netzwerke | 41 |
| 5.1 | Masche eines Netzwerkes | 42 |
| 5.2 | Zweigströme über KIRCHHOFF | 42 |
| 5.3 | Gleichungssystem nach KIRCHHOFF | 43 |
| 5.4 | Dimensionierung Emitterschaltung | 44 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 5.5 | HELMHOLTZscher Überlagerungssatz A | 45 |
| 5.6 | HELMHOLTZscher Überlagerungssatz B | 46 |
| 5.7 | HELMHOLTZscher Überlagerungssatz C | 46 |
| 5.8 | Zweipoltheorie A | 47 |
| 5.9 | Spannungsquellen-Ersatzschaltung | 47 |
| 5.10 | Leerlaufspannung | 48 |
| 5.11 | Kettenschaltung – Zweipoltheorie | 49 |
| 5.12 | Brückenschaltung – Zweipoltheorie | 50 |
| 5.13 | Zweipoltheorie B | 51 |
| 5.14 | Zweipoltheorie C | 52 |
| 5.15 | Umlaufanalyse | 53 |
| 5.16 | Umlaufanalyse – Leistungsbilanz | 55 |
| 5.17 | Vergleich der Analyseverfahren | 56 |
| 5.18 | Knotenanalyse | 58 |
| 5.19 | Komplexbeispiel | 59 |
| 6 | Stromkreise mit nichtlinearen Bauelementen | 64 |
| 6.1 | Bestimmung des Arbeitspunktes | 65 |
| 6.2 | Brücke mit Dioden | 66 |
| 6.3 | Leistungsumsatz in Glühlampen | 66 |
| 6.4 | Arbeitspunkt von Glühlampe und Diode | 67 |
| 6.5 | Brückenschaltung zur Temperaturmessung | 68 |
| II | Wechselstromtechnik | |
| 7 | Beschreibung von Wechselgrößen | 70 |
| 7.1 | Symmetrische Dreieck-Impulsfolge | 71 |
| 7.2 | Sägezahn-Impulsfolge | 72 |
| 7.3 | Periodische Rechteck-Impulsfolge | 73 |
| 8 | Widerstände im Wechselstromkreis | 75 |
| 8.1 | Kapazitätsbestimmung | 76 |
| 8.2 | Phasenverschiebung | 76 |
| 8.3 | Güte einer realen Spule | 77 |
| 8.4 | Zeigerbilder eines realen Reihenschwingkreises | 78 |
| 8.5 | Zeigerbilder eines realen Parallelschwingkreises | 78 |
| 8.6 | Anwendung des THALES-Kreises | 79 |
| 8.7 | Zeigerbilder einer allgemeinen Wechselstromschaltung | 80 |
| 8.8 | Maßstäbliches Spannungszeigerbild | 82 |
| 8.9 | Prinzipzeigerbilder einer Freileitung | 83 |
| 9 | Berechnung von Stromkreisen bei sinusförmiger Einspeisung | 85 |
| 9.1 | Konstruktion eines Leitwertzeigers | 86 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 9.2 | Zeigerbild der Widerstände/Leitwerte | 86 |
| 9.3 | Berechnung einer allgemeinen Wechselstromschaltung A | 88 |
| 9.4 | Ortskurve des komplexen Widerstandes | 89 |
| 9.5 | Berechnung einer allgemeinen Wechselstromschaltung B | 90 |
| 9.6 | Berechnung eines Lastzweipols A | 90 |
| 9.7 | Berechnung eines Lastzweipols B | 91 |
| 9.8 | Anwendung der Teilerregeln | 92 |
| 9.9 | Ortskurve des Stromes | 93 |
| 9.10 | RC-Phasenschiebekette | 94 |
| 9.11 | HUMMEL-Schaltung | 95 |
| 9.12 | Wechselstrom-Paradoxon | 96 |
| 9.13 | Erzeugung einer definierten Phasenverschiebung A | 97 |
| 9.14 | Erzeugung einer definierten Phasenverschiebung B | 98 |
| 9.15 | Umrechnungen | 99 |
| 9.16 | Abgleichbarkeit einer Brücke A | 100 |
| 9.17 | Induktivitätsmessbrücke | 100 |
| 9.18 | Abgleichbarkeit einer Brücke B | 101 |
| 9.19 | Maßstäbliches Spannungszeigerbild | 102 |
| 9.20 | Einstellung gleicher Spannungszeiger | 103 |
| 9.21 | Anwendung des Überlagerungssatzes | 104 |
| 9.22 | Anwendung der Zweipoltheorie | 106 |
| 9.23 | Anwendung der Analyseverfahren | 108 |
| 9.24 | RC-Phasenschiebekette mit Analyseverfahren | 109 |
| 10 | Frequenzabhängigkeit der Wechselstromkreise | 112 |
| 10.1 | RL-Tiefpass | 113 |
| 10.2 | RL-Hochpass | 114 |
| 10.3 | Vergleich von RC- und RL-Gliedern | 116 |
| 10.4 | RC-Tiefpass mit Parallelwiderstand | 117 |
| 10.5 | Anwendung der Zweipoltheorie | 118 |
| 10.6 | RC-Tiefpass mit Reihenwiderstand | 118 |
| 10.7 | RC-Hochpass mit Parallelwiderstand | 120 |
| 10.8 | RC-Hochpass mit Reihenwiderstand | 121 |
| 10.9 | RL-Tiefpass mit Reihenwiderstand | 123 |
| 10.10 | RC-Tiefpass 2. Ordnung | 125 |
| 10.11 | Reihenschwingkreis mit realen Bauelementen | 128 |
| 10.12 | Parallelschwingkreis mit realen Bauelementen | 129 |
| 10.13 | Spannungsüberhöhung | 130 |
| 10.14 | Elementarer Reihenschwingkreis | 130 |
| 10.15 | LC-Übertragungsvierpol | 133 |
| 10.16 | CR-RC-Übertragungsvierpol | 135 |
| 10.17 | Vergleich der Berechnungsverfahren (Komplexbeispiel) | 137 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 11 | Leistungsbetrachtungen im Wechselstromkreis | 141 |
| 11.1 | Zeitfunktion der Leistung | 142 |
| 11.2 | Blindstromkompensation | 142 |
| 11.3 | Blindleistungskompensation | 144 |
| 11.4 | Maximaler Umsatz von Wirkleistung | 145 |
| 11.5 | Komplexe Anpassung | 145 |
| 11.6 | Leistungsbilanz eines Lastzweipols | 146 |
| 11.7 | Vollständige Leistungsbilanz A | 147 |
| 11.8 | Vollständige Leistungsbilanz B | 149 |
| 12 | Dreiphasensysteme | 151 |
| 12.1 | Sternschaltung Elektroherd | 152 |
| 12.2 | Umrechnung Dreieck – Stern | 153 |
| 12.3 | Verbraucher-Dreieckschaltung A | 155 |
| 12.4 | Verbraucher-Dreieckschaltung B | 156 |
| 12.5 | Verbraucher-Dreieckschaltung C | 158 |
| 12.6 | Symmetrierung einer Verbraucher-Dreieckschaltung | 159 |
| 12.7 | Stromzeigerbild einer Verbraucher-Dreieckschaltung | 161 |
| 12.8 | Betriebskapazität eines Gürtelkabels | 163 |
| III | Elektrische und magnetische Felder | |
| 13 | Feldbegriff | 165 |
| 13.1 | Elektrisches Potential – Potentialbezugspunkt | 166 |
| 13.2 | Elektrisches Potential – Bezugswert | 168 |
| 13.3 | Wert einer Äquipotentiallinie | 170 |
| 14 | Stationäres elektrisches Strömungsfeld | 171 |
| 14.1 | Messtechnische Beschreibung von Feldmodellen | 172 |
| 14.2 | Einfache Feldstärkemessung | 173 |
| 14.3 | Leitfähiger Bügel | 174 |
| 14.4 | Bezugspunkt im zylindersymmetrischen Feld | 176 |
| 14.5 | Übergangswiderstand eines Halbkugelerders | 177 |
| 14.6 | Zusammenwirken von zwei Halbkugelerdern | 178 |
| 14.7 | Schrittspannung eines Vollkugelerders | 180 |
| 14.8 | Feldstärkeverlauf eines Vollkugelerders | 181 |
| 15 | Elektrostatistisches Feld | 183 |
| 15.1 | Übung zur Kapazitätsberechnung | 184 |
| 15.2 | Koaxialleitung | 185 |
| 15.3 | Zylinderkondensator mit geschichtetem Dielektrikum | 186 |
| 15.4 | Maximale Feldstärke | 187 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 15.5 | Drei Punktladungen im Raum | 187 |
| 15.6 | Gespeicherte Energie | 188 |
| 15.7 | Kapazität einer Freileitung | 189 |
| 15.8 | Kräfte auf Schichtflächen | 191 |
| 16 | Elektrisches Verhalten des Kondensators | 192 |
| 16.1 | Dimensionierung eines Kondensators | 193 |
| 16.2 | Gemischte Kondensatorschaltung | 193 |
| 16.3 | Laden eines Kondensators | 194 |
| 16.4 | Laden und Entladen | 195 |
| 16.5 | Ausgleichsvorgänge in einer Reihenschaltung | 196 |
| 16.6 | Kapazitives Netz A | 198 |
| 16.7 | Kapazitives Netz B | 200 |
| 16.8 | Kapazitives Netz C | 201 |
| 16.9 | Kapazitives Netz D | 202 |
| 16.10 | Brückenähnliches kapazitives Netz | 203 |
| 16.11 | Kapazitives Netz mit zwei Quellen | 205 |
| 17 | Stationäres magnetisches Feld | 207 |
| 17.1 | Permeabilität nichtferromagnetischer Stoffe | 208 |
| 17.2 | Induktivität einer Zylinderspule | 208 |
| 17.3 | Vergleich unterschiedlicher Kernmaterialien | 209 |
| 17.4 | Ringspule mit Kunststoffkern | 210 |
| 17.5 | Ringspule aus Dynamoblech | 212 |
| 17.6 | Geteilter ferromagnetischer Ring | 213 |
| 17.7 | Berechnung eines Rechteckkerns | 214 |
| 17.8 | Verzweigter magnetischer Kreis A | 217 |
| 17.9 | Verzweigter magnetischer Kreis B | 218 |
| 17.10 | Verzweigter magnetischer Kreis C | 219 |
| 17.11 | Feldstärke eines stromdurchflossenen Rohrs | 221 |
| 17.12 | Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern | 222 |
| 17.13 | Messung mit einer HALL-Sonde | 223 |
| 17.14 | Berechnung der Magnetisierungskennlinie | 225 |
| 17.15 | Induktivität einer Doppelleitung | 226 |
| 17.16 | Dimensionierung eines Ferritropfkerns | 227 |
| 18 | Zeitlich veränderliches magnetisches Feld | 229 |
| 18.1 | Bewegungsinduktion – Radialfeld | 230 |
| 18.2 | Bewegungsinduktion – induzierte Spannung | 231 |
| 18.3 | Ruheinduktion | 233 |
| 18.4 | Leiter im Magnetfeld | 235 |
| 18.5 | Selbst- und Gegeninduktivität | 235 |
| 18.6 | Wicklungssinn | 237 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 18.7 | Induktivität einer Freileitung | 237 |
| 18.8 | Speicherung magnetischer Energie | 240 |
| 18.9 | Hystereseschleife – Oszilloskop | 240 |
| 18.10 | Hystereseschleife – Simulation | 242 |
| 19 | Elektrisches Verhalten der Spule | 243 |
| 19.1 | Verkoppelte Induktivitäten | 244 |
| 19.2 | Reihen- und Parallelschaltung | 246 |
| 19.3 | Induktivitätsberechnung | 246 |
| 19.4 | Schaltvorgänge in einer RL-Kombination | 248 |
| 19.5 | Umschalten bei Vormagnetisierung | 249 |
| 19.6 | Leerlauf -Eingangswiderstand | 252 |
| 19.7 | Leerlauf und Kurzschluss beim Trafo | 253 |
| 19.8 | Lastfälle beim Transformator | 254 |
| 19.9 | Zeigerbild des Transformators | 256 |
| 20 | Wechselwirkungen | 257 |
| 20.1 | Ladungsbewegungen im pn-Übergang | 258 |
| 20.2 | Plattenkondensator – Verschiebungsstrom | 260 |
| 20.3 | Wirbelströme | 262 |
| 20.4 | Grundbeziehungen | 265 |
| | Übungsaufgaben | 266 |
| | Literaturverzeichnis | 289 |
| | Sachwortverzeichnis | 290 |
| | Formelzeichenverzeichnis | |

1 Elektrische Grundgrößen

• **Schwerpunkte:**

- ⇒ Alle physikalischen Zustände, Prozesse und Erscheinungen, die in der Elektrotechnik auftreten, werden durch ruhende oder bewegte elektrische Ladungen verursacht.
- ⇒ Die elektrische Stromstärke i beschreibt einen Ladungstransport pro Zeiteinheit.
- ⇒ Die Richtung des elektrischen Stromes ist mit $I > 0$ A gegen die Bewegungsrichtung der Elektronen definiert und wird mit einem Richtungspfeil gekennzeichnet.
- ⇒ Der elektrische Strom ist eine in sich geschlossene Erscheinung.
- ⇒ Das elektrische Potential φ ist ein Maß für das auf die Ladung bezogene Energieniveau eines Punktes in einem elektrischen Stromkreis.
- ⇒ Die elektrische Spannung beschreibt die Differenz der Potentiale zweier Punkte in einem elektrischen Stromkreis.
- ⇒ In einem elektrischen Stromkreis muss zwischen zwei verschiedenen Zählpfeilsystemen unterschieden werden: Quellen-Zählpfeilsystem und Verbraucher-Zählpfeilsystem.
- ⇒ Der ohmsche Widerstand R beschreibt die Fähigkeit eines stofflichen Gebildes zur Begrenzung des elektrischen Stromes.
- ⇒ Der elektrische Leitwert G ergibt sich aus dem Kehrwert des ohmschen Widerstandes R .

• **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Formulieren Sie sich einfache Fragen als Selbsttest und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

Beispiele zu Fragen zum Kapitel 1:

- ☞ Warum werden für den Strom verschiedene Schreibweisen (Klein- oder Großbuchstabe) verwendet?
- ☞ Warum ist der elektrische Strom eine in sich geschlossene Erscheinung?
- ☞ Warum ist das elektrische Potential keine Spannung? Wie groß ist die Spannung in einem Punkt?
- ☞ Was ist aus der Sicht des Stromes der Unterschied zwischen einem offenen und einem geschlossenen Stromkreis?
- ☞ In welchem Zählpfeilsystem haben die Pfeile von U und I die gleiche Richtung?
- ☞ Was ist der Unterschied zwischen einem Widerstand und einem Leitwert?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

Berechnungsbeispiel 1.1: Berechnung Leitungsquerschnitt

Für ein Starter-Hilfskabel soll ein geeigneter Leitungsquerschnitt gewählt werden. Es besteht die Forderung, dass der Gesamtwiderstand des Kabels (ohne die Polzangen) einen Wert von 10 mΩ nicht überschreiten darf. Die beiden Einzelkabel haben eine Länge von je 3,5 m (also: $l_{\text{ges}} = 7$ m). Es steht Aluminium-Kabel mit folgenden Querschnitten zur Verfügung: 6 mm², 10 mm², 16 mm², 25 mm² und 35 mm².

Zur Berechnung verwenden wir Gleich. (1.6). Tabelle B_1.1 liefert die erforderliche Information zum spezifischen elektrischen Widerstand von Aluminium: $\rho = \rho_{\text{Al}} = 0,028 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

$$A_1 = 6 \text{ mm}^2: \quad R_1 = \rho \cdot \frac{l}{A_1} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{6} \Omega = 32,67 \text{ m}\Omega$$

$$A_2 = 10 \text{ mm}^2: \quad R_2 = \rho \cdot \frac{l}{A_2} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{10} \Omega = 19,6 \text{ m}\Omega$$

$$A_3 = 16 \text{ mm}^2: \quad R_3 = \rho \cdot \frac{l}{A_3} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{16} \Omega = 12,25 \text{ m}\Omega$$

$$A_4 = 25 \text{ mm}^2: \quad R_4 = \rho \cdot \frac{l}{A_4} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{25} \Omega = 7,84 \text{ m}\Omega$$

$$A_5 = 35 \text{ mm}^2: \quad R_5 = \rho \cdot \frac{l}{A_5} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{35} \Omega = 5,6 \text{ m}\Omega$$

Der Querschnitt $A_4 = 25 \text{ mm}^2$ erfüllt bereits die Forderung der Aufgabenstellung. Der Querschnitt mit $A_5 = 35 \text{ mm}^2$ würde bei einer technischen Realisierung zusätzliche Kosten verursachen.

Berechnungsbeispiel 1.2: Vergleich Leiterwerkstoffe

Für eine Energie-Übertragungsleitung soll eine Vergleichsrechnung angestellt werden. Solche Leitungen werden in der Praxis als Bündel realisiert. Sie bestehen aus Stahlseilen, die mit Aluminiumadern umseilt werden (Verbundseile). In der Vergleichsrechnung geht es lediglich um den Materialeinsatz. Somit kann von einem vollen Leiterbündel aus gleichem Material ausgegangen werden.

Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand eines Leiters mit 1 km Länge und $A = 100 \text{ mm}^2$ für Kupfer, Aluminium und Eisen bei Raumtemperatur.

Zur Berechnung verwenden wir wieder Gleich. (1.6). Tabelle B_1.1 liefert die erforderliche Information zur spezifischen elektrischen Leitfähigkeit des verwendeten Leitermaterials.

$$R_{\text{Cu}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot A} = \frac{1000}{56 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{56} \Omega \approx 178,6 \text{ m}\Omega$$

$$R_{\text{Al}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Al}} \cdot A} = \frac{1000}{36 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{36} \Omega \approx 277,8 \text{ m}\Omega \quad \text{und:} \quad R_{\text{Fe}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Fe}} \cdot A} = \frac{1000}{10 \cdot 100} \Omega = 1 \Omega$$

Tabelle B_1.1 zeigt in einer kleinen Übersicht die Werte von ρ und κ für bekannte Werkstoffe.

Tabelle B_1.1: Spezifische elektrische Leitfähigkeit ausgewählter Werkstoffe bei 20 °C

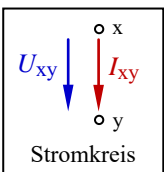
| Werkstoff ($T = 293 \text{ K}$) | ρ in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ | κ in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ |
|--------------------------------------|---|---|
| Silber | 0,016 | 62 |
| Gold | 0,022 | 44 |
| Kupfer | 0,018 | 56 |
| Aluminium | 0,028 | 36 |
| Zink | 0,06 | 16,7 |
| Messing | 0,07 | 14,3 |
| Eisen | 0,1 | 10 |

Es ist deutlich erkennbar, dass für die technische Realisierung eines Leiters (Spezialfälle ausgeschlossen) aus wirtschaftlicher Sicht nur Kupfer und Aluminium infrage kommen können. Der Einsatz entsprechender Legierungen ist zur Lösung spezieller Aufgabenstellungen denkbar.

Das Stahlseil eines Verbundseils trägt nicht maßgeblich zur Leitfähigkeit bei. Sein Einsatz dient lediglich zur mechanischen Verfestigung des Übertragungssystems.

Berechnungsbeispiel 1.3: Quellen- und Verbraucher-Charakteristik

In einem elektrischen Stromkreis befindet sich zwischen den Punkten x und y ein beliebiges Element. Für dieses Element werden Zählpfeile (also willkürliche Festlegung der Richtung) zugeordnet. Interpretieren Sie die folgenden Messwerte / Werte einer Berechnung bezüglich des Verhaltens des betrachteten Bauelementes (Quellen- oder Verbraucher-Charakteristik):



- $U_{xy} = +5 \text{ V}$ und $I_{xy} = +12 \text{ mA}$
- $U_{xy} = +5 \text{ V}$ und $I_{xy} = -12 \text{ mA}$
- $U_{xy} = -5 \text{ V}$ und $I_{xy} = +12 \text{ mA}$
- $U_{xy} = -5 \text{ V}$ und $I_{xy} = -12 \text{ mA}$

Bild B_1.1: Zählpfeilsituation im Berechnungsbeispiel 1.3

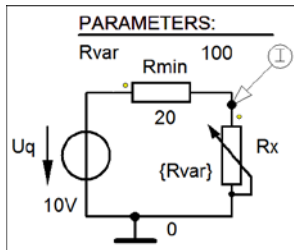
- Fall a): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind zugleich Richtungspfeile.
- Fall b): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil der Spannung ist zugleich ein Richtungspfeil.
- Fall c): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil des Stromes ist zugleich ein Richtungspfeil.
- Fall d): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind keine Richtungspfeile.

Wir erkennen, dass die willkürliche Festlegung eines Richtungssinnes (Zählpfeil) für die Auswertung des Ergebnisses einer Berechnung / Messung völlig ausreicht. Man muss lediglich die Vorzeichen im Zusammenhang mit den Zählpfeilen richtig interpretieren.

Berechnungsbeispiel 1.4: Belastete Spannungsquelle

Eine Spannungsquelle mit $U_q = 10\text{ V}$ wird mit einem veränderlichen Widerstand R_a belastet. Der Widerstand ändert seinen Wert von $R_{\min} = 20\ \Omega$ bis $R_{\max} = 420\ \Omega$ ($R_a = R_{\min} + R_{\text{var}}$). Stellen Sie den Verlauf des Stromes als Funktion des Widerstandes $I = f(R_a)$ grafisch dar. Verwenden Sie dazu ein geeignetes Simulationsprogramm.

Wir entscheiden uns für den Einsatz von PSPICE. Die Simulationsschaltung besteht aus einer Spannungsquelle (VDC), einem Festwiderstand R_{\min} und einem variablen Widerstand R_x {Rvar}. Zunächst legen wir die Festwerte für die Bauelemente fest ($U_q = 10\text{ V}$ und $R_{\min} = 20\ \Omega$).



Der variable Widerstand $R_x = R_{\text{var}}$ wird in seiner PartName-Liste mit $\text{VALUE}=\{\text{Rvar}\}$ festgelegt. In der Parameter-Liste ordnen wir ihm einen Namen ($\text{NAME1}=\text{Rvar}$) und einen Wert aus seinem Wertevorrat ($\text{VALUE1}=100$) zu. Nun können wir den Sweep festlegen. Im Analysis-Setup-Fenster wählen wir DC-Sweep () und nehmen folgende Einstellungen vor:

⊙ Global Parameter; ⊙ Linear; Name: Rvar
Start Value: 0; End Value: 400; Increment: 0.1 (OK).
Zur Strommessung setzen wir den Current Marker an Pin 1 von R_x .

Bild B_1.2: Simulationsschaltung zum Berechnungsbeispiel 1.4

Nun kann die Simulation gestartet werden. PSPICE berechnet jetzt 4000 Funktionswerte (400/0,1).

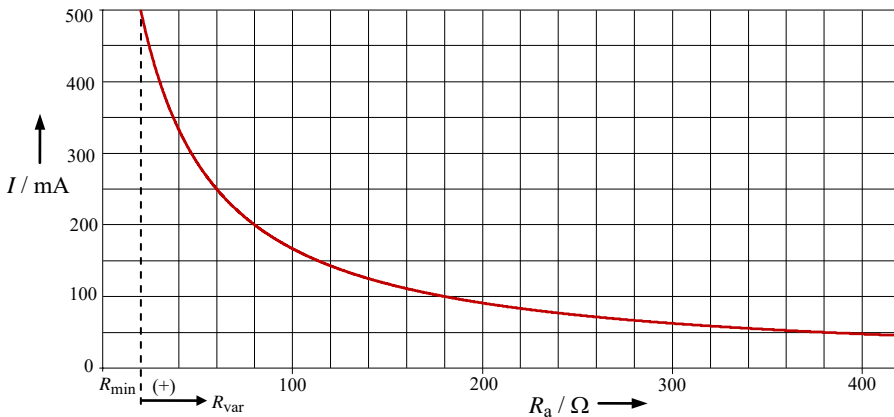


Bild B_1.3: Stromverlauf im Berechnungsbeispiel 1.4

Die Simulation des Stromverlaufs läuft von $R_a = R_{\min}$ bis $R_a = R_{\min} + R_{\text{var}}$. Der Strom bei $R_a = R_{\min}$ beträgt 500 mA. Bei $R_a = 60\ \Omega = 3R_{\min}$ ist er auf den halben Wert abgesunken.

Wir erkennen, dass mit Zunahme des Wertes des Lastwiderstandes der Strom immer kleiner wird. Bei $R_a = 400\ \Omega$ beträgt er noch ca. 50 mA. Er wird null, wenn der Lastwiderstand gegen unendlich strebt.

Wir hätten die Simulation auch ohne den zusätzlichen Widerstand R_{\min} durchführen können. Dann müssen im Analysis-Setup-Fenster folgende Einstellungen geändert werden:

Start Value: 20; End Value: 420

Berechnungsbeispiel 1.5: Temperaturabhängigkeit von Leiterwerkstoffen

Vergleichen Sie die Temperaturabhängigkeit verschiedener Widerstandswerkstoffe miteinander. Als Referenzobjekt dient der Leiterwerkstoff Kupfer mit $TK_{Cu} = 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Für den Vergleich verwenden wir wieder PSPICE. Zur Simulation der Temperaturabhängigkeit eines Widerstandes dient das Element Rbreak aus der *Part*-Liste der Library BREAKOUT.SLB.

Nach der Positionierung in der Simulationsschaltung und der Festlegung des Widerstandswertes R_{20} (z.B. $R_{20} = 100 \text{ } \Omega$) wird das Element durch einen Mausklick markiert. Danach öffnet man über die Menüfolge *Edit* → *Model* das *Edit-Model*-Fenster. Durch Betätigung der Schaltfläche > Edit Instance Model (Text) < gelangt man in den Modelleditor von PSPICE, der folgende Einstellungen anzeigt:

.model Rbreak-RES

R=1
*§ ← TC1=3.82m

Der aktuelle Temperaturkoeffizient wird nicht angezeigt (Default: TC1=0). Durch Einfügen eines neuen Temperaturkoeffizienten in eine neue Zeile nach R=1 (z.B. für Kupfer: $TK_{Cu} = 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$) wird der alte TC1-Wert mit > OK < überschrieben. Nun besitzt dieses Element den neuen Temperaturkoeffizienten von Kupfer. Zur Simulation der Kennlinie $R = f(\vartheta)$ werden im *DC-Sweep*-Fenster (Main-Sweep) z.B. folgende Einstellungen vorgenommen:

- ⊙ Temperature Start Value: -20
- ⊙ Linear End Value: 50
- Increment: 0.1 (OK)

Der Temperatur-Sweep durchläuft jetzt in der °C-Skala einen Temperaturbereich von $\vartheta_{\min} = -20 \text{ } ^\circ\text{C}$ in Schritten von 0,1 °C bis zu einem Endwert von $\vartheta_{\max} = +50 \text{ } ^\circ\text{C}$ (oder: $\Delta T = 343 \text{ K} - 273 \text{ K} = 70 \text{ K}$).

Wenn mehrere Widerstände mit unterschiedlichen Temperaturkoeffizienten miteinander verglichen werden sollen, kann man zusätzlich einen DC-Nested-Sweep einfügen. Dazu werden im *DC-Nested-Sweep*-Fenster folgende Einstellungen vorgenommen (Res steht für Resistor):

- ⊙ Model Parameter Model Type: Res
- ⊙ Value List Model Name: Rbreak
- Param. Name: TC1
- Values: -0.6m_ -0.03m_ 0.2m (Unterstrich = Leerzeichen)

Der vorher gesetzte TC1-Wert für Kupfer wird jetzt ignoriert. Dafür gelten die folgenden Werte für den Temperaturkoeffizienten ($TK = \alpha$):

$$TK_{1,1} = -0,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{für Kohle}$$

$$TK_{1,2} = -0,03 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{für Konstantan}$$

$$TK_{1,3} = +0,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{ca. für Nickelin (Nickelin: 67 % Cu; 30 % Ni; 3 % Mn).}$$

Bild B_1.4 zeigt die Simulationsergebnisse für $\vartheta_{\text{Bezug}} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$. Das muss in PSPICE eingestellt werden.

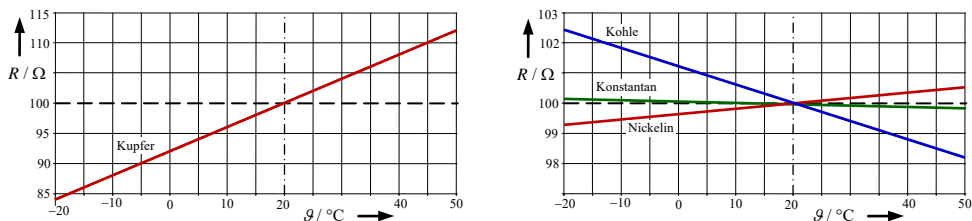


Bild B_1.4: Simulationsergebnisse zum Berechnungsbeispiel 1.5

Das simulierte Temperaturverhalten weist auf Temperaturkoeffizienten mit unterschiedlichen Vorzeichen hin. Kupfer und Nickelin haben einen positiven Temperaturkoeffizienten (PTC). Bei Kupfer ändert sich der Widerstand $R_{Cu} = f(\vartheta)$ im Vergleich zu Nickelin so stark, dass im Bild B_1.4 (links) ein anderer Widerstandsmaßstab gewählt werden musste.

Kohle und Konstantan haben einen negativen Temperaturkoeffizienten (NTC). Hier nimmt der Widerstandswert mit steigender Temperatur ab. Bei Konstantan ändert sich der Widerstandswert allerdings kaum. Konstantan (oder auch Manganin) sind demzufolge für die technische Realisierung von Messwiderständen gut geeignet, da sie ihren Widerstandswert unabhängig von Temperaturänderungen nahezu beibehalten.

Für spezielle Einsatzfälle (z.B. in einer Temperaturmessbrücke) bevorzugt man dagegen Widerstandswerkstoffe mit einem betragsmäßig großen TK -Wert, um bereits bei kleinen Temperaturänderungen eine auswertbare Widerstandsänderung zu erreichen.

Wir wollen die Eckwerte des Widerstandsverlaufes berechnen. Mit Gleich. (1.9) gilt:

$$\text{Kupfer: } R_{Cu}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 84,72\Omega$$

$$R_{Cu}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 111,46\Omega$$

$$\text{Kohle: } R_{Ko}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 102,4\Omega$$

$$R_{Ko}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 98,2\Omega$$

$$\text{Konstantan: } R_{Konst}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 100,12\Omega$$

$$R_{Konst}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 99,91\Omega$$

$$\text{Nickelin: } R_{Ni}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 99,2\Omega$$

$$R_{Ni}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 100,6\Omega$$

Die Berechnungsergebnisse stimmen (wie erwartet) mit den Simulationsergebnissen überein. Dabei gilt Gleich. (1.9) eigentlich nur näherungsweise. PSpice simuliert aber hier das Element Rbreak mit einem konstanten TC1-Wert.

Streng genommen müssten wir bei größeren Temperaturänderungen einen weiteren Temperaturkoeffizienten (TK_2 oder β) berücksichtigen. Gleich. (1.9) stellt lediglich eine lineare Näherung des eigentlichen nichtlinearen Verlaufes der Widerstands-Temperatur-Kennlinie dar. Exakt gilt:

$$R(T) = R_{20} \cdot [1 + TK_1 \cdot \Delta T + TK_2 \cdot (\Delta T)^2] = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot (\Delta T)^2] \quad (1.9.a)$$

Den Unterschied wollen wir anhand der Widerstandsrechnung für Kupfer mit (1.9.a) überprüfen. Es gilt: $\beta_{Cu} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2}$.

$$R_{Cu}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (-20)\text{K} + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2} \cdot 400\text{K}^2] = 84,96\Omega$$

$$R_{Cu}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (+30)\text{K} + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2} \cdot 900\text{K}^2] = 112,0\Omega$$

Die Abweichung von unserer Näherungsrechnung liegt in der Größenordnung von +0,3% bis +0,5%. Bei kleinen Temperaturänderungen ist es demzufolge durchaus vertretbar, mit der linearen Näherung gemäß Gleich. (1.9) zu arbeiten.

2 Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise

• **Schwerpunkte:**

- ⇒ Das OHMSche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung und dem elektrischen Strom.
- ⇒ Dieser Zusammenhang kann über die Strom-Spannungs-Kennlinie $I = f(U)$ grafisch dargestellt werden. Im Falle eines ohmschen Widerstandes ist die Kennlinie eine Gerade.
- ⇒ Man unterscheidet zwischen einem Gleichstromwiderstand R und einem differentiellen Widerstand r .
- ⇒ Der Maschensatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Spannungen längs eines geschlossenen Umlaufs gleich null ist.
- ⇒ Der Knotenpunktsatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Ströme in einem Knotenpunkt gleich null ist.
- ⇒ Unter Energie versteht man das Vermögen, Arbeit zu verrichten.
- ⇒ Die Summe aller Energien in einem in sich geschlossenen System ist konstant.
- ⇒ Eine vollständige Leistungsbilanz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Leistungen in einem abgeschlossenen System gleich null ist.

• **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Formulieren Sie sich einfache Fragen als Selbsttest und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

Beispiele zu Fragen zum Kapitel 2:

- ☞ Warum ist bei einem ohmschen Widerstand der Gleichstromwiderstand identisch mit dem differentiellen Widerstand?
- ☞ Warum fließt in einem Zweig immer nur ein Strom?
- ☞ Warum ist in einem Knotenpunkt die Summe aller zufließenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme?
- ☞ Warum kann man Gleich. (2.7) in der Form $P = I^2 R$ nicht direkt zur Berechnung einer Quellenleistung verwenden?
- ☞ Woran erkennt man, dass eine Quelle Leistung aufnimmt?
- ☞ Welche Vorzeichenregel repräsentiert die Gleich. (2.9) im Vergleich zur Gleich. (2.8)? Warum trägt demzufolge Gleich. (2.9) eine allgemein gültige Information?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

Berechnungsbeispiel 2.1: Lastfälle im Grundstromkreis

Ein Grundstromkreis ($U_q = 24 \text{ V}$ und $R_i = 10 \text{ }\Omega$) wird mit unterschiedlichen Widerständen belastet. Skizzieren Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie für folgende Lastwiderstände und zeichnen Sie die unterschiedlichen Arbeitspunkte ein.

Geg.: $R_{a1} = 10 \text{ }\Omega$, $R_{a2} = 20 \text{ }\Omega$, $R_{a3} = 50 \text{ }\Omega$ und $R_{a4} = 100 \text{ }\Omega$.

Wir wollen zunächst die vier Arbeitspunkte berechnen. Die Kennlinien der ohmschen Widerstände sind ja Geraden, die vom Koordinatenursprung durch den jeweiligen Arbeitspunkt verlaufen müssen.

$$R_{a1}: \quad I_1 = \frac{U_q}{R_i + R_{a1}} = \frac{24 \text{ V}}{20 \text{ }\Omega} = 1,2 \text{ A} = 1200 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a1} = I_1 \cdot R_{a1} = 1,2 \text{ A} \cdot 10 \text{ }\Omega = 12 \text{ V}$$

$$R_{a2}: \quad I_2 = \frac{U_q}{R_i + R_{a2}} = \frac{24 \text{ V}}{30 \text{ }\Omega} = 0,8 \text{ A} = 800 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a2} = I_2 \cdot R_{a2} = 0,8 \text{ A} \cdot 20 \text{ }\Omega = 16 \text{ V}$$

$$R_{a3}: \quad I_3 = \frac{U_q}{R_i + R_{a3}} = \frac{24 \text{ V}}{60 \text{ }\Omega} = 0,4 \text{ A} = 400 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a3} = I_3 \cdot R_{a3} = 0,4 \text{ A} \cdot 50 \text{ }\Omega = 20 \text{ V}$$

$$R_{a4}: \quad I_4 = \frac{U_q}{R_i + R_{a4}} = \frac{24 \text{ V}}{110 \text{ }\Omega} \approx 218,2 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a4} = I_4 \cdot R_{a4} = 21,82 \text{ V}$$

Nun können wir die Kennlinien zeichnen.

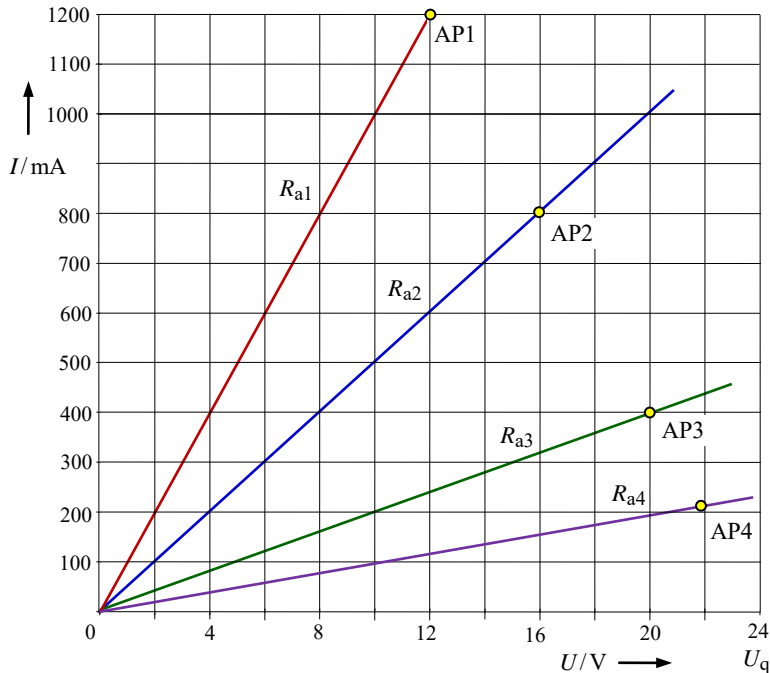


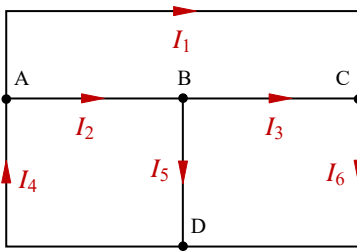
Bild B_2.1: Kennlinien zum Berechnungsbeispiel 2.1

Bild B_2.1 zeigt, dass der Anstieg der Kennlinien mit zunehmendem Lastwiderstand kleiner wird. Somit nimmt der Kehrwert des Anstieges (Lastwiderstand) zu. Es gilt: $R_{a1} < R_{a2} < R_{a3} < R_{a4}$.

Berechnungsbeispiel 2.2: Unabhängigkeit von Knotengleichungen

Weisen Sie am Beispiel des Bildes B_2.2 nach, dass bei der Anwendung des Knotenpunktsatzes nur $(k - 1)$ Gleichungen voneinander linear unabhängig sind. In diesem Bild wird lediglich die Grundstruktur (sog. Graph) der schaltungstechnischen Realisierung angegeben.

Zur Beantwortung der Frage, welche Gleichungen in das Gleichungssystem einbezogen werden (und welche nicht), wenden wir auf alle Knoten den Knotenpunktsatz an. Um Verwechslungen auszuschließen, werden die Knoten gekennzeichnet (hier: A bis D).



Mit dem Knotenpunktsatz gilt:

Knoten A: $I_4 - I_1 - I_2 = 0$

Knoten B: $I_2 - I_3 - I_5 = 0$

Knoten C: $I_1 + I_3 - I_6 = 0$

Knoten D: $I_5 + I_6 - I_4 = 0$

Bild B_2.2: Struktur zum Berechnungsbeispiel 2.2

Wenn man diese Gleichungen sortiert, entsteht folgende Übersicht:

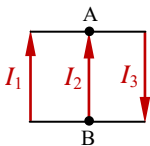
| | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|
| A | $-I_1$ | $-I_2$ | | $+I_4$ | | | 0 |
| B | | $+I_2$ | $-I_3$ | | $-I_5$ | | 0 |
| C | $+I_1$ | | $+I_3$ | | | $-I_6$ | 0 |
| D | | | | $-I_4$ | $+I_5$ | $+I_6$ | 0 |

Die mit null belegten Koeffizienten wurden aus Übersichtsgründen nicht mit eingetragen. Nun ist deutlich zu sehen, dass jeder Strom zweimal (einmal positiv und einmal negativ) auftritt. Die Summe aller vier Gleichungen ergibt somit null. Eine Gleichung trägt redundante Information.

- Warum muss das so sein? Begründen Sie kurz Ihre Aussage.

Aus der Aussage „Summe aller Knotenpunktgleichungen ist gleich null“ lässt sich folgende Aussage ableiten: Diese Summe beschreibt einen Großknoten. Jede Gleichung stellt die Linearkombination mehrerer Gleichungen dieses Großknotens dar. Es sind demzufolge immer nur $(k - 1)$ Gleichungen voneinander unabhängig. Beim Aufstellen des Gleichungssystems zur Berechnung aller Zweigströme müssen wir somit einen Knoten (egal, welchen) weglassen.

Ein elementares Beispiel soll diesen Sachverhalt noch einmal verdeutlichen. Wir betrachten eine Struktur mit zwei Knoten. Von einem Knoten (z.B. A) fließt ein Strom ab – dann kann er beim zweiten Knoten (B) nur zufließen (und umgekehrt).



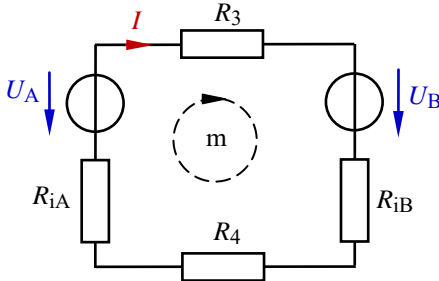
Knoten A: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Knoten B: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

Die Gleichung (B) ist eine Linearkombination zur Gleichung (A). Durch die Multiplikation von (B) mit (-1) erhalten wir die Gleichung (A).

Berechnungsbeispiel 2.3: Vollständige Leistungsbilanz

Stellen Sie für die Schaltung im Bild B_2.3 die vollständige Leistungsbilanz (dargestellt im Quellen-Zählpfeilsystem) auf.



$$\begin{aligned} \text{Geg.: } U_A &= 24 \text{ V und } U_B = 12 \text{ V} \\ R_{iA} &= R_{iB} = 1 \Omega \\ R_3 &= R_4 = 5 \Omega \end{aligned}$$

Bild B_2.3: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 2.3

Bei diesem Beispiel handelt es sich um eine gegenseitige Reihenschaltung zweier realer Spannungsquellen (vgl. auch Abschn. 3.4). Für den eingezeichneten Umlauf m gilt:

$$I \cdot R_3 + U_B + I \cdot R_{iB} + I \cdot R_4 + I \cdot R_{iA} - U_A = 0$$

Daraus kann der Strom I berechnet werden:

$$I = \frac{U_A - U_B}{R_{iA} + R_{iB} + R_3 + R_4} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Der in dieser Reihenschaltung fließende Strom wird in seiner Richtung durch die Quelle A bestimmt ($U_A > U_B$). Er fließt gegen den Spannungszählpfeil von U_A (Quellenwirkung) und in Richtung des Spannungszählpfeils von U_B . Die Quelle B nimmt demzufolge Leistung auf und wirkt im vorliegenden Fall wie ein Verbraucher. Es ergeben sich folgende Leistungen:

$$P_1 = I^2 \cdot R_{iA} = -1 \text{ W}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_{iB} = -1 \text{ W}$$

$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = -5 \text{ W}$$

$$P_4 = I^2 \cdot R_4 = -5 \text{ W}$$

$$P_A = U_A \cdot (+I) = +24 \text{ W} \quad (\text{Quellenleistung})$$

$$P_B = U_B \cdot (-I) = -12 \text{ W} \quad (\text{Verbraucherleistung})$$

$$\Sigma P = 0 \text{ W} \quad \text{Die Summe aller Leistungen ist gleich null.}$$

Bei einer Darstellung im Verbraucher-Zählpfeilsystem ändern sich die Vorzeichen aller Leistungen. In diesem Fall würden wir folgende Leistungsbilanz erhalten:

$$\Sigma P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_A + P_B = 1 \text{ W} + 1 \text{ W} + 5 \text{ W} + 5 \text{ W} - 24 \text{ W} + 12 \text{ W} = 0$$

Oder nach Gleich. (2.8): $\Sigma P_q = P_A = 24 \text{ W}$ (Q-ZPS) und ΣP_v im V-ZPS:

$$\Sigma P_v = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_B = 1 \text{ W} + 1 \text{ W} + 5 \text{ W} + 5 \text{ W} + 12 \text{ W} = 24 \text{ W}$$

$$\Sigma P_q = \Sigma P_v$$

3 Lineare elektrische Gleichstromkreise

• **Schwerpunkte:**

- ⇒ Elektrische Stromkreise können eine unverzweigte Struktur (Reihenschaltung) oder eine verzweigte Struktur (Parallelschaltung bzw. gemischte Schaltung) aufweisen.
- ⇒ In einer Reihenschaltung gilt die Spannungsteilerregel: Die Spannungen verhalten sich proportional zu den Widerständen, über denen diese Spannungen abfallen.
- ⇒ In einer Parallelschaltung gilt die Stromteilerregel: Die Ströme verhalten sich umgekehrt proportional zu den Widerständen, durch die diese Ströme fließen.
- ⇒ Elektrische Quellen sind in der Lage, durch innere physikalische Effekte Ladungen zu beschleunigen.
- ⇒ Der Wirkungsgrad beschreibt das Verhältnis der abgegebenen zur zugeführten Leistung. Er gilt nur für eine festgelegte Trennstelle zwischen Quelle und Verbraucher.
- ⇒ Im Anpassungsfall nimmt ein Verbraucher maximale Leistung auf. Dazu ist der Lastwiderstand an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen.
- ⇒ Bei Variation des Lastwiderstandes ändern sich lastseitig Spannung, Strom und Leistung nach nichtlinearen Funktionen, obwohl ein linearer Stromkreis betrachtet wird.
- ⇒ Ein belasteter Spannungsteiler sollte so dimensioniert werden, dass er möglichst linear arbeitet. Dazu muss der Lastwiderstand viel größer als der Stellwiderstand sein.

• **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Formulieren Sie sich einfache Aufgaben als Selbsttest und bearbeiten Sie diese Aufgaben durch Anwendung der bisher behandelten Berechnungsvorschriften.

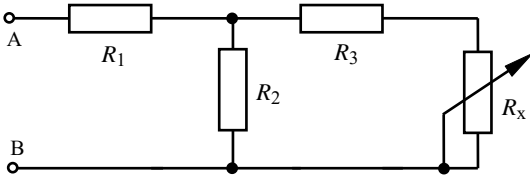
Beispiele zu Fragen zum Kapitel 3:

- ☞ Warum ist ein zu einer Reihenschaltung parallel geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Spannungsteilung beteiligt?
- ☞ Warum ist ein zu einer Parallelschaltung in Reihe geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Stromteilung beteiligt?
- ☞ Warum fließt der Strom in einem geschlossenen Stromkreis auch durch die Quelle?
- ☞ Wie groß sind Spannung, Strom und Leistung im Anpassungsfall?
- ☞ Wie ist das Verhalten eines elektrischen Stromkreises für folgende Fälle zu interpretieren: a) Leerlauf fall b) Anpassungsfall c) Kurzschlussfall?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Jetzt sind immer mehrere Lösungswege möglich.

Berechnungsbeispiel 3.1: Abgleich eines Widerstandswertes

Auf welchen Wert muss der Widerstand R_x im Bild B_3.1 eingestellt werden, wenn er gleich dem Gesamtwiderstand R_{AB} sein soll? Gesucht ist eine allgemeine Lösung und der entsprechende Zahlenwert.



Geg.: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$

$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$

$R_3 = 6 \text{ k}\Omega$

Ges.: $R_x = f(R_1, R_2, R_3)$

Bild B_3.1: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.1

Ansatz: $R_{AB} = R_x = R_1 + R_2 // (R_3 + R_x)$

- Parallelzeichen auflösen
- Hauptnenner bilden
- über Kreuz multiplizieren

$$R_x = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3 + R_x) + R_2 \cdot (R_3 + R_x)}{R_2 + R_3 + R_x}$$

$$R_x \cdot R_2 + R_x \cdot R_3 + R_x^2 = R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_x$$

Zur Bestimmung von R_x ergibt sich eine quadratische Gleichung. Durch Ordnen und Zusammenfassen erhalten wir die Normalform:

$$R_x^2 + R_x \cdot (R_3 - R_1) - (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) = 0 \quad \bullet \text{ Lösungsbeziehung anwenden}$$

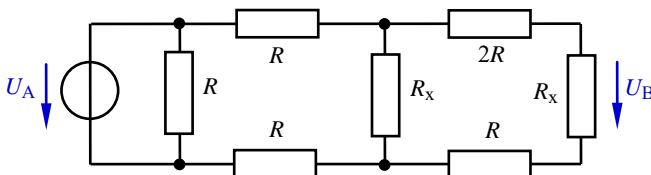
$$R_{x1,2} = -\frac{R_3 - R_1}{2} \pm \sqrt{\frac{(R_3 - R_1)^2}{4} + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Die negative Lösung entfällt, da ein ohmscher Widerstand nicht negativ werden kann.

Durch Einsetzen der Zahlenwerte erhalten wir das Ergebnis: $R_x = -2,5 \text{ k}\Omega + 5,12 \text{ k}\Omega = 2,62 \text{ k}\Omega$

Berechnungsbeispiel 3.2: Einstellung Spannungsverhältnis

Berechnen Sie den Widerstand R_x so, dass die Spannung U_B ein Fünftel von U_A beträgt.



Geg.: $R = 2 \text{ k}\Omega$

Bild B_3.2: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.2

Als Lösungsansatz wird die Spannungsteilerregel angewendet. Es gilt: $\frac{U_B}{U_A} = \frac{1}{5}$

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{R_x}{R_x + 2R + R} \cdot \frac{R_x // (R_x + 2R + R)}{R + R + R_x // (R_x + 2R + R)}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{R_x^2}{2R \cdot (2R_x + 3R) + R_x \cdot (R_x + 3R)}$$

$$5R_x^2 = 4R_x \cdot R + 6R^2 + R_x^2 + 3R_x \cdot R$$

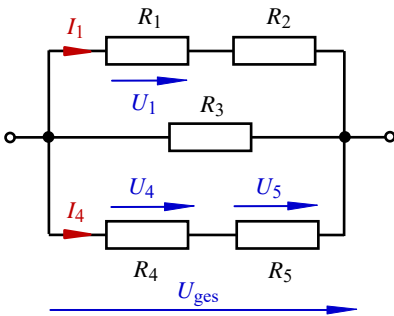
$$R_x^2 - R_x \cdot (1,75R) - 1,5R^2 = 0$$

$$R_x = 0,875R + 1,5R = 2,375R = 4,75 \text{ k}\Omega$$

- Parallelzeichen auflösen und Hauptnenner bilden
- über Kreuz multiplizieren
- Normalform bilden
- Lösungsbeziehung anwenden

Berechnungsbeispiel 3.3: Berechnung einer gemischten Schaltung A

Man bestimme den Gesamtwiderstand, den Spannungsabfall über R_5 , den Strom durch R_1 sowie die Teilverhältnisse I_1 / I_4 und U_1 / U_4 .



$$\text{Geg.: } U_{\text{ges}} = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 5 \text{ k}\Omega$$

Bild B_3.3: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.3

$$R_{\text{ges}} = (R_1 + R_2) // R_3 // (R_4 + R_5) = 3 \text{ k}\Omega // 3 \text{ k}\Omega // 9 \text{ k}\Omega \approx 1,29 \text{ k}\Omega$$

$$U_5 = U_{\text{ges}} \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = U_{\text{ges}} \cdot \frac{5}{9} = 6,6 \bar{6} \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{ges}}}{R_1 + R_2} = \frac{12 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} = 4 \text{ mA}$$

oder zur Übung mit der Stromteilerregel:

$$\frac{I_1}{I_{\text{ges}}} = \frac{R_3 // (R_4 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_3 // (R_4 + R_5)} = \frac{27}{63} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{3}{7} \cdot \frac{12 \text{ V}}{1,29 \text{ k}\Omega} = 4 \text{ mA}$$

$$\frac{I_1}{I_4} = \frac{R_4 + R_5}{R_1 + R_2} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\Rightarrow I_1 = 3 \cdot I_4$$

$$\frac{U_1}{U_4} = \frac{U_1}{U_{\text{ges}}} \cdot \frac{U_{\text{ges}}}{U_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow U_1 = 0,75 \cdot U_4$$

Berechnungsbeispiel 3.4: Berechnung einer gemischten Schaltung B

Von der Schaltung im Bild B_3.4 ist der Widerstand R bekannt. Man berechne den Gesamtwiderstand, das Verhältnis der Spannungen U_a/U_b und das Verhältnis der Ströme I_x/I_y .

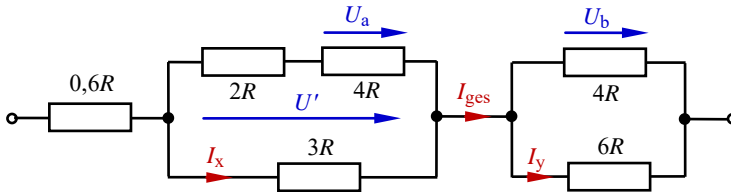


Bild B_3.4: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.4

$$R_{\text{ges}} = 0,6R + 3R // (2R + 4R) + 4R // 6R = 0,6R + 2R + 2,4R = 5R$$

Zur Bestimmung des Spannungsverhältnisses wird schrittweise die Spannungsteilerregel angewendet, indem man die Spannung U_a zu U' und dann die Spannung U' zu U_b ins Verhältnis setzt.

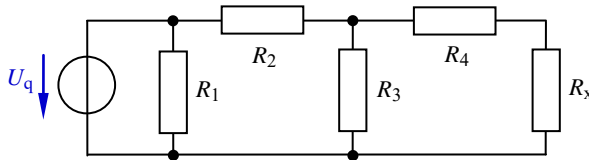
$$\frac{U_a}{U_b} = \frac{U_a}{U'} \cdot \frac{U'}{U_b} = \frac{4R}{4R + 2R} \cdot \frac{3R // (2R + 4R)}{4R // 6R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2,4} = \frac{4}{7,2} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

Das gesuchte Stromverhältnis wird ermittelt, indem man die beiden Ströme unter schrittweiser Anwendung der Stromteilerregel auf den Gesamtstrom bezieht.

$$\frac{I_x}{I_y} = \frac{I_x}{I_{\text{ges}}} \cdot \frac{I_{\text{ges}}}{I_y} = \frac{2R + 4R}{2R + 4R + 3R} \cdot \frac{4R + 6R}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$$

Berechnungsbeispiel 3.5: Einstellung Spannungsabfall

Welchen Wert muss R_x haben, damit über ihm ein Viertel der Gesamtspannung abfällt?



Geg.: $U_q = 12 \text{ V}$
 $R_1 = R_2 = R_A = 2 \text{ k}\Omega$
 $R_3 = R_4 = R_B = 3 \text{ k}\Omega$

Bild B_3.5: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.5

- a) Berechnen Sie R_x in allgemeiner Form $R_x = f(R_A, R_B)$ und als Zahlenwert.
- b) In welchem Verhältnis müssen die Widerstandswerte von R_A und R_B mindestens stehen, damit die Bedingung $U_x = 0,25 \cdot U_q$ überhaupt erfüllt werden kann?
- c) Bestimmen Sie R_{ges} , U_4 , I_3 sowie die Verhältnisse $\frac{I_1}{I_3}$ und $\frac{U_2}{U_4}$.

Zu a) Zur Bestimmung des Verhältnisses von U_x und U_q wird die Spannungsteilerregel (doppelter Spannungsteiler; siehe Bild B_3.5) angewendet. Laut Aufgabenstellung muss das Verhältnis 0,25 sein.

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{U_x}{U_3} \cdot \frac{U_3}{U_q} = \frac{R_x}{R_x + R_4} \cdot \frac{R_3 // (R_x + R_4)}{R_2 + R_3 // (R_x + R_4)} = \frac{R_x \cdot R_3 \cdot (R_x + R_4)}{(R_x + R_4) \cdot [R_2 \cdot (R_3 + R_x + R_4) + R_3 \cdot (R_x + R_4)]}$$

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{R_x \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 + R_x + R_4) + R_3 \cdot (R_x + R_4)} = \frac{R_x \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_x + R_2 \cdot R_4 + R_3 \cdot R_x + R_3 \cdot R_4}$$

Durch Einsetzen der Vereinfachungen für $R_1 = R_2 = R_A$ und $R_3 = R_4 = R_B$ erhält man:

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{R_x \cdot R_B}{R_A \cdot R_B + R_A \cdot R_x + R_A \cdot R_B + R_B \cdot R_x + R_B^2} = \frac{1}{4}$$

Diese Gleichung ist nun auszumultiplizieren und nach R_x umzustellen.

$$4R_x \cdot R_B = 2R_A \cdot R_B + R_A \cdot R_x + R_B \cdot R_x + R_B^2$$

$$R_x = \frac{2R_A \cdot R_B + R_B^2}{3R_B - R_A} = 3 \text{ k}\Omega$$

Zu b) Aus der Berechnungsvorschrift für R_x ist erkennbar, dass das Ergebnis durchaus negativ werden kann. Das bedeutet, dass die Schaltung nicht unter allen Bedingungen in der Lage ist, ein Spannungsverhältnis von $U_x / U_q = 0,25$ zu erzeugen. Da es keine negativen ohmschen Widerstände gibt, muss bei der Dimensionierung der Schaltung die Randbedingung $R_A < 3 R_B$ eingehalten werden.

Zu c) Zur Übung der Widerstandsrechnung sowie der Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel sollten Sie die folgenden Schritte selbstständig ausführen. Die angegebenen Lösungsansätze dienen im Zusammenhang mit dem Rechenergebnis lediglich zum Vergleich. Für die Spannungen und die Ströme wurden die Indizes der Widerstände verwendet. Zeichnen Sie sich die Zählpfeile der Spannungen und Ströme in die Schaltung des Bildes B_3.5 ein!

$$R_{\text{ges}} = R_1 // [R_2 + R_3 // (R_x + R_4)] = 1,3 \text{ k}\Omega$$

$$U_4 = U_q \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_x} \cdot \frac{R_3 // (R_4 + R_x)}{R_2 + R_3 // (R_4 + R_x)} = 3 \text{ V}$$

$$I_3 = I_2 \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_3 + R_4 + R_x} = \frac{U_q}{R_2 + R_3 // (R_4 + R_x)} \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_3 + R_4 + R_x} = 2 \text{ mA}$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_2 + R_3 // (R_4 + R_x)}{R_1} \cdot \frac{R_3 + R_4 + R_x}{R_4 + R_x} = 3$$

$$\frac{U_2}{U_4} = \frac{R_2}{R_3 // (R_4 + R_x)} \cdot \frac{R_4 + R_x}{R_4} = 2$$

Berechnungsbeispiel 3.6: Gleicher Leistungsumsatz

Wie groß muss der Widerstand R_3 sein, damit in ihm die gleiche Leistung umgesetzt wird wie im Widerstand R_7 ? Es gilt: $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R = 1,6 \text{ k}\Omega$ und $U_q = 12 \text{ V}$.

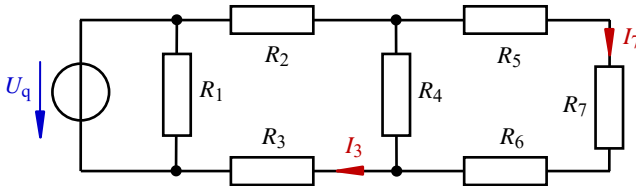


Bild B_3.6: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.6

Laut Aufgabenstellung muss gelten:

$$P_3 = P_7 \quad \text{bzw.:} \quad I_3^2 \cdot R_3 = I_7^2 \cdot R_7 \quad \text{oder:} \quad \frac{U_3^2}{R_3} = \frac{U_7^2}{R_7}$$

Die Aufgabe ist demzufolge über zwei Varianten lösbar. Zunächst wird über die Ströme gerechnet.

$$\frac{I_7}{I_3} = \frac{R_4}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad I_7 = \frac{I_3}{4}$$

$$\text{Für den Leistungsansatz gilt:} \quad I_3^2 \cdot R_3 = \left(\frac{I_3}{4}\right)^2 \cdot R_7 \quad \Rightarrow \quad R_3 = \frac{R_7}{16} = \frac{R}{16} = 100 \Omega$$

Zur Übung wollen wir die Aufgabe zusätzlich über den Spannungsteiler berechnen:

$$\frac{U_3}{U_7} = \frac{R_3}{R_4 \parallel (R_5 + R_6 + R_7)} \cdot \frac{R_5 + R_6 + R_7}{R_7} = \frac{R_3}{0,75R} \cdot \frac{3R}{R} = \frac{4R_3}{R} \quad \Rightarrow \quad U_7 = U_3 \cdot \frac{R}{4R_3}$$

$$\text{Für den Leistungsansatz gilt jetzt:} \quad \frac{U_3^2}{R_3} = \left(U_3 \cdot \frac{R}{4R_3}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_7} \quad \Rightarrow \quad R_3 = \frac{R}{16} = 100 \Omega$$

Berechnungsbeispiel 3.7: Überlastung von Widerständen

Welche Spannung U_{AB} darf maximal an die Schaltung im Bild B_3.7 gelegt werden, damit keiner der Widerstände überlastet wird?

$$\begin{array}{llll} \text{Geg.: } R_1 = R_4 = R_5 = 40 \Omega & R_2 = 110 \Omega & R_3 = 60 \Omega & R_6 = 100 \Omega \\ P_1 = P_4 = P_5 = 10 \text{ W} & P_2 = 18 \text{ W} & P_3 = 15 \text{ W} & P_6 = 36 \text{ W} \end{array}$$

Zunächst werden mit den Widerstandsdaten und den maximal zulässigen Leistungen die zulässigen Teilspannungen berechnet. Alle Spannungszählpfeile zeigen nach rechts (\rightarrow).

$$\text{Es gilt: } U_{\max} = \sqrt{P_{\max} \cdot R} \quad \text{bzw.:}$$

$$U_{1,\max} = U_{4,\max} = U_{5,\max} = 20 \text{ V} \quad U_{2,\max} \approx 44,5 \text{ V} \quad U_{3,\max} = 30 \text{ V} \quad U_{6,\max} = 60 \text{ V}$$

Nun bestimmen wir mit der Spannungsteilerregel für jeden Widerstand aus der maximal zulässigen Teilspannung die jeweils maximal zulässige Gesamtspannung.

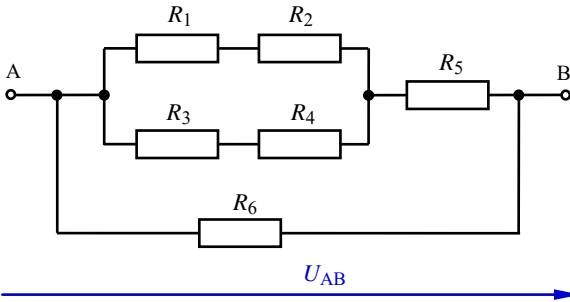


Bild B_3.7: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 3.7

$$\frac{U_1}{U_{AB}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)}{R_5 + (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)} = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad U_{AB1, \max} = U_{1, \max} \cdot \frac{25}{4} = 125 \text{ V}$$

$$\frac{U_2}{U_{AB}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)}{R_5 + (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)} = \frac{11}{15} \cdot \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad U_{AB2, \max} = U_{2, \max} \cdot \frac{25}{11} = 101,1 \text{ V}$$

$$\frac{U_3}{U_{AB}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \frac{(R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)}{R_5 + (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad U_{AB3, \max} = U_{3, \max} \cdot \frac{25}{9} = 83,3 \text{ V}$$

$$\frac{U_4}{U_{AB}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{(R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)}{R_5 + (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad U_{AB4, \max} = U_{4, \max} \cdot \frac{25}{6} = 83,3 \text{ V}$$

$$\frac{U_5}{U_{AB}} = \frac{R_5}{R_5 + (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4)} = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad U_{AB5, \max} = U_{5, \max} \cdot \frac{5}{2} = 50 \text{ V}$$

$$U_6 = U_{AB} \quad \Rightarrow \quad U_{AB6, \max} = U_{6, \max} = 60 \text{ V}$$

Die kleinste errechnete Gesamtspannung $U_{AB5, \max}$ ist diejenige Gesamtspannung, die maximal an die Widerstandskonfiguration gelegt werden darf. Das sind in diesem Beispiel 50 V. Beim Überschreiten dieser Spannung würde der Widerstand R_5 zuerst überlastet.

Berechnungsbeispiel 3.8: Leistungsaufnahme eines Lastwiderstandes

An eine Quelle mit der Quellenspannung $U_q = 15 \text{ V}$ und einem Innenwiderstand $R_i = 2,5 \Omega$ wird ein variabler Lastwiderstand R_a angeschlossen.

a) Auf welchen Wert muss der Lastwiderstand R_a eingestellt werden, damit er eine Leistung $P_a = 20 \text{ W}$ aufnimmt?

b) Leiten Sie einen allgemeinen Ausdruck für den erforderlichen Strom her, der diese Leistungsaufnahme bewirkt.

Zu a) Im Anpassungsfall wird in R_a eine maximale Leistung umgesetzt: $P_{a,max} = \frac{U_q^2}{4R_1} = 22,5 \text{ W}$

Für einen Leistungsumsatz kleiner als $P_{a,max}$ (laut Aufgabenstellung: $P_a = 20 \text{ W}$) müssen sich gemäß dem Funktionsverlauf $P_a = f(R_a)$ zwei Lastwiderstände ergeben, in denen die gleiche Leistung umgesetzt wird. Es ist also eine quadratische Gleichung zu erwarten.

$$P_a = I^2 \cdot R_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_1 + R_a)^2} \quad \Rightarrow \quad R_a^2 + 2R_1 \cdot R_a - \frac{U_q^2 \cdot R_a}{P_a} + R_1^2 = 0$$

$R_{a1,2} = 3,125 \Omega \pm 1,875 \Omega$. Damit ergeben sich zwei Lösungen für R_a : $R_{a1} = 1,25 \Omega$ und $R_{a2} = 5 \Omega$.

Zu b) Zur Herleitung eines Ausdruckes für den Strom, der ja durch $R_{ges} = R_1 + R_a$ fließt, ist es zweckmäßig, mit $R_a = R_{ges} - R_1$ zu rechnen.

$$P_a = I^2 \cdot R_a = I^2 \cdot R_{ges} - I^2 \cdot R_1 = \frac{I^2 \cdot U_q}{I} - I^2 \cdot R_1 = U_q \cdot I - I^2 \cdot R_1$$

Daraus entsteht durch Ausmultiplizieren und Ordnen die Normalform einer quadratischen Gleichung einschließlich ihrer Lösung in allgemeiner Form:

$$I^2 - I \frac{U_q}{R_1} + \frac{P_a}{R_1} = 0 \quad I_{1,2} = \frac{U_q}{2R_1} \pm \sqrt{\frac{U_q^2}{4R_1^2} - \frac{P_a}{R_1}}$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte ergeben sich die beiden Ströme mit $I_1 = 4 \text{ A}$ und $I_2 = 2 \text{ A}$.

Berechnungsbeispiel 3.9: Leistung und Wirkungsgrad

Die Schaltungen im Bild B_3.8 unterscheiden sich im Aufbau ihres aktiven Zweipols (links von der Trennstelle d – e). Geg.: $U_q = 12 \text{ V}$ $R_1 = 30 \Omega$ $R_2 = 60 \Omega$ $R_3 = 20 \Omega$

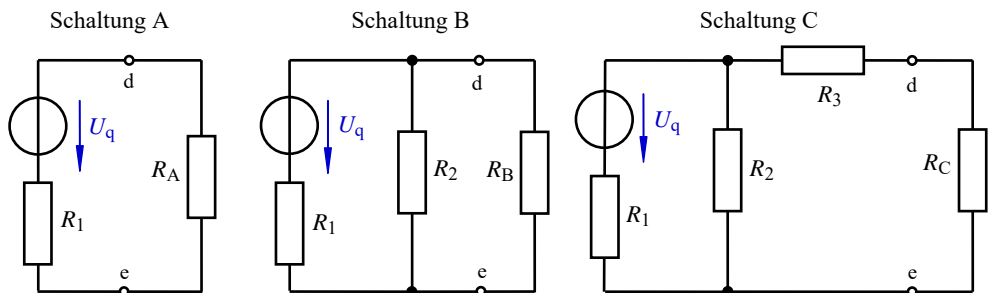


Bild B_3.8: Schaltungsvarianten zum Berechnungsbeispiel 3.9

- Wie müssen die Lastwiderstände R_A , R_B und R_C dimensioniert werden, damit die abgegebene Leistung ein Maximum wird? Berechnen Sie diese Leistungen.
- Welchen Wirkungsgrad weist die jeweilige Schaltung auf, wenn der Lastwiderstand einheitlich auf $R_a = 20 \Omega$ eingestellt wird? Wie groß sind jetzt die abgegebenen Leistungen?