

Daniel Ch. von Grünigen

# Digitale Signalverarbeitung

mit einer Einführung in die  
kontinuierlichen Signale und Systeme



5., neu bearbeitete Auflage



HANSER



**Blieben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

**[www.hanser-fachbuch.de/newsletter](http://www.hanser-fachbuch.de/newsletter)**



Daniel Ch. von Grünigen

# Digitale Signalverarbeitung

mit einer Einführung in die  
kontinuierlichen Signale und Systeme

5., neu bearbeitete Auflage

Mit 249 Bildern, 125 Beispielen, 82 Aufgaben



**Fachbuchverlag Leipzig**  
im Carl Hanser Verlag

**Autor:**

Prof. Dr. sc. techn. ETH Daniel Ch. von Grünigen  
Bernser Fachhochschule, Hochschule für Technik und Informatik Burgdorf



Alle in diesem Buch enthaltenen Programme, Verfahren und elektronischen Schaltungen wurden nach bestem Wissen erstellt und mit Sorgfalt getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund ist das im vorliegenden Buch enthaltene Programm-Material mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN: 978-3-446-44079-1

E-Book-ISBN: 978-3-446-43991-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2014 Carl Hanser Verlag München

Internet: <http://www.hanser-fachbuch.de>

Lektorat: Franziska Jacob, M.A., Mirja Werner, M.A.

Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann

Satz: Daniel Ch. von Grünigen

Produktion der DSV-Programme: Ivo Oesch (dipl. El. Ing. FH)

Coverconcept: Marc Müller-Bremer, [www.rebranding.de](http://www.rebranding.de), München

Coverrealisierung: Stephan Rönigk

Druck und Bindung: Pustet, Regensburg

Printed in Germany

**»Der Weltuntergang steht bevor,  
aber nicht so, wie Sie denken.  
Dieser Krieg jagt nicht alles in die Luft,  
sondern schaltet alles ab.«**



**Tom DeMarco**  
**Als auf der Welt das Licht ausging**

ca. 560 Seiten. Hardcover  
ca. € 19,99 [D] / € 20,60 [A] / sFr 28,90  
ISBN 978-3-446-43960-3  
Erscheint im November 2014

**Hier klicken zur  
Leseprobe**

Sie möchten mehr über Tom DeMarco und seine Bücher erfahren.  
Einfach reinklicken unter [www.hanser-fachbuch.de/special/demarco](http://www.hanser-fachbuch.de/special/demarco)

# Vorwort

Die *digitale Signalverarbeitung* (DSV), d. h. das Verarbeiten von Signalen mittels digitaler Rechner, hat in den letzten dreißig Jahren einen ungeheuren Aufschwung erlebt. Der Grund dafür liegt bei den leistungsfähigen und preiswerten Computern, die seit den Achtzigerjahren zur Verfügung stehen sowie in der fundierten Theorie, die Forscherinnen und Forscher in den letzten Jahrzehnten erarbeitet haben, und schließlich in den attraktiven Anwendungen, die je länger je mehr Eingang in unseren Alltag finden. Die digitale Signalverarbeitung wird sich in den Bereichen Software, Technologie, Theorie und Anwendungen rasch weiterentwickeln, so dass es für jeden Ingenieur, Physiker und Informatiker lohnenswert ist, sich in den Grundlagen dieses Fachgebiets auszukennen.

Die digitale Signalverarbeitung ist eine vorwiegend mathematisch orientierte Disziplin und es bereitet deshalb vielen Studenten und Praktikern Mühe, den Einstieg zu finden. Um den Zugang zu erleichtern, verzichte ich unter Angabe von Literaturstellen auf viele Herleitungen und lege das Gewicht auf die Interpretation und Illustration der Resultate. Andererseits ist es mir ein Anliegen, die Ergebnisse mathematisch korrekt und in Übereinstimmung mit der maßgebenden Fachliteratur zu präsentieren. Zudem lege ich Wert auf die Verwendung der Matrizenrechnung, weil ich glaube, dass sie zukünftig für die DSV unentbehrlich ist. Beispiele für die Verwendung der Matrizenrechnung sind MATLAB<sup>®</sup> und LabVIEW, zwei weit verbreitete Programm-Systeme, welche digitale Signale in Form von Zeilen- oder Spaltenmatrizen verarbeiten.

Mein Grundlagenbuch richtet sich an Studierende, Ingenieure, Physiker und Informatiker, die sich für die DSV interessieren oder Probleme aus diesem Aufgabenkreis zu lösen haben. Bezüglich der Mathematik werden Kenntnisse vorausgesetzt, wie sie an Technischen Universitäten, Hoch- und Fachhochschulen in den ersten vier Semestern gelehrt werden. Ich möchte aber auch Leser und Leserinnen ohne tiefe Mathematikkenntnisse motivieren, in das zukunftssträchtige Gebiet der digitalen Signalverarbeitung einzusteigen, und bemühe mich daher, den Stoff so anschaulich wie möglich zu präsentieren. Dennoch darf nicht verschwiegen werden, dass die Mathematik für ein gründliches Verstehen unerlässlich ist und vom Studierenden deshalb die Bereitschaft vorausgesetzt wird, sich mit anspruchsvollem, aber faszinierendem Stoff auseinanderzusetzen.

Das Buch gliedert sich in acht Kapitel: In einer Einführung werden die praktischen Aspekte der DSV aufgezeigt. Im darauf folgenden Kapitel werden kontinuierliche Signale und Systeme im Zeit- und Bildbereich beschrieben. Der Übergang vom kontinuierlichen zum diskreten Signal und umgekehrt wird im anschließenden Kapitel erläutert. Danach folgt eine Behandlung von diskreten Signalen und Systemen, die u. a. die  $z$ -Transformation beinhaltet. Das fünfte Kapitel führt in die Theorie der stochastischen Signale ein und zeigt, wie Korrelationsfunktionen geschätzt werden. In den drei letzten Kapiteln werden die klassischen Anwendungen der DSV präsentiert: die diskrete Fourier-Transformation, die Digitalfilter und die digitalen Signalgeneratoren.

Das Buch will mehrere Zwecke erfüllen:

- Es soll ein Lehrbuch für die Grundlagen der angewandten digitalen Signalverarbeitung sein. Deshalb gibt es zu jedem Kapitel Übungen, deren Lösungen sich auf der Website <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> befinden. Zum vollständigen Lösen der Aufgaben wird die Studenten- oder Vollversion von MATLAB 6.1 oder höher inklusive der Signal Processing Toolbox<sup>1</sup> vorausgesetzt. Zum Studium des Buches ist das Software-Paket jedoch nicht erforderlich.
- Es soll in der Praxis als Handbuch bei DSV-Aufgabenstellungen dienen. Es enthält unter anderem Richtlinien zum Entwurf von Bandbegrenzung- und Digitalfiltern, Anwendungsmöglichkeiten für Korrelationen, praktische Hinweise zur Durchführung von Fourier-Transformationen sowie Realisierungsvorschläge für Signalgeneratoren.
- Es soll als Nachschlagebuch für grundlegende Begriffe aus der digitalen Signalverarbeitung behilflich sein. Zu diesem Zweck ist ein umfangreiches Verzeichnis von deutschen *und* englischen Stichworten beigefügt.
- Es soll ein Einsteigerbuch sein für Studierende, die sich eine solide Grundausbildung in der digitalen Signalverarbeitung aneignen wollen, um sich später Spezialgebieten der DSV zuzuwenden. Ich denke dabei an die Sprach- und Bildverarbeitung, die adaptiven Filter, die digitale Kommunikation, die digitale Regelungstechnik, etc.
- Es soll als Manual zu einem DSV-Praktikum einsetzbar sein. Im Anhang sind MATLAB-Programme beschrieben, mit denen man Digitalfilter und Signalgeneratoren entwerfen, simulieren und über die Soundkarte realisieren kann. In der Programmsammlung findet sich zudem das MATLAB unabhängige PC-Programm `spsound`, das mittels der Soundkarte die Echtzeitrealisierung von digitalen Filtern und Signalgeneratoren erlaubt.

---

<sup>1</sup><http://www.mathworks.com>



Die meisten Simulationen und Berechnungen wurden mit MATLAB durchgeführt. Diese Software ist für die digitale Signalverarbeitung sehr geeignet, da sie Aufgabenstellungen aus dem Bereich der numerischen Mathematik zuverlässig und schnell löst und ausserdem eine Signal-Processing-Toolbox zur Bearbeitung von DSV-Aufgaben enthält. Mithilfe sogenannter M-Files kann der Anwender massgeschneiderte Programme mit MATLAB-Befehlen schreiben, falls er eigene Simulationen und Berechnungen durchführen will. M-Files und weitere Software, welche für das vorliegende Lehrbuch erstellt wurden, sind unter der Internet-Adresse <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> verfügbar.

An der Entstehung dieses Lehrbuchs haben einige Personen mitgewirkt. Allen voran Herr Ivo A. Oesch, dipl. El.Ing. FH, der den Simulator und das PC-Programm `spsound` entworfen und programmiert hat. Die Mehrzahl der Zeichnungen wurden von Herrn D. Hadorn erstellt und von der ehemaligen Gesellschaft für Fachpublikationen des Hochschulstandorts Burgdorf gesponsert. Mitgearbeitet haben auch Studentinnen und Studenten in Form von Projektarbeiten, die von Ivo A. Oesch hervorragend betreut wurden. Ihnen allen möchte ich danken. Ein herzliches Dankeschön geht auch an den Hanser Verlag für die gute Zusammenarbeit.

Burgdorf, im Februar 2014  
Daniel Ch. von Grünigen

## **Bemerkungen zur 5. Auflage**

Das Buch in der 5. Auflage ist eine erweiterte und vollständig überarbeitete Version der 4. Auflage. Neu ist – neben vielen Beispielen und Aufgaben – das Kapitel 3 ‘Signalabtastung und Signalrekonstruktion’, das vorher in eingeschränkter Form in Kapitel 2 integriert war. Verzichtet wurde dagegen auf den Codegenerator für den DSP-Starterkit TMS320VC5510-DSK von Texas-Instruments. An seiner Stelle wurde zur Realisierung von digitalen Filtern und Signalgeneratoren das PC-Programm `spsound` entwickelt. Dieses Programm erlaubt die Eingabe von Digitalfiltern, die Darstellung ihres Amplitudengangs, die Generierung und die Filterung von Signalen, die Berechnung ihrer Spektren und die Ausgabe via Soundkarte. Das Programm ist lauffähig unter Windows XP und Windows 7 und kann von der URL <http://labs.hti.bfh.ch/dsv> heruntergeladen werden.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Grundlagen . . . . .	1
1.2 Der Signalprozessor als Digitalrechner . . . . .	5
1.3 Anwendungsbeispiele . . . . .	7
1.3.1 Korrelation . . . . .	8
1.3.2 Diskrete Fourier-Transformation . . . . .	9
1.3.3 Digitale Filterung . . . . .	11
1.3.4 Signalerzeugung . . . . .	12
1.4 Vor- und Nachteile der DSV . . . . .	14
1.4.1 Vorteile der digitalen Signalverarbeitung . . . . .	14
1.4.2 Nachteile der digitalen Signalverarbeitung . . . . .	15
<b>2 Kontinuierliche Signale und Systeme</b>	<b>17</b>
2.1 Charakterisierung von Signalen . . . . .	17
2.1.1 Elementarsignale . . . . .	17
2.1.2 Kontinuierliche und diskrete Signale . . . . .	21
2.1.3 Deterministische und stochastische Signale . . . . .	21
2.1.4 Periodische, kausale, gerade und ungerade Signale . . . . .	22
2.1.5 Reelle und komplexe Signale . . . . .	24
2.1.6 Energie- und Leistungssignale . . . . .	26
2.1.7 Orthogonale Signale . . . . .	28
2.2 Fourier-Reihe und Fourier-Transformation . . . . .	29
2.2.1 Fourier-Reihe . . . . .	29

2.2.2	Fourier-Transformation . . . . .	33
2.2.3	Eigenschaften der Fourier-Transformation . . . . .	40
2.3	Faltung und Korrelation von Signalen . . . . .	51
2.3.1	Faltung von Signalen . . . . .	51
2.3.2	Korrelation von Signalen . . . . .	55
2.4	Die Laplace-Transformation . . . . .	57
2.4.1	Definition und Beispiele . . . . .	57
2.4.2	Vergleich der Laplace- mit der Fourier-Transformation . . . . .	60
2.5	Kontinuierliche Systeme . . . . .	65
2.5.1	Grundlagen . . . . .	65
2.5.2	Impulsantwort und Faltung . . . . .	66
2.5.3	Frequenzgang und Übertragungsfunktion . . . . .	69
2.5.4	Differentialgleichung und Übertragungsfunktion . . . . .	80
2.5.5	Bandbreite und Zeitspezifikationen . . . . .	86
	Aufgaben . . . . .	88
<b>3</b>	<b>Signalabtastung und Rekonstruktion</b>	<b>93</b>
3.1	Abtastung . . . . .	93
3.2	Signalrekonstruktion . . . . .	97
3.2.1	Ideale Rekonstruktion und Abtasttheorem . . . . .	97
3.2.2	Signalrekonstruktion mittels Halteglied . . . . .	101
3.2.3	Rekonstruktion mittels linearer Interpolation . . . . .	103
3.3	Antialiasing- und Glättungsfilter . . . . .	105
3.3.1	Antialiasingfilter . . . . .	105
3.3.2	Glättungsfilter . . . . .	107
	Aufgaben . . . . .	108
<b>4</b>	<b>Zeitdiskrete Signale und Systeme</b>	<b>111</b>
4.1	Zeitdiskrete Signale . . . . .	111
4.1.1	Grundlagen . . . . .	111
4.1.2	Zeitdiskrete Elementarsignale . . . . .	113
4.1.3	Periodische und kausale diskrete Signale . . . . .	114
4.1.4	Diskrete Energie- und Leistungssignale . . . . .	115
4.2	Lineare zeitinvariante diskrete Systeme . . . . .	120

4.2.1	Grundlagen . . . . .	120
4.2.2	Impulsantwort . . . . .	121
4.2.3	Diskrete Faltung . . . . .	122
4.3	Die z-Transformation . . . . .	125
4.3.1	Von der Fourier- zur z-Transformation . . . . .	125
4.3.2	Eigenschaften der z-Transformation . . . . .	128
4.3.3	Frequenzgang und Übertragungsfunktion . . . . .	130
4.4	Nichtrekursive und rekursive Systeme . . . . .	135
4.4.1	Differenzgleichung . . . . .	135
4.4.2	Übertragungsfunktion . . . . .	140
	Aufgaben . . . . .	143
<b>5</b>	<b>Zeitdiskrete stochastische Signale</b>	<b>147</b>
5.1	Die Zufallsvariable . . . . .	147
5.2	Erwartungswerte . . . . .	151
5.3	Stochastische Signale . . . . .	156
5.3.1	Mittelwert und Korrelation stochastischer Signale . . . . .	158
5.3.2	Stationäre und ergodische Signale . . . . .	159
5.4	Leistungsdichtespektrum und Filterung . . . . .	164
5.4.1	Leistungsdichtespektrum . . . . .	164
5.4.2	Filterung stochastischer Signale . . . . .	166
5.5	Schätzung von Erwartungswerten . . . . .	169
5.5.1	Eigenschaften von Schätzfunktionen . . . . .	169
5.5.2	Schätzung des Mittelwerts und der Korrelationsfunktion . . . . .	171
	Aufgaben . . . . .	177
<b>6</b>	<b>Diskrete Fourier-Transformation</b>	<b>181</b>
6.1	Einführung . . . . .	181
6.1.1	Motivation . . . . .	181
6.1.2	Definition . . . . .	182
6.2	Interpretationen und Eigenschaften der DFT . . . . .	183
6.2.1	Matrix-Interpretation der DFT . . . . .	183
6.2.2	Die DFT-Koeffizienten als Korrelationen . . . . .	185
6.2.3	Graphische Interpretation . . . . .	186

6.2.4	Eigenschaften der DFT . . . . .	187
6.3	Die DFT als Approximation . . . . .	188
6.3.1	Die DFT als Approximation der Fourier- Transformierten . . . . .	189
6.3.2	Die DFT als Approximation der Fourier-Reihe . . . . .	190
6.3.3	Die DFT als Approximation der DTFT . . . . .	191
6.4	Die Berechnung der DFT mittels der FFT . . . . .	192
6.5	Der Goertzel-Algorithmus . . . . .	196
6.5.1	Herleitung . . . . .	197
6.5.2	Der Goertzel-Algorithmus als dezimierendes Bandpassfilter . . . . .	199
6.6	Fensterung . . . . .	202
6.6.1	Die DFT periodischer Signale . . . . .	202
6.6.2	Mathematische Interpretation der Fensterung . . . . .	204
6.6.3	Fensterung und spektrale Auflösung . . . . .	205
6.6.4	Fensterfunktionen . . . . .	206
6.7	Die praktische Durchführung der DFT . . . . .	212
6.7.1	Die Wahl der Abtastfrequenz . . . . .	212
6.7.2	Die Wahl der Anzahl Abtastwerte . . . . .	213
6.7.3	Beispiele . . . . .	215
6.7.4	Fazit . . . . .	222
	Aufgaben . . . . .	222
<b>7</b>	<b>Digitalfilter</b>	<b>227</b>
7.1	Einführung . . . . .	227
7.1.1	Echtzeitsystem zur digitalen Filterung . . . . .	227
7.1.2	Filterfunktionen . . . . .	228
7.1.3	Das Digitalfilter als LTI-System . . . . .	231
7.2	Eigenschaften und Strukturen digitaler Filter . . . . .	234
7.2.1	Eigenschaften und Strukturen von FIR-Filtern . . . . .	234
7.2.2	Eigenschaften und Strukturen von IIR-Filtern . . . . .	240
7.3	Entwurf digitaler Filter . . . . .	247
7.3.1	Einführung . . . . .	247
7.3.2	Entwurf von FIR-Filtern . . . . .	250
7.3.3	Entwurf von IIR-Filtern . . . . .	254

7.4	Nichtideale Effekte bei Digitalfiltern . . . . .	258
7.4.1	Zahlendarstellungen . . . . .	258
7.4.2	Quantisierung bei der Analog-Digital-Wandlung . . . . .	262
7.4.3	Quantisierung der Filterkoeffizienten . . . . .	266
7.4.4	Überlauf und Quantisierung von Zwischen- ergebnissen . . . . .	269
7.4.5	Skalierung zur Verhinderung von Überläufen . . . . .	272
7.4.6	Quantisierungsrauschen . . . . .	276
7.4.7	Zusammenfassung . . . . .	281
7.5	Realisierung digitaler Filter . . . . .	283
7.5.1	Vorgehen zur Realisierung eines Digitalfilters . . . . .	283
7.5.2	Anwendungsbeispiel . . . . .	287
	Aufgaben . . . . .	291
<b>8</b>	<b>Signalgeneratoren</b>	<b>301</b>
8.1	Einfache Signalgeneratoren . . . . .	301
8.1.1	Sägezahngenerator . . . . .	302
8.1.2	Rechteckgenerator . . . . .	304
8.1.3	Dreieckgenerator . . . . .	306
8.2	Direkte digitale Synthese . . . . .	308
8.3	Polynomapproximation . . . . .	310
8.4	Impulsantwort-Generatoren . . . . .	316
8.4.1	Das stabile Digitalfilter als Signalgenerator . . . . .	316
8.4.2	Das instabile Digitalfilter als Sinusoszillator . . . . .	317
8.4.3	Kombinierter Sinus-Cosinus-Oszillator . . . . .	319
8.5	Rauschgeneratoren . . . . .	321
8.5.1	Rauschgenerator mit gleichverteilten Abtastwerten . . . . .	321
8.5.2	Rauschgenerator mit gaussverteilten Abtastwerten . . . . .	322
8.5.3	Generator für farbiges Rauschen . . . . .	323
	Aufgaben . . . . .	324
<b>A</b>	<b>Begleitdateien und Programme zum Buch</b>	<b>327</b>
A.1	Begleitdateien und Installation . . . . .	327
A.2	Das MATLAB-Programm <code>spfilt</code> . . . . .	329
A.3	Der MATLAB-Simulator <code>simdsp</code> . . . . .	333