

Robert Freimann

# Hydraulik in der Wasserwirtschaft

Grundlagen und Anwendungen



4., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER





**Bleiben Sie auf dem Laufenden!**

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

**[www.hanser-fachbuch.de/newsletter](http://www.hanser-fachbuch.de/newsletter)**



Robert Freimann

# Hydraulik in der Wasserwirtschaft

Grundlagen und Anwendungen

4., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER

Dieses Buch ist in den Auflagen 1 bis 3 unter dem Titel „Hydraulik für Bauingenieure“ erschienen.

**Der Autor:**

Prof. Dr.-Ing. Robert Freimann, Hochschule für angewandte Wissenschaften, München



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2023 Carl Hanser Verlag München

Internet: [www.hanser-fachbuch.de](http://www.hanser-fachbuch.de)

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Frauke Schafft

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, [www.rebranding.de](http://www.rebranding.de), München

Titelbild: © shutterstock.com/Amstk

Satz: Eberl & Koesel Studio, Kempten

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-46088-1

E-Book-ISBN 978-3-446-46089-8

# Vorwort zur 4. Auflage

## **Liebe Leserin, lieber Leser,**

die bisherigen Auflagen 1 bis 3 wurden von Ihnen sehr gut angenommen, vielen Dank dafür. Daher habe ich mich zusammen mit dem Carl Hanser Verlag entschieden, eine vierte Auflage herauszubringen. Wie Sie vielleicht bemerkt haben, geschieht dies unter etwas anderem Titel. Da der Nutzerkreis unserer Erfahrung nach deutlich über die Beteiligten des Bauingenieurwesens hinausgeht, lautet der Titel nun „Hydraulik in der Wasserwirtschaft“. Dies trägt dem Umstand Rechnung, dass hydraulische Erkenntnisse und Prinzipien beispielsweise auch von Hydrologinnen und Hydrologen, Agrar- und Umweltingenieurinnen und -ingenieuren, Landschafts- und Stadtplanerinnen und -planern sowie Vermessungsingenieurinnen und -ingenieuren in den jeweiligen Tätigkeitsbereichen genutzt und umgesetzt werden.

Mit diesem Buch wende ich mich an die gesamte Leserschaft, unabhängig vom Geschlecht und anderen Merkmalen. Keine Person soll weder bevorzugt noch benachteiligt werden. Bei direkter Ansprache verfare ich wie im ersten Absatz bereits geschehen, möchte dabei aber ausdrücklich alle Personen geschlechtsneutral mit einbeziehen (w/m/d). Auf die in diesem Zusammenhang manchmal eingesetzten Sonderzeichen verzichte ich zugunsten einer guten Lesbarkeit bewusst.

Der Aufbau bleibt weitgehend gleich, ebenso der Inhalt. Hier und da wurde etwas korrigiert, ergänzt, verdeutlicht oder anders dargestellt. Dies alles erfolgt nicht zuletzt aufgrund der Anregungen seitens der Leserschaft, für die ich mich an dieser Stelle bedanken möchte. Unverändert sind die praxisgerechte Aufbereitung der hydraulischen Grundlagen sowie die durchgerechneten Beispiele und selbst zu lösenden Aufgaben mit detaillierten Lösungen. Auch die einschlägigen englischsprachigen Fachbegriffe werden beibehalten. Hinzugekommen sind Praxishinweise, die Ihnen weitere Informationen liefern können. Aus technischen Gründen nicht fortgeführt werden kann die App FREDDY, weshalb in diesem Buch auch kein Verweis oder QR-Code mehr zu finden ist.

Nach wie vor richtet sich dieses Buch in erster Linie an Studierende an Universitäten, Hochschulen und vergleichbaren Bildungseinrichtungen. Neben der Vermitt-

lung der im Studium erforderlichen Kenntnisse kann es aber auch der Praktikerin und dem Praktiker eine wertvolle Hilfe zur kurzfristigen Auffrischung von hydraulischen Inhalten sein. Der Stoff ist fundiert dargestellt, ohne dabei theoretische Her- und Ableitungen in den Vordergrund zu stellen.

Ich danke allen, die mir wieder mit Rat und Tat bei der Erstellung des Manuskriptes behilflich waren. Ein besonderer Dank geht an das Team um Frau Natalia Silakova und Frau Christina Kubiak vom Carl Hanser Verlag für die sehr gute, angenehme und geduldige Zusammenarbeit.

München, im September 2022

Robert Freimann

# Inhalt

<b>Vorwort zur 4. Auflage</b> .....	<b>V</b>
<b>1 Einführung und Grundlagen</b> .....	<b>1</b>
1.1 Bedeutung der Hydraulik .....	1
1.2 Wichtige Eigenschaften von Wasser .....	4
1.2.1 Dichte .....	5
1.2.2 Viskosität oder Zähigkeit .....	7
1.2.3 Volumenelastizität .....	8
1.2.4 Schallgeschwindigkeit .....	8
1.2.5 Oberflächenspannung und Kapillarität .....	9
1.2.6 Dampfdruck .....	10
1.3 Höhensysteme und Transportmechanismen .....	11
1.3.1 Höhensysteme .....	11
1.3.2 Physikalische Transportmechanismen .....	12
1.4 Englische Fachbegriffe zu Kapitel 1 .....	14
<b>2 Hydrostatik</b> .....	<b>15</b>
2.1 Flüssigkeitsdruck .....	15
2.1.1 Druckeinheiten .....	17
2.1.2 Bezugsdruck .....	18
2.1.3 Kommunizierende Gefäße und Röhren .....	20
2.2 Grundlegendes zum Druck auf Flächen .....	23
2.3 Druck auf ebenen Flächen .....	25
2.4 Tabellarische Ermittlung der Druckkraft .....	31
2.5 Druck auf gekrümmte und polygonartig zusammengesetzte Berandung .....	34

2.6	Auftrieb .....	37
2.7	Hydrostatik in bewegten Behältern .....	41
2.7.1	Vertikal beschleunigte Behälter .....	41
2.7.2	Horizontal beschleunigte Behälter .....	43
2.7.3	Rotierende Behälter .....	44
2.8	Schwimmstabilität .....	47
2.9	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 2 .....	49
<b>3</b>	<b>Hydrodynamik .....</b>	<b>50</b>
3.1	Allgemeine Begriffe .....	50
3.2	Bewegungsarten von Flüssigkeiten .....	53
3.2.1	Stationäre und instationäre Bewegung .....	53
3.2.2	Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung .....	54
3.2.3	Kontinuierliche und diskontinuierliche Bewegung .....	54
3.2.4	Beispiel zu den Bewegungsarten .....	55
3.3	Fließverhalten realer Flüssigkeiten .....	56
3.3.1	Laminares und turbulentes Fließen .....	57
3.3.2	Schubspannung .....	58
3.3.3	Reynoldszahl .....	58
3.4	Kontinuitätsbedingung .....	60
3.5	Energiegleichung von Bernoulli .....	62
3.5.1	Bernoulligleichung für ideale Flüssigkeiten .....	62
3.5.2	Bernoulligleichung für reale Flüssigkeiten .....	68
3.5.3	Messung und Beobachtung der Energieanteile .....	70
3.6	Impulssatz .....	71
3.6.1	Allgemeine Betrachtungen .....	71
3.6.2	Stützkraft bei Druckrohrleitungen .....	73
3.6.3	Stützkraft bei Gerinneströmungen .....	77
3.6.4	Stützkraft bei freien Strahlen .....	79
3.7	Potentialströmungen .....	80
3.7.1	Überblick .....	80
3.7.2	Einfache Potentialströmungen .....	83
3.8	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 3 .....	86

<b>4</b>	<b>Rohrhydraulik</b> .....	<b>88</b>
4.1	Vorbemerkungen .....	89
4.2	Reibungsverluste .....	90
4.2.1	Ermittlungskonzept .....	90
4.2.2	Laminare Strömung .....	91
4.2.3	Turbulente Strömung .....	91
4.2.4	Nichtkreisförmige Querschnitte .....	98
4.3	Einzelverluste .....	99
4.3.1	Grundlagen .....	99
4.3.2	Rohreinlauf .....	100
4.3.3	Querschnittsänderung .....	101
4.3.4	Richtungsänderungen .....	103
4.3.5	Rohrtrennungen und -vereinigungen .....	104
4.3.6	Armaturen .....	106
4.3.7	Rohrauslauf .....	107
4.4	Pumpen- und Turbinenleistung .....	109
4.5	Zusammenfassung Energieplan .....	114
4.6	Betriebliche bzw. integrale Rauheit .....	117
4.7	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 4 .....	123
<b>5</b>	<b>Pumpenhydraulik</b> .....	<b>125</b>
5.1	Pumpenarten .....	125
5.1.1	Unterscheidung nach Arbeitsprinzip .....	125
5.1.2	Bauformen von Kreiselpumpen .....	126
5.2	Charakteristik von Kreiselpumpen .....	127
5.2.1	Pumpenkennlinie .....	127
5.2.2	Anlagenkennlinie .....	128
5.2.3	Betriebspunkt .....	129
5.3	Kombination von Kreiselpumpen .....	132
5.4	NPSH-Berechnung .....	135
5.5	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 5 .....	140

<b>6</b>	<b>Gerinnehydraulik</b>	<b>141</b>
6.1	Allgemeine Beziehungen	143
6.2	Strömen und Schießen	147
6.3	Gleichförmige Strömung	150
6.3.1	Fließformel nach Darcy-Weisbach	151
6.3.2	Fließformel nach Gauckler-Manning-Strickler	152
6.3.3	Normalabfluss	154
6.4	Grenzverhältnisse	157
6.5	Fließwechsel	160
6.5.1	Vom strömenden zum schießenden Abfluss	160
6.5.2	Vom schießenden zum strömenden Abfluss	161
6.5.3	Wechselsprung	162
6.5.4	Tosbecken	164
6.6	Ungleichförmige Strömung	164
6.6.1	Ohne Fließwechsel	165
6.6.2	Mit Fließwechsel	168
6.7	Querschnittsänderungen	169
6.7.1	Querschnittserweiterung	169
6.7.2	Querschnittsverringering	172
6.7.3	Lokale Verluste bei Querschnittsverringering	176
6.8	Wasserspiegellinienberechnung	179
6.8.1	Allgemeine Zusammenhänge	179
6.8.2	Hydraulische Kontrollquerschnitte	181
6.8.3	Vorgabe einer Abschnittslänge $\Delta x$	182
6.8.4	Vorgabe einer Wasserspiegeldifferenz $\Delta h$	184
6.9	Abfluss in natürlichen Fließgewässern	186
6.9.1	Unterschiedliche Rauheiten im Querschnitt	186
6.9.2	Gegliederte Fließquerschnitte	188
6.9.3	Querschnitte mit Großbewuchs	190
6.10	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 6	191

<b>7</b>	<b>Ausfluss und Überfall</b> .....	<b>193</b>
7.1	Allgemeines .....	193
7.2	Ausfluss aus Bodenöffnungen .....	195
7.3	Ausfluss aus Seitenöffnungen .....	198
7.3.1	Ausfluss aus großer Öffnung .....	199
7.3.2	Ausfluss aus kleiner Öffnung .....	200
7.3.3	Ausfluss unter Gegendruck .....	201
7.4	Ausfluss unter Planschütz .....	201
7.4.1	Freier Ausfluss .....	202
7.4.2	Rückgestauter Ausfluss .....	204
7.5	Abfluss über Wehre .....	207
7.5.1	Bezeichnungen und Einteilungen .....	208
7.5.2	Abflussberechnung .....	210
7.5.3	Unvollkommener Überfall .....	212
7.6	Abfluss über Streichwehre .....	215
7.7	Abfluss über Tiroler Wehre .....	219
7.8	Instationärer Beckenausfluss .....	222
7.8.1	Freier Ausfluss .....	222
7.8.2	Ausfluss unter Gegendruck .....	226
7.9	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 7 .....	228
<b>8</b>	<b>Sickerströmungen</b> .....	<b>230</b>
8.1	Grundlagen .....	231
8.2	Druckhöhen und Standrohrspiegelhöhen .....	234
8.3	Anwendung von Potentialliniennetzen .....	235
8.3.1	Unterströmung von Bauwerken .....	237
8.3.2	Dammdurchsickerung .....	239
8.4	Anströmung von Brunnen und Gräben .....	241
8.4.1	Vertikaler Brunnen .....	242
8.4.2	Entwässerungsgraben .....	245
8.5	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 8 .....	246

<b>9</b>	<b>Ergänzende Themen</b> .....	<b>247</b>
9.1	Berechnung von Rohrnetzen .....	247
9.1.1	Rohrsysteme .....	247
9.1.2	Berechnung von Ringnetzen .....	249
9.2	Druckstoß .....	254
9.2.1	Veranschaulichung der Problematik .....	254
9.2.2	Schnelles Schließen am Rohrleitungsende .....	256
9.2.3	Langsames Schließen am Rohrleitungsende .....	261
9.2.4	Weitere Ursachen für Druckstöße .....	261
9.3	Schwall und Sunk .....	262
9.4	Berechnung von Wasserspeichern .....	264
9.4.1	Grundlagen .....	265
9.4.2	Retentionsraum .....	266
9.4.3	Trinkwasserspeicher .....	269
9.5	Englische Fachbegriffe zu Kapitel 9 .....	272
<b>10</b>	<b>Lösungen</b> .....	<b>273</b>
10.1	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 1 .....	273
10.2	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 2 .....	275
10.3	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 3 .....	285
10.4	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 4 .....	289
10.5	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 5 .....	295
10.6	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 6 .....	299
10.7	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 7 .....	309
10.8	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 8 .....	316
10.9	Lösungen zu Aufgaben in Kapitel 9 .....	318
	<b>Literatur</b> .....	<b>323</b>
	<b>Index</b> .....	<b>325</b>

# 1

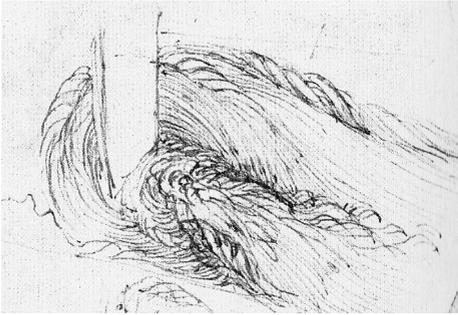
# Einführung und Grundlagen

## ■ 1.1 Bedeutung der Hydraulik

Keine andere technische Disziplin ist derart eng mit der Entwicklung der Zivilisation verknüpft wie das Bauingenieurwesen. In den vor Jahrtausenden gewachsenen städtischen Hochkulturen errichteten die damaligen Techniker vor allem Stadtmauern, Sakral- und Repräsentationsbauten sowie Anlagen der Wasserwirtschaft. Es entstanden Bauwerke zur Wasserversorgung, zur Entwässerung und zum Schutz vor Wasser. Zudem war in den Regionen zwischen Euphrat und Tigris, am Nil oder am Indus Landwirtschaft nur mithilfe von künstlicher Bewässerung möglich. Unsere heutige Zivilisation ist ohne Hochwasserschutzmaßnahmen, ohne Wasserversorgung und Abwasserentsorgung, ohne Wasserkraftanlagen, ohne Hafenbauten nicht vorstellbar. Auch Anlagen zur Entwässerung von Straßen und Bahnen, der Wasserhaltung im Tiefbau, Brücken und Tunnelanlagen bedürfen der Beherrschung und des sachgerechten Umgangs mit Wasser.

### **Geschichtlicher Abriss**

Beschreibungen und Untersuchungen zum Verhalten des Wassers gehören zu den frühesten Wissenschaftsbereichen, hierbei sind die beiden Universalgenies ARCHIMEDES VON SYRAKUS (um 285 – 212 v. Chr.) und LEONARDO DA VINCI (1452 – 1519) hervorzuheben. Auf ARCHIMEDES ist unter anderem die Entdeckung des Prinzips des hydrostatischen Auftriebs zurückzuführen (siehe Abschnitt 2.6), während LEONARDO mit umfangreichen Skizzen, Studien und Konstruktionsideen die empirische Strömungslehre mitbegründete (Bild 1.1).

**Bild 1.1**

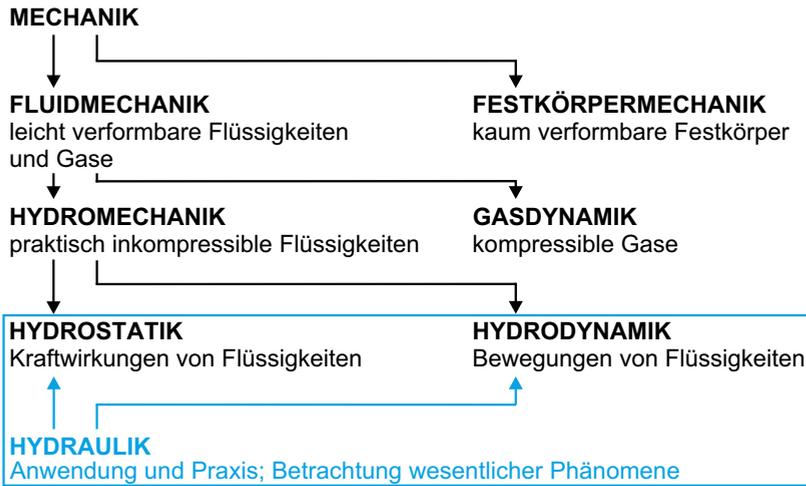
Skizze der Umströmung eines Zylinders  
(aus: Leonardo da Vinci – Das Wasserbuch,  
Verlag Schirmer/Mosel, München 1996)

Bei den Untersuchungen der klassischen Hydromechanik (vor allem D. BERNOULLI, 1700 – 1782, Mathematiker, Physiker und Mediziner, und L. EULER, 1707 – 1783, Mathematiker und Physiker) erfolgte zunächst eine starke Ausrichtung an der Mathematik. Dabei wurden Erkenntnisse für das ideale Fluid, das als inkompressibel und reibungsfrei betrachtet wurde, gewonnen. Insbesondere die Annahme der Reibungsfreiheit erwies sich allerdings als wenig praktikabel. Durch Einführung von Reibungsansätzen (vor allem C.L.M.H. NAVIER, 1785 – 1836, Physiker) sowie durch zweckmäßige Vereinfachungen in den mathematisch-physikalischen Ansätzen wurden Berechnungsmöglichkeiten geschaffen, die eine mathematisch-physikalische Ausgangsbasis haben, zudem aber für die praktische Anwendung geeignet sind. Diese Vereinfachungen werden in der Hydraulik durch experimentell ermittelte, also empirische Beiwerte berücksichtigt.

### Technische Abgrenzungen

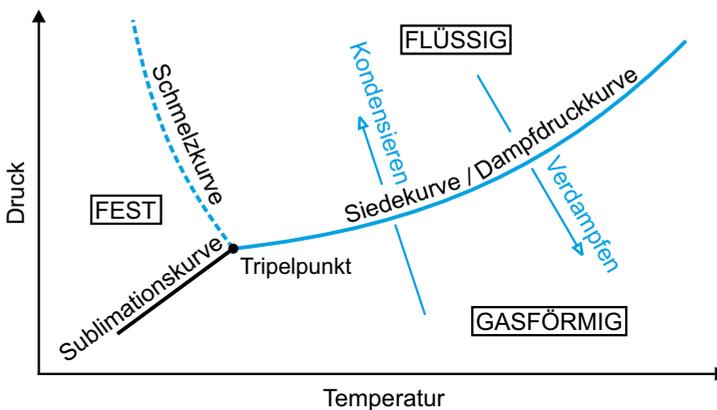
Die Wirkungen und Einflüsse von ruhendem oder sich bewegendem Wasser auf die natürliche Umwelt, den vom Menschen genutzten Lebensraum und auf entsprechende Bauwerke erfordern fundierte Kenntnisse von der Hydraulik des Wassers. Die Beschäftigung mit Hydraulik wiederum setzt Wissen und Fähigkeiten in Technischer Mechanik und Mathematik voraus. Bild 1.2 zeigt die Einteilung der Hydraulik in der Mechanik.

Die drei möglichen Aggregatzustände von Wasser werden gemäß Bild 1.2 in der Festkörpermechanik (Eis), in der Gasdynamik (Dampf) sowie in der Hydromechanik (Wasser) bearbeitet. Letztere wird in der praxisorientierten „Version“ als **Hydraulik** bezeichnet, manchmal auch als „Technische Hydraulik“ oder „Technische Hydromechanik“. Man versteht darunter die Lehre und technische Anwendung vom Gleichgewicht ruhender, inkompressibler Flüssigkeiten bei Einwirkung äußerer Kräfte (Hydrostatik) und von der Bewegung inkompressibler Flüssigkeiten in Rohren, Gerinnen und porösen Stoffen (Hydrodynamik).



**Bild 1.2** Hydraulik als Teilgebiet der Mechanik

Die Zustandsgrößen Druck und Temperatur entscheiden über den Aggregatzustand von Wasser (Bild 1.3). Der Phasenübergang fest – flüssig ist allgemein im Bauwesen wegen den damit verbundenen Volumenänderungen von Eis gegenüber flüssigem Wasser von Bedeutung (siehe Abschnitt 1.2.1). In der Hydraulik spielt die Zustandsänderung flüssig – gasförmig bei großen Geschwindigkeitsänderungen eine Rolle, darauf wird in diesem Buch aber nur durch Erläuterung der praktischen Auswirkungen eingegangen (Stichwort: Druckstoß, siehe Abschnitt 9.2). Der Übergang von der festen in die gasförmige Phase ist bei wasserwirtschaftlichen Aufgabenstellungen unerheblich. Am Tripelpunkt beträgt die Temperatur  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , der Dampfdruck  $0,6\text{ kN/m}^2$  und die Dichte von Wasser  $999,8\text{ kg/m}^3$ .



**Bild 1.3** Aggregatzustände und deren Übergänge

### **Wesentliche Berufsfelder**

Die Hydraulik bildet die physikalische Grundlage für die Wasserwirtschaft, mit den Teilgebieten Wasserbau und Siedlungswasserwirtschaft. Neben der Entwicklung, Berechnung und Simulation (Stichwort: Computational Fluid Dynamics – kurz CFD) waren und sind Beobachtungen und Messungen in Feld- und Laborversuchen eine wesentliche Basis der Hydraulik. Die Hauptanwendungen liegen in der Ermittlung von Kräften auf Wasserbauwerke und den Strömungsgeschehnissen in Uferbereichen, in der Erfassung und Beschreibung von Strömungsbewegungen in Behältern, Rohren, Kanälen, Bächen und Flüssen, in der Berechnung von Überflutungsvorgängen auf Straßen und Plätzen, sowie in der Bearbeitung von Grundwasser- und Sickerströmungen.

Neben den oben schon erwähnten Bauingenieurinnen und Bauingenieuren werden hydraulische Erkenntnisse und Prinzipien beispielsweise auch von Hydrologinnen und Hydrologen, Agrar- und Umweltingenieurinnen und -ingenieuren, Landschafts- und Stadtplanerinnen und -planern sowie Vermessungsingenieurinnen und -ingenieuren in den jeweiligen Tätigkeitsbereichen genutzt und umgesetzt. Daher ist dieses Buch mit „Hydraulik in der Wasserwirtschaft“ betitelt.

Im Umfeld der im vorliegenden Buch angesprochenen Arbeitsbereiche und Berufsfelder kommt der eigentlich präzisierende Begriff der „Wasser-Hydraulik“ praktisch nicht vor, obwohl im landläufigen Sinne hydraulische Antriebe von Arbeitsmaschinen ebenfalls unter der Bezeichnung „Hydraulik“ bekannt sind. Im Zusammenhang mit den Arbeitsmaschinen wird manchmal auch der Begriff der „Öl-Hydraulik“ verwendet, da vor allem Öle als Kraftübertragungsmedien eingesetzt werden.

## **■ 1.2 Wichtige Eigenschaften von Wasser**

Denkt man an eine Flüssigkeit, dann kommt einem zumeist Wasser oder anderes trinkbares Nass in den Sinn. Beim heftigen Schütteln eines mit Wasser gefüllten Glases schwappt es über oder verspritzt gar. Gilt das für alle Flüssigkeiten? Haben alle Flüssigkeiten gleiche oder zumindest ähnliche Eigenschaften? Denken Sie an ein Glas Honig: Passiert beim Schütteln dasselbe wie mit Wasser? Verspritzt Honig oder schwappt er über den Rand? Allein beim Anheben zweier gleich großer Gläser, eines mit Wasser und das andere mit Honig gefüllt, spürt man die unterschiedliche Gewichtskraft der Flüssigkeiten. Das voneinander abweichende Verhalten verschiedener Flüssigkeiten kann mit den jeweiligen Eigenschaften erklärt werden.

### 1.2.1 Dichte

Für einen homogenen Stoff ist die Dichte  $\rho$  der Quotient aus der Masse  $m$  und dem Volumen  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{in } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ oder } \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \quad (1.1)$$

Die Dichte des Wassers ist abhängig

- vom Salz- und Feststoffgehalt (siehe Tabelle 1.1),
- vom Druck (siehe Tabelle 1.2), und
- von der Temperatur (siehe Tabelle 1.2).

**Tabelle 1.1** Zur Dichte  $\rho$  von Wasser

Medium	$\rho$ in kg/m <sup>3</sup>
Reines Wasser bei 30 °C	996
Reines Wasser bei 4 °C (Dichtemaximum)	1000
Ostseewasser mit ca. 0,8% Salzgehalt	1006
Nordseewasser mit ca. 3,5% Salzgehalt	1025
Mittelmeerwasser mit ca. 3,7% Salzgehalt	1027
Wasser im Toten Meer mit ca. 28% Salzgehalt	1240
Flusswasser mit hohem Schwebstoffgehalt	bis etwa 1100 möglich

Die geringste Auswirkung auf die Dichte von Wasser haben Druckänderungen, daher kann Wasser als inkompressibel angesehen werden. Dagegen ist die Temperaturabhängigkeit (siehe Tabelle 1.2) für einige Aufgabenstellungen nicht zu vernachlässigen. Für praktische Berechnungen mit Wassertemperaturen im Bereich bis 20 °C wird in der Regel ohne gravierende Genauigkeitseinbußen der Wert  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  angesetzt.

Multipliziert man die Dichte  $\rho$  mit der für hydraulische Betrachtungen zumeist ausreichend genauen Erdbeschleunigung von  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , so erhält man das spezifische Gewicht  $\gamma$ , eine in der Hydraulik häufig benötigte Größe. Mit Wasser ergibt sich dafür der Wert  $9810 \text{ N/m}^3$  bzw.  $9,81 \text{ kN/m}^3$ .

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (1.2)$$

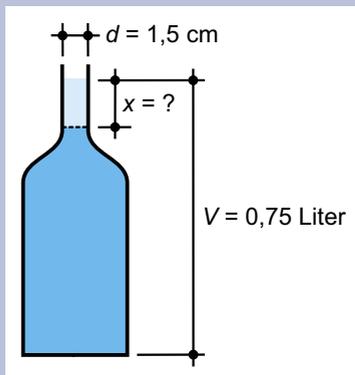
**Tabelle 1.2** Eigenschaften wichtiger Stoffe in der Hydraulik bei normalem Luftdruck (die gebräuchlichsten Größen für Wasser sind **fett** markiert)

Stoff	Temperatur $T$ in °C	Dichte $\rho$ in kg/m <sup>3</sup>	Kinematische Viskosität $\nu$ in m <sup>2</sup> /s	Elastizitätsmodul $E$ in N/m <sup>2</sup>
Eis	-20	920,2		ca. $9,6 \cdot 10^9$
	-10	918,6		
	0	916,7		
Reines Wasser	0	999,8	$1,79 \cdot 10^{-6}$	ca. $2,1 \cdot 10^9$
	4	<b>1000</b>	$1,57 \cdot 10^{-6}$	
	<b>10</b>	999,7	<b><math>1,31 \cdot 10^{-6}</math></b>	
	<b>20</b>	998,2	<b><math>1,01 \cdot 10^{-6}</math></b>	
	30	995,7	$0,80 \cdot 10^{-6}$	
	40	992,2	$0,66 \cdot 10^{-6}$	
	50	988,1	$0,56 \cdot 10^{-6}$	
60	983,2	$0,48 \cdot 10^{-6}$		
Luft	0	1,29	$13,3 \cdot 10^{-6}$	ca. $1,5 \cdot 10^5$
	10	1,25	$14,2 \cdot 10^{-6}$	
	20	1,20	$15,1 \cdot 10^{-6}$	



### Aufgabe 1.1

Eine Flasche ist mit einem  $3/4$  Liter Wasser mit der Temperatur  $T_1 = 40^\circ\text{C}$  gefüllt. Um welches Maß  $x$  sinkt der Wasserspiegel im Flaschenhals ab, wenn das Wasser auf  $T_2 = 10^\circ\text{C}$  abgekühlt wird? (Diese Aufgabe kann mithilfe eines Kühlschranks nachvollzogen werden.)





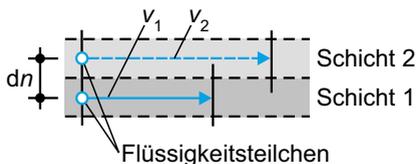
### Praxishinweis

Eis schwimmt, da es eine geringere Dichte hat, auf dem Wasser; das ist bekannt. Aber warum gibt es diesen Dichteunterschied (siehe Tabelle 1.2)? Normalerweise hat ein Feststoff eine größere Dichte als sein flüssiger Aggregatzustand. Bei Wasser und Eis ist es genau umgekehrt, da die einzelnen Wasserteilchen bei Eis einen größeren Abstand zueinander haben als im flüssigen Zustand. Im festen Zustand liegen die Wassermoleküle in einem geordneten Gitter vor, bei flüssigem Wasser sind sie beweglich, ungeordnet und rücken näher zusammen. Beim Gefrieren von Wasser zu Eis wird das Volumen daher größer und die Dichte geringer, der Volumenunterschied beträgt dabei etwa 9%. Dringt Wasser über Kapillare und Risse in Beton oder Fahrbahndecken ein und gefriert bei Frost zu Eis, so kann durch die damit verbundene Volumenausdehnung die Baustoffstruktur geschädigt werden. So können aus Beton Stücke „herausgesprengt“ werden oder Schlaglöcher in Straßendecken entstehen.

## 1.2.2 Viskosität oder Zähigkeit

Die Viskosität (Zähigkeit) macht sich erst bemerkbar, wenn sich eine Flüssigkeit in Bewegung befindet. Ursache sind Geschwindigkeitsunterschiede zwischen benachbarten Flüssigkeitsteilchen, die Viskosität ist also ein Maß für die innere Reibung einer Flüssigkeit. Nach I. NEWTON (1643 - 1727, Mathematiker und Physiker) gilt für die dadurch hervorgerufene Schubspannung  $\tau$  folgende Gleichung mit den Bezeichnungen gemäß Bild 1.4:

$$\tau = \eta \cdot \frac{v_2 - v_1}{dn} = \eta \cdot \frac{dv}{dn} \quad (1.3)$$



**Bild 1.4**  
Schubspannung und Viskosität

Die Schubspannung  $\tau$  in  $\text{N}/\text{m}^2$  ist also zum Geschwindigkeitsgefälle  $dv/dn$  proportional. Dies gilt für fast alle tropfbaren Flüssigkeiten. Der dazugehörige Proportionalitätsfaktor  $\eta$  wird als dynamische Viskosität bezeichnet und hat die Einheit  $\text{Ns}/\text{m}^2$ . Auf die Dichte bezogen, ergibt sich die in der Praxis verwendete kinematische Viskosität  $\nu$  in  $\text{m}^2/\text{s}$  zu

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.4)$$

Dynamische und kinematische Viskosität sind von der Flüssigkeitstemperatur abhängig (siehe Tabelle 1.2). Die Abhängigkeit der Viskosität des Wassers vom Druck kann dagegen vernachlässigt werden. Die kinematische Viskosität  $\nu$  ist vor allem für die Berechnung der Reibungsverluste in Rohrleitungen und Gerinnen von Bedeutung.

### 1.2.3 Volumenelastizität

Die Volumenänderung  $\Delta V$  des Wassers bei Druckänderung  $\Delta p$  errechnet sich analog dem Hookschen Gesetz der Mechanik zu

$$\Delta p = -E_W \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad \text{oder} \quad \Delta V = -V \cdot \frac{\Delta p}{E_W} \quad (1.5)$$

Darin bedeuten  $\Delta p$  die Druckänderung in  $\text{N/m}^2$ ,  $\Delta V$  die Volumenänderung in  $\text{m}^3$ ,  $V$  ist das ursprüngliche Volumen in  $\text{m}^3$  und  $E_W$  gibt den Elastizitätsmodul der Flüssigkeit in  $\text{N/m}^2$  wieder. Der Elastizitätsmodul von Wasser ist mit etwa  $E_W = 2,1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  (siehe Tabelle 1.2) rund 100-mal geringer als der von Stahl, Luft ist etwa 10 000-fach kompressibler als Wasser.

Die Elastizität wird vor allem bei gespanntem Grundwasser und zur Berechnung der Laufgeschwindigkeit von Druckwellen (Stichwort: Druckstoß, siehe Abschnitt 9.2) benötigt.



#### Aufgabe 1.2

Aus welchem Grund enthält Formel 1.5 das Minuszeichen?

### 1.2.4 Schallgeschwindigkeit

Störungen in einer Flüssigkeit breiten sich als Druckwellen mit der Schallgeschwindigkeit  $a_0$  aus. Diese auch als Störungsausbreitungsgeschwindigkeit, Druckfortpflanzungsgeschwindigkeit oder Druckwellengeschwindigkeit bezeichnete Größe (jeweils in  $\text{m/s}$ ) berechnet sich mit dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Dichte  $\rho$  wie folgt:

$$a_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.6)$$

Dieser Zusammenhang gilt nur für reine Flüssigkeiten ohne Einschluss von Gasblasen. Werden Gasblasen in einer Flüssigkeitsströmung mitgeführt, dann verringert sich die Schallgeschwindigkeit gegenüber dem Ansatz mit Formel 1.6, da Gasblasen aufgrund ihrer Kompressibilität die Übertragung von Druckschwankungen dämpfen. Die Rohrleitungsart nach Material und Einbausituation wirkt sich ebenfalls verringend auf die Druckwellengeschwindigkeit aus.



### Aufgabe 1.3

Berechnen Sie unter Zuhilfenahme von Tabelle 1.2 die typischen Größenordnungen der Schallgeschwindigkeit für Wasser und Luft.

## 1.2.5 Oberflächenspannung und Kapillarität

Beim Übergang zwischen zwei verschiedenen Flüssigkeiten (z. B. Wasser/Öl) oder zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas (z. B. Wasser/Luft) treten aufgrund der Anziehungskräfte zwischen den verschiedenartigen Molekülen die Oberflächenspannungen  $\sigma$  in N/m auf:

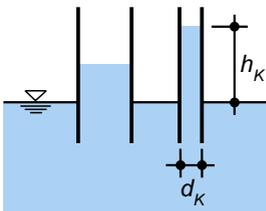
$$\sigma = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}} \quad (1.7)$$



### Aufgabe 1.4

Überlegen Sie sich Beispiele aus Freizeit, Umwelt oder Alltag, in denen die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten eine wesentliche Rolle spielt.

Von praktischer Bedeutung ist die Oberflächenspannung für die kapillare Steighöhe  $h_k$  in runden Kapillaren mit dem Durchmesser  $d_k$  (Bild 1.5), vor allem im Zusammenhang mit der Grundwasserhydraulik. Die Kapillarwirkung ist die Ursache für das Aufsteigen von Wasser in porösen Medien entgegen der Erdanziehung, z. B. in den feinen Porenräumen des Untergrundes.



**Bild 1.5**  
Kapillare Steighöhe

Gebräuchliche Werte der Oberflächenspannung sind für die Grenzfläche Wasser/Luft  $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$  bei  $20^\circ\text{C}$  und für den Grenzbereich Wasser/Öl  $\sigma = 0,02 \text{ N/m}$ . Berechnet wird die kapillare Steighöhe mit

$$h_K = \frac{4 \cdot \sigma}{\rho g \cdot d_K} \quad (1.8)$$

Es ist zu erkennen, dass sich die Steighöhe  $h_K$  umgekehrt proportional zum Durchmesser  $d_K$  verhält.



### Aufgabe 1.5

Berechnen Sie die kapillare Steighöhe von Wasser in einem Röhrchen mit dem Durchmesser  $d = 4 \text{ mm}$ .



### Praxishinweis

Wegen des kapillaren Aufstiegs von Untergrundfeuchte müssen Bodenplatten und Wände von Bauwerken z.B. durch Bitumenbahnen und -anstriche abgedichtet werden, Frostschäden an Straßendecken werden durch grobkörnige (und daher kapillarbrechende) Schichten verhindert. Bei kiesigem Untergrund liegt die kapillare Steighöhe im Bereich von einigen Millimetern bis wenigen Zentimetern, bei feinem Sand können mehrere Dezimeter erreicht werden, bindiges Material wie Schluff und Ton kann einen Feuchteaufstieg bis zu mehreren Metern bewirken.

## 1.2.6 Dampfdruck

Wasser siedet bei einem bestimmten Druck und scheidet unter Hohlraumbildung Gasblasen aus. Dieser Dampfdruck  $p_d$  ist temperaturabhängig. Bei  $100^\circ\text{C}$  ist er gleich dem Standardatmosphärendruck (Luftdruck)  $p_a = 101,3 \text{ kN/m}^2$ , bei der Verdampfung geht das Wasser von der flüssigen in die gasförmige Phase über. Wasser mit der Temperatur von  $10^\circ\text{C}$  verdampft bei einem absoluten Druck von  $1,25 \text{ kN/m}^2$ , also bei einem um  $100 \text{ kN/m}^2$  unter dem normalen Luftdruck liegenden Unterdruck. Bei  $20^\circ\text{C}$  beträgt  $p_d = 2,34 \text{ kN/m}^2$ . Weitere Informationen zum Dampfdruck finden sich in Beispiel 5.3 in Kapitel 5.

Starke Druckabsenkungen in Saug- und Heberleitungen können zum sogenannten „Abreißen“ der Wassersäule mit fallweise erheblichen Schäden führen. Dieser Vorgang wird allgemein mit dem Begriff „Kavitation“ (Hohlraumbildung) bezeichnet. Durch gelöste Gase, Inhaltsstoffe oder Temperatureinflüsse erfolgt die Verdampfung nicht erst mit ca.  $100 \text{ kN/m}^2$  Unterdruck (wie oben beschrieben), sondern bereits bei  $70$  bis  $80 \text{ kN/m}^2$ .

## ■ 1.3 Höhensysteme und Transportmechanismen

### 1.3.1 Höhensysteme

Höhenangaben (z. B. von Bauwerken) bezeichnen oft die Höhe über einem definierten Mittelwert eines Meeresspiegels. So hat das sogenannte Normalhöhennull (NHN) in Deutschland seinen Ursprung letztendlich im Nullpunkt des Amsterdamer Pegels, ursprünglich abgeleitet aus Beobachtungen in den Jahren 1683 und 1684.

In Europa haben die Höhensysteme der Länder allerdings unterschiedliche Bezugspunkte. Da zudem auch die Höhendefinitionen der Länder verschieden sind, ergeben sich Abweichungen der Bezugssysteme von wenigen Zentimetern bis zu einigen Dezimetern, im Extremfall ergeben sich auch Werte im Meterbereich. Insgesamt existieren in Europa 15 verschiedene Höhenbezugssysteme.

Insbesondere bei grenzüberschreitenden Projekten, z. B. bei wasserwirtschaftlichen Anlagen, Brücken, Eisenbahn- und Straßenstrecken oder Tunnelanlagen, müssen diese Unterschiede der Höhensysteme exakt beachtet werden, um zeitraubende und kostspielige Fehler zu vermeiden. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen Höhensystemen können allerdings nicht mit konstanten Größen angegeben werden, da sie aufgrund unterschiedlicher Bezugshöhen und Berechnungsmethoden von der Lage im Höhennetz und unter Umständen auch von der Höhe selbst abhängig sind. Die in folgender Tabelle angegebenen Differenzen sind daher Durchschnittswerte, von denen sich lokale Abweichungen von einigen Zentimetern ergeben können.

**Tabelle 1.3** Differenz der Höhenbezugssysteme der Nachbarländer Deutschlands

Land	Bezugspegel	Bezeichnung	Kurzangabe	Differenz
Belgien	Ostende/ Nordsee	meter boven Oostends Peil	m O. P.	-233 cm
Dänemark	10 dänische Pegel	meter over havets overflade	m. o. h.	-1 cm
<b>Deutschland</b>	<b>Amsterdam/ Nordsee</b>	<b>Meter über Normalhöhennull</b>	<b>m ü. NHN oder m NHN</b>	-
Frankreich	Marseille/ Mittelmeer	metres au-dessus du niveau de la mer	m	-48 cm
Luxemburg	Amsterdam/ Nordsee	NG95	m	+1 cm
Niederlande	Amsterdam/ Nordsee	meter boven/onder NAP	m NAP	+1 cm

**Tabelle 1.3** Differenz der Höhenbezugsysteme der Nachbarländer Deutschlands  
(Fortsetzung)

Land	Bezugspegel	Bezeichnung	Kurzangabe	Differenz
Österreich	Triest/Adria	Meter über Adria	m ü. A.	-35 cm
Polen	Kronstadt/ Ostsee	metry nad poziomem morza	m n. p. m.	+16 cm
Schweiz	Marseille/ Mittelmeer	Meter über Meer	m ü. M.	-24 cm
Tschechien	Kronstadt/ Ostsee	metrů nad mořem	m n. m.	+12 cm

Datenquelle: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG), Stand 1/2015

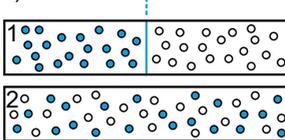
Beispielsweise lautet die deutsche Höhenangabe  $n = 230,30$  m NHN nach österreichischem System  $n + 0,35$  m = 230,65 m ü. A. Zusätzlich zur richtigen Höhendifferenz muss auch das richtige Vorzeichen beachtet werden.

### 1.3.2 Physikalische Transportmechanismen

Fluideilchen, Schweb- und Schwimmstoffe, Temperatur, Energie usw. werden durch eine Kombination verschiedener physikalischer Prozesse in einer Strömung (mit-)transportiert. Wesentlich sind für die Belange der Wasserwirtschaft die Vorgänge von

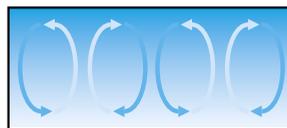
- Diffusion,
- Konvektion,
- Advektion.

a) Diffusion



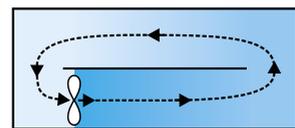
Durchmischung zweier Fluide nach Ziehen der Trennwand (z.B. durch Konzentrationsunterschiede)

b) Konvektion



Zirkulationszellen aufgrund geringerer Fluidichte an der Behältersohle (z.B. durch Erhitzen)

c) Advektion



Bewegung eines Fluids aufgrund mechanischer Einwirkung (z.B. durch ein Rührwerk)

**Bild 1.6** Wesentliche Transportmechanismen in der Hydraulik

## Diffusion

In einem Behälter trennt eine herausziehbare Wand zwei Fluide mit unterschiedlichen Konzentrationen oder Temperaturen (Zeitpunkt 1). Wird die Trennwand gezogen, dann findet ohne äußere Einwirkung ein Ausgleich der Unterschiede statt. Die Fluidteilchen sind ständig in unregelmäßiger Bewegung und bewirken so – allein durch Bewegungen auf atomarer Ebene – mit der Zeit eine vollständige Durchmischung des Behälterinhaltes bis hin zu einer homogenen Konzentrations- oder Temperaturverteilung (Zeitpunkt 2).

Das Streben nach Konzentrationsausgleich kennt jeder aus dem Alltag: so breiten sich Gerüche innerhalb weniger Minuten in einem Raum aus. Ein weiteres Beispiel stammt aus dem Bereich der Baukonstruktion, bei der die Wasserdampfdiffusion von der Außenseite eines Gebäudes ins Innere durch Dampfbremsen oder Dampfsperren verringert werden muss, um unzulässig hohen Tauwasserausfall auf der kühlen Bauteiloberfläche oder innerhalb eines Bauteils zu vermeiden.

## Konvektion

Bei der freien Konvektion beruht der Transportvorgang eines Fluids auf seinen Temperatur- und damit Dichteunterschieden. Fluidschichten mit der höheren Temperatur (geringere Dichte) steigen auf, die mit geringerer Temperatur (höhere Dichte) sinken ab, so dass es zu Zirkulationsbewegungen kommt. Ein Beispiel aus dem häuslichen Bereich ist eine Raumheizung mit Heizkörper oder Ofen. Die Luft wird vom Konvektor erwärmt und steigt nach oben, wodurch kältere Raumluft nach unten sinkt. Auf diese Weise wird durch die Wärmequelle eine Luftzirkulation im Raum angeregt.

Eine durch eine äußere Kraft hervorgerufene Strömungsbewegung wird als erzwungene Konvektion oder Advektion bezeichnet.

## Advektion

Wird ein Strömungsvorgang durch eine äußere mechanische Einwirkung hervorgerufen, so spricht man von Advektion. Dabei entsteht eine Druckdifferenz, die beispielsweise durch ein Rührwerk (z. B. Beckenströmung), eine Pumpe (z. B. Rohrströmung) oder einen Höhenunterschied (z. B. Gerinneströmung) erzeugt wird. Da die Bewegung nicht aufgrund der Fluideigenschaften, sondern durch einen äußeren mechanischen Eingriff entsteht, ist die Advektion eine erzwungene Konvektion. Der Fluidtransport erfolgt hier – im Unterschied zur Diffusion – gerichtet als Massenbewegung.

## ■ 1.4 Englische Fachbegriffe zu Kapitel 1

Deutsch	Englisch
Advektion	advection
Dampfdruck	vapor pressure
Dichte	density
Diffusion	diffusion
Elastizitätsmodul	modulus of elasticity
empirischer Beiwert	empirical coefficient
Erdbeschleunigung	acceleration of gravity; g-load
fest	solid
flüssig	liquid
gasförmig	gaseous
Hydraulik	hydraulics
inkompressibel	incompressible
kapillare Steighöhe	capillary rise; capillary lift
Konvektion	convection
Oberflächenspannung	surface tension
Schallgeschwindigkeit	pressure wave velocity
Schubspannung	shear stress
Siedlungswasserwirtschaft	municipal water management; urban water management
spezifisches Gewicht	specific weight
Viskosität; Zähigkeit	viscosity
Wasserbau	hydraulic engineering

# 2

## Hydrostatik

In der Hydrostatik werden die von ruhenden Flüssigkeiten ausgehenden Kräfte ermittelt. Damit können die mit der Flüssigkeit in Kontakt stehenden Bauwerke und Anlagen so dimensioniert werden, dass die schadlose Aufnahme dieser Belastungen möglich ist. Im Bauwesen betrifft dies z. B. Klärbecken zur Abwasserreinigung, Wasserspeicher in der Trinkwasserversorgung oder Staumauern als Teil von Wasserkraftanlagen. Dabei geht es immer um die Berechnung des Druckes, den die Flüssigkeit auf die Berandung ausübt. So hat die 102,5 m hohe Gewichtsstau-mauer der Talsperre Leibis-Lichte in Thüringen eine Wandstärke an der Krone von etwa 9 m und an der Basis von über 80 m, um die von oben nach unten zunehmende Wasserbelastung (siehe z. B. Bild 2.8) aufnehmen zu können.

### ■ 2.1 Flüssigkeitsdruck

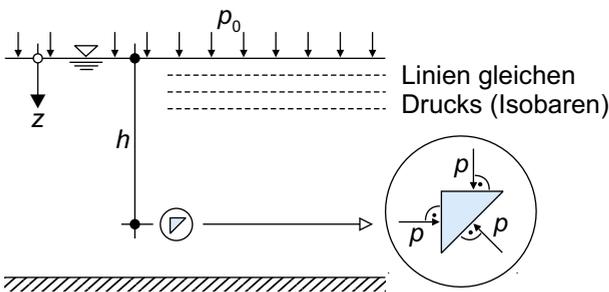
Ist eine Flüssigkeit ausschließlich konstanten Beschleunigungen ausgesetzt, so ergeben sich in ihr keine Geschwindigkeitsunterschiede und damit keine Schubspannungen. Demzufolge treten nur Normalspannungen auf. Da Flüssigkeiten keine Zugspannungen aufnehmen können, verbleiben einzig Druckspannungen. Das statische Gleichgewicht in einer Flüssigkeit wird damit insbesondere durch den Druck und die konstanten Beschleunigungen bestimmt. Dies ist dann gegeben, wenn

- sich die Flüssigkeit in Ruhe befindet; dabei wirkt allein die Schwerkraft durch die Erdbeschleunigung  $g$ . In diesem Standardfall der Hydrostatik stellt sich immer ein horizontaler Flüssigkeitsspiegel ein (Abschnitt 2.2 bis Abschnitt 2.5).
- sich die Flüssigkeit ähnlich formstabil wie ein Starrkörper und ohne Fließgeschwindigkeit verhält; dies ist der Fall z. B. bei der Zentrifugalbeschleunigung in rotierenden Behältern oder bei geradlinig beschleunigten Behältern. In diesem Sonderfall der Hydrostatik können sich auch gekrümmte oder nicht horizontale Flüssigkeitsspiegel einstellen (Abschnitt 2.7).

Als zweite Konsequenz aus oben Gesagtem folgen für beide Fälle die für den Flüssigkeitsdruck  $p$  fundamentalen Erkenntnisse und Regeln:

- Der Flüssigkeitsdruck steht immer senkrecht auf der belasteten Fläche (siehe Bild 2.1 rechts).
- Der Flüssigkeitsdruck ist immer richtungsunabhängig und hat damit an einem Punkt nach allen Richtungen den gleichen Wert (siehe Bild 2.1 rechts).
- Der Wert des Flüssigkeitsdrucks resultiert immer aus der zum Flüssigkeitsspiegel rechtwinkligen Strecke zwischen Flüssigkeitsspiegel und betrachtetem Punkt in der Tiefe  $h$  bzw. in der Entfernung  $z$  (siehe Bild 2.1 links):

$$p = \rho g \cdot z \quad \text{in } \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (2.1)$$



**Bild 2.1** Druck am Flüssigkeitselement

Wirkt auf die Flüssigkeitsoberfläche zusätzlich ein Druck  $p_0$  ein, z.B. der atmosphärische Luftdruck, so beträgt der Gesamtdruck  $p$  in Abhängigkeit von  $h$  bzw.  $z$ :

$$p = p_0 + \rho g \cdot z \quad \text{in } \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (2.2)$$

Der Druck  $p_0$  an der Flüssigkeitsoberfläche kann von einem anderen Medium stammen, z.B. Luft, oder von einer darüber befindlichen Flüssigkeit, z.B. Öl. Auf derartig geschichtete Flüssigkeiten und deren Auswirkungen auf die Hydrostatik wird in Abschnitt 2.3 eingegangen.

Der hydrostatische Druck wächst mit Formel 2.2 linear mit der Entfernung vom Flüssigkeitsspiegel  $z$  und ist abhängig von folgenden Größen:

- Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel  $h$ ,
- Dichte der Flüssigkeit  $\rho$ ,
- Erdbeschleunigung  $g$ ,
- Druck  $p_0$  an der Flüssigkeitsoberfläche.

Der Druck  $p$  kann auch an einem Volumenelement hergeleitet werden mit dem Ergebnis der Eulerschen Grundgleichung der Hydrostatik,

$$dp = \rho \cdot (a_x \cdot dx + a_y \cdot dy + a_z \cdot dz) \quad (2.3)$$

wobei  $dp$  die Druckänderung aufgrund der Beschleunigungen  $a_x$ ,  $a_y$  und  $a_z$  entlang der Abmessungen  $dx$ ,  $dy$  und  $dz$  des Volumenelements ist. Mit  $a_x = a_y = 0$  und  $a_z = g$  ergibt sich nach Integration Formel 2.1.

### 2.1.1 Druckeinheiten

Definiert ist der Druck als Kraft pro Flächeneinheit. Er ist eigentlich eine Spannung, seine Basiseinheit geht auf B. PASCAL (1623–1662, Mathematiker, Physiker und Philosoph) zurück:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (2.4)$$

Der Luftdruck der uns umgebenden Atmosphäre wird in Wettermeldungen oftmals in Bar, Millibar oder Hektopascal angegeben, wobei gilt:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \quad (2.5)$$

Der Druck  $p_a$  der uns umgebenden Luft wird als Luftdruck, Umgebungsdruck oder Atmosphärendruck bezeichnet. Bei 15 °C beträgt der Standardatmosphärendruck auf Meereshöhe ca. 1013 mbar = 1013 hPa. Je nach Wetter treten Schwankungen zwischen 880 und 1080 mbar auf, Unter- und Überschreitungen des Standardatmosphärendrucks werden mit Tiefdruck und Hochdruck bezeichnet.

Im der Wasserwirtschaft ist der aus Formel 2.1 hervorgehende anschauliche Begriff der Druckhöhe  $h$  üblich:

$$h = \frac{p}{\rho g} \quad (2.6)$$

Mit Wasser als Flüssigkeit spricht man von der Wasserdruckhöhe  $h$  oder von der Einheit „Meter Wassersäule“ (Kurzzeichen: m WS) (siehe Tabelle 2.1).

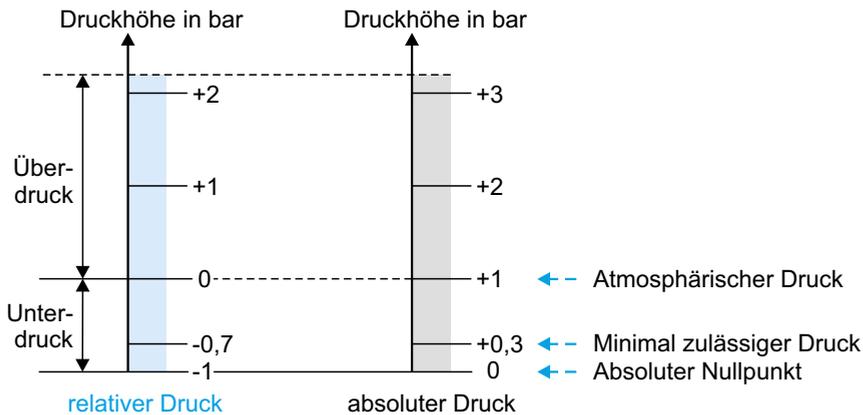
**Tabelle 2.1** Druck und Druckhöhe

Internationales System (gemäß SI-Einheiten)				British Engineering System			
Druckhöhe $h$	Druck $p$			Pressure head $h$		Pressure $p$	
Meter Wassersäule	Bar	Millibar	Pascal	Feet of water	Inches of water	Pound per square foot	Pound per square inch
m WS	bar	mbar	Pa, hPa, kPa, MPa	ft H <sub>2</sub> O	in H <sub>2</sub> O	lb/ft <sup>2</sup>	lb/in <sup>2</sup> (psi)
101,97	10	1000	10 <sup>6</sup> Pa = 1 MPa	334,55	4014,5	20 885,5	145,04
100	9,807	9807	0,981 MPa	328,09	3937,0	20 482,0	142,24
10,33	1,013	1013	1013 hPa	33,89	406,7	2 115,8	14,69
10,20	1	1000	10 <sup>5</sup> Pa = 100 kPa	33,46	401,5	2088,6	14,50
10	0,981	980,7	98,07 kPa	32,81	393,7	2048,2	14,22
1,02	0,1	100	10 <sup>4</sup> Pa = 100 hPa	3,35	40,1	208,9	1,45
1	0,098	98,07	98,07 hPa	3,28	39,4	204,8	1,42
0,10	0,01	10	10 <sup>3</sup> Pa = 10 hPa	0,33	4,0	20,9	0,15

## 2.1.2 Bezugsdruck

Der Druck kann wie die Temperatur durch verschiedene Skalen angegeben werden. Bezogen auf den absoluten Nullpunkt der Temperatur ergibt sich die Kelvin-skala. Die Orientierung an einem praktischen Referenzwert wie dem Gefrierpunkt des Wassers erfolgt an der Celsiusskala.

Ähnlich verhält es sich mit dem Druck. Auch dieser kann auf den absoluten Nullpunkt bezogen werden, im vorliegenden Fall das Vakuum. Eine andere Möglichkeit ist es, den Umgebungsdruck als Referenzwert festzulegen und den Flüssigkeitsdruck relativ dazu anzugeben. Für die meisten Aufgabenstellungen in der Hydraulik ist Letzteres angebracht, da der Umgebungsdruck  $p_a$  von allen Seiten mit etwa gleicher Größe angreift. Dadurch entstehen keine wesentlichen Kräfte und Formel 2.1 kann angewendet werden.



**Bild 2.2** Absoluter und relativer Druck

Der absolute Druck hat gemäß Bild 2.2 seinen Nullpunkt im Vakuum ( $p = 0$ ). Negative absolute Drücke existieren daher nicht.

Von Druck – im Sinne von Überdruck – wird dann gesprochen, wenn dieser den Atmosphärendruck  $p_a$  übersteigt. Liegt der Druck unterhalb des Luftdrucks  $p_a$ , dann handelt es sich um Unterdruck. Die Druckabsenkung in einer Flüssigkeit unterliegt allerdings physikalischen Grenzen, ein Unterdruck von 1 bar oder rund 10 m WS ist nur eine theoretische Größe. Wird der Dampfdruck (siehe Abschnitt 1.2.6) erreicht, dann erfolgt ein Übergang vom flüssigen zum gasförmigen Zustand. Im ungünstigsten Fall kann es dabei zum sogenannten „Abreißen der Flüssigkeitssäule“ mit Schadensbildungen kommen. Um dies zu vermeiden, wird der zulässige Unterdruck auf etwa 7 m WS begrenzt.

Wird also in einer hydraulischen Aufgabenstellung nach dem Überdruck gefragt, dann geht nur der Flüssigkeitsdruck in die Berechnung ein (Formel 2.1). Sucht man dagegen den Absolutdruck, dann resultiert der Gesamtdruck aus Flüssigkeitsdruck und Umgebungsdruck (Formel 2.2). Eine Anwendung für Letzteres ist z. B. in Saugleitungen von Pumpen (siehe Abschnitt 5.4) gegeben.



### Aufgabe 2.1

Bei der Kontrolle des Reifendrucks Ihres Autos stellen Sie mit dem Reifenfüll-Messgerät einen Druck von 2,5 bar fest. Geben Sie den absoluten und den relativen Reifendruck an.

### 2.1.3 Kommunizierende Gefäße und Röhren

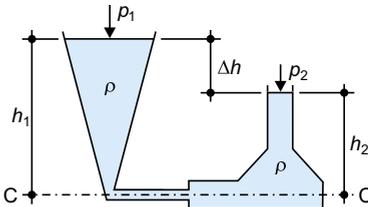
Wenn Behälter mit Flüssigkeitsspiegel durch Rohrleitungen miteinander verbunden sind, dann kann aus der Feststellung, dass der hydrostatische Druck in gleicher Flüssigkeitstiefe überall gleich groß ist, das Flüssigkeitsniveau errechnet werden. Dies geschieht immer durch einen Vergleich der auftretenden Drücke.



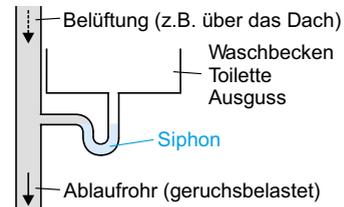
#### Beispiel 2.1

Die kommunizierenden Gefäße und Röhren in Bild 2.3a sind mit einer in Ruhe – also im Gleichgewicht – befindlichen, homogenen Flüssigkeit der Dichte  $\rho$  gefüllt. Auf die linke Hälfte des Systems (a) wirkt der Druck  $p_1$  auf den Flüssigkeitsspiegel ein, der rechte Schenkel ist durch den Druck  $p_2$  belastet.

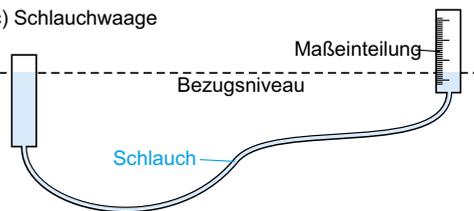
a) Kommunizierende Gefäße



b) Kommunizierende Röhren



c) Schlauchwaage



**Bild 2.3** a) Kommunizierende Gefäße, b) kommunizierende Röhren, c) Schlauchwaage

Entlang des Schnittes C-C muss der Druck überall gleich groß sein, da es sonst Verschiebungen der Flüssigkeitsteilchen geben würde. Mit Formel 2.2 werden die Drücke  $p_C$  für beide Seiten ermittelt und gleichgesetzt:

$$p_C = p_1 + \rho g \cdot h_1 = p_2 + \rho g \cdot h_2$$

Daraus kann die Differenz der Flüssigkeitsspiegel  $\Delta h = h_1 - h_2$  aufgrund der unterschiedlichen Drücke  $p_1$  und  $p_2$  errechnet werden:

$$\Delta h = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \quad (2.7)$$