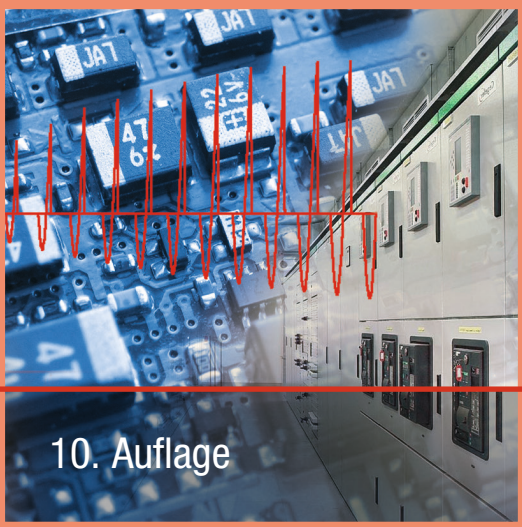
Helmut Lindner
Harry Brauer
Constans Lehmann

Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik



10. Auflage

HANSER

Größen und Einheiten

Formelzeichen	Größe	Einheit	Beziehung zu den Basiseinheiten des SI
B	magnetische Flussdichte	T	$1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{Wb/m^2} = 1\ \mathrm{kg/(s^2 \cdot A)}$
C	elektrische Kapazität	F	$1\ \mathrm{F} = 1\ \mathrm{C/V} = 1\ \mathrm{A^2 \cdot s^4/(m^2 \cdot kg)}$
D	elektrische Flussdichte, Verschiebungsdichte	$\mathrm{C/m^2}$	$1\ \mathrm{C/m^2} = 1\ \mathrm{A \cdot s/m^2}$
E	elektrische Feldstärke	V/m	$1\ \mathrm{V/m} = 1\ \mathrm{kg \cdot m/(s^3 \cdot A)}$
G	elektrischer Leitwert	S	$1\ \mathrm{S} = 1/\Omega = 1\ \mathrm{A^2 \cdot s^3/(m^2 \cdot kg)}$
H	magnetische Feldstärke	A/m	
I	elektrische Stromstärke	A	Basiseinheit
J	elektrische Stromdichte	$\mathrm{A/m^2}$	
L	Induktivität	H	$1\ \mathrm{H} = 1\ \mathrm{Wb/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A^2)}$
M	Gegeninduktivität	H	$1\ \mathrm{H} = 1\ \Omega \cdot \mathrm{s} = 1\ \mathrm{V \cdot s/A}$
P	elektrische Leistung	W	$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{V \cdot A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/s^3}$
Q	Elektrizitätsmenge, elektrische Ladung	C	$1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{A \cdot s}$
R	elektrischer Wirkwiderstand	Ω	$1\ \Omega = 1\ \mathrm{V/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)}$
U	elektrische Spannung	V	$1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{W/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A)}$
W	Energie, Arbeit	J	$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N \cdot m} = 1\ \mathrm{W \cdot s} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/s^2}$
X	elektrischer Blindwiderstand	Ω	$1\ \Omega = 1\ \mathrm{V/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)}$
Z	elektrischer Scheinwiderstand	Ω	$1\ \Omega = 1\ \mathrm{V/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)}$
f	Frequenz	Hz	$1\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{s^{-1}}$
ε	Permittivität	F/m	$1\ \mathrm{F/m} = 1\ \mathrm{A \cdot s/(V \cdot m)} = 1\ \mathrm{A^2 \cdot s^4/(m^3 \cdot kg)}$
η	Raumladungsdichte	$\mathrm{C/m^3}$	$1\ \mathrm{C/m^3} = 1\ \mathrm{A \cdot s/m^3}$
Θ	magnetische Durchflutung	A	
$\varkappa$	elektrische Leitfähigkeit	S/m	$1\ \mathrm{S/m} = 1/(\Omega \cdot \mathrm{m}) = 1\ \mathrm{A^2 \cdot s^3/(m^3 \cdot kg)}$
μ	Permeabilität	H/m	$1\ \mathrm{H/m} = 1\ \mathrm{V \cdot s/(A \cdot m)} = 1\ \mathrm{m \cdot kg/(A^2 \cdot s^2)}$
ϱ	spezifischer elektrischer Widerstand	$\Omega \cdot \mathrm{m}$	$\Omega \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m^3 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)}$
σ	Flächenladungsdichte	$\mathrm{C/m^2}$	$1\ \mathrm{C/m^2} = 1\ \mathrm{A \cdot s/m^2}$
Φ	magnetischer Fluss	Wb	$1\ \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{V \cdot s} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A)}$
φ	elektrisches Potenzial	V	$1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{W/A} = 1\ \mathrm{m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A)}$
ψ	elektrischer Fluss	C	$1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{A \cdot s}$

1	Gleichstrom	21
2	Elektrische und magnetische Felder	49
3	Wechselstrom	103
4	Besondere Wechselstromkreise	135
5	Signale und Systeme	193
6	Bauelemente der Elektronik	239
7	Analoge Schaltungen	354
8	Digitale Schaltungen	429
9	Stromversorgungsschaltungen	525
10	Elektrische Maschinen	554
11	Matlab-Programme	633
12	Abkürzungsverzeichnis zur Elektronik	635
13	Formelzeichenverzeichnis	639
14	Literaturverzeichnis	647
15	Sachwortverzeichnis	657

Lindner/Brauer/Lehmann
Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik

von Studiendirektor Helmut Lindner †
Dr. Harry Brauer †
und Prof. Dr. Constans Lehmann †

unter Mitarbeit von

Univ.-Prof. Dr. Harald Lindner †
Prof. Dr. Hartmut Lindner
Prof. Dr. Wolfgang Reinhold
Prof. Dr.-Ing. Rolf Fischer

10., aktualisierte Auflage
Mit 631 Bildern und 99 Tabellen

Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Studiendirektor HELMUT LINDNER †
Bearbeiter Univ.-Prof. Dr. HARALD LINDNER †
Technische Universität Bergakademie Freiberg
1 *Gleichstrom,* 2 *Elektrische und magnetische Felder,*
3 *Wechselstrom,* 4 *Besondere Wechselstromkreise*

Dr. HARRY BRAUER †
Bearbeiter Prof. Dr. WOLFGANG REINHOLD
Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig
6 *Bauelemente der Elektronik*

Prof. Dr. CONSTANS LEHMANN, Leipzig †
5 *Signale und Systeme,* 7 *Analoge Schaltungen,*
8 *Digitale Schaltungen,* 9 *Stromversorgungsschaltungen*

Prof. Dr. HARTMUT LINDNER
Hochschule für Technik und Wirtschaft Mittweida (FH)
unter Mitarbeit von Prof. Dr.-Ing. ROLF FISCHER
Hochschule Esslingen
10 *Elektrische Maschinen*



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-446-44497-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 URG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2018 Carl Hanser Verlag München
Internet: http://www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Manuel Leppert, M.A.
Herstellung: Dipl.-Ing. (FH) Franziska Kaufmann
Satz: Satzherstellung Dr. Steffen Naake, Brand-Erbisdorf
Coverconcept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München
Coverrealisierung: Stephan Rönigk
Druck und Binden: Kösel, Krugzell
Printed in Germany

Vorwort

Auch die schnelle Zunahme von Spezialwissen erfordert ständiges Vergegenwärtigen der Grundlagen eines Fachgebietes. Das vorliegende Taschenbuch vermittelt deshalb wesentliche Kenntnisse über Gesetzmäßigkeiten, Prinzipien sowie Anwendungen der Elektrotechnik und Elektronik. Es will dazu beitragen, Wissenslücken zu schließen und früher erworbene Kenntnisse zu vervollständigen und zu aktualisieren. Das Buch wendet sich gleichermaßen an Studenten wie an Praktiker und soll auch Anwendern angrenzender Fachgebiete von Nutzen sein.

Der Stoff wird in übersichtlicher und konzentrierter Form dargestellt. Gesuchte Informationen sind in Verbindung mit einem umfangreichen Sachwort- und Symbolverzeichnis schnell auffindbar.

Die vorliegende 9. Auflage ist wieder eine Neubearbeitung. Dies betrifft vor allem die Kapitel zum Teil Elektronik und die Kapitel Signale und Systeme sowie Elektrische Maschinen. Neben umfangreichen Aktualisierungen und der Aufnahme neuer technischer Anwendungen wurden auch zahlreiche Leserhinweise in der neuen Auflage berücksichtigt.

Für kritische Hinweise zur Verbesserung des Buches sind die Autoren und der Verlag dankbar.

Dezember 2007 Autoren und Verlag

Inhaltsverzeichnis

1 Gleichstrom **21**
1.1 *Grundgrößen und Grundbegriffe* 21
1.1.1 Elektrische Ladung 21
1.1.2 Elektrischer Strom 21
1.1.3 Elektrische Spannung und Potenzial 22
1.1.4 Elektrischer Widerstand 24
1.1.5 Ohm'sches Gesetz 28
1.1.6 Elektrische Arbeit und Leistung 29
1.2 *Zusammengesetzte Widerstände* 30
1.2.1 Reihenschaltung von Widerständen und Spannungsteilung 30
1.2.2 Parallelschaltung von Widerständen und Stromteilung 31
1.2.3 Gemischte Schaltung von Widerständen 32
1.2.4 Dreieck-Stern-Umwandlung 32
1.3 *Stromkreise und Netzwerke* 33
1.3.1 Grundstromkreis 33
1.3.1.1 Darstellung mit Spannungsquelle 33
1.3.1.2 Darstellung mit Stromquelle 34
1.3.1.3 Wirkungsgrad im Grundstromkreis 35
1.3.1.4 Leistungsanpassung 36
1.3.2 Kirchhoff'sche Regeln 36
1.3.3 Berechnung von Netzwerken 37
1.3.3.1 Knotenpunkt- und Maschensatz 38
1.3.3.2 Überlagerungssatz 39
1.3.3.3 Zweipoltheorie 40
1.3.3.4 Maschenstromverfahren 41
1.3.3.5 Knotenpotenzialverfahren 42
1.3.4 Belasteter Spannungsteiler 42
1.4 *Messung der elektrischen Grundgrößen* 44
1.4.1 Messung von Spannung und Strom 44
1.4.2 Messung des Widerstandes 45
1.4.2.1 Direkte Messung 45
1.4.2.2 Wheatstone-Brücke 46
1.4.2.3 Thomson-Brücke 46
1.4.3 Messung der Leistung 47

2 Elektrische und magnetische Felder **49**
2.1 *Elektrostatisches Feld* 49
2.1.1 Elektrische Feldstärke 49
2.1.2 Influenz 50
2.1.3 Verschiebungsdichte und Verschiebungsfluss 50
2.1.4 Dielektrikum 51
2.1.5 Kondensatoren 52
2.1.5.1 Kapazität 52
2.1.5.2 Schaltung von Kondensatoren 53

2.1.5.3 Berechnung der Kapazität von Kondensatoren 55
2.1.5.4 Geschichtetes Dielektrikum 55
2.1.5.5 Ladung und Entladung von Kondensatoren 55
2.1.6 Kräfte im elektrischen Feld 57
2.1.7 Energie im elektrischen Feld 59
2.1.8 Piezoelektrischer Effekt 60
2.1.9 Thermoelektrischer Effekt 61
2.1.10 Lichtelektrischer Effekt 62
2.2 *Stationäres elektrisches Strömungsfeld* 63
2.2.1 Strömungsfeld 63
2.2.2 Stromdichte 63
2.2.3 Stromdichte und Feldstärke 65
2.2.4 Feldstärke und Potenzial 66
2.3 *Magnetisches Feld* 66
2.3.1 Magnetische Feldstärke 66
2.3.1.1 Durchflutungssatz 67
2.3.1.2 Gesetz von Biot-Savart 70
2.3.2 Magnetische Flussdichte 71
2.3.3 Magnetischer Fluss und Streuung 71
2.3.4 Permeabilität 72
2.3.5 Magnetismus des Eisens 73
2.3.6 Arten magnetischer Werkstoffe 75
2.3.7 Ohm'sches Gesetz des magnetischen Kreises 77
2.3.8 Eisengefüllte magnetische Kreise 78
2.3.8.1 Unverzweigter magnetischer Kreis ohne Luftspalt . . . 78
2.3.8.2 Zusammengesetzter magnetischer Kreis 79
2.3.8.3 Scherung der Magnetisierungskennlinie 80
2.3.8.4 Flussdichte bei gegebener Durchflutung 81
2.3.8.5 Verzweigter magnetischer Kreis 82
2.3.9 Induktionsgesetz 82
2.3.9.1 Ruhende Spule und zeitlich veränderliches Magnetfeld 82
2.3.9.2 Ruhendes Magnetfeld und bewegter gerader Leiter . . 83
2.3.9.3 Lenz'sche Regel 84
2.3.9.4 Prinzip des Gleichstromgenerators 84
2.3.9.5 Wirbelströme 85
2.3.9.6 Skineffekt 86
2.3.10 Selbstinduktion 88
2.3.11 Gegeninduktivität und induktive Kopplung 90
2.4 *Kräfte und Energie im Magnetfeld* 91
2.4.1 Kraft auf eine bewegte elektrische Ladung 91
2.4.2 Kraft auf geradlinige Stromleiter 92
2.4.3 Kraft zwischen zwei parallelen Stromleitern 92
2.4.4 Prinzip des Gleichstrommotors 93
2.4.5 Energie des magnetischen Feldes 94
2.4.5.1 Energie bei konstanter Permeabilität 94
2.4.5.2 Energie im eisengefüllten Kreis 94
2.4.5.3 Hysteresisarbeit 95

2.4.5.4 Zugkraft von Magneten 96
2.4.5.5 Supraleitende Magnete 96
2.4.6 Schaltvorgänge mit Induktivitäten 97
2.4.7 Hall-Effekt 99
2.4.8 Elektromagnetische Verträglichkeit 101

3 Wechselstrom 103
3.1 *Grundgrößen und Grundbegriffe* 103
3.1.1 Vorteile des Wechselstroms gegenüber Gleichstrom 103
3.1.2 Kenngrößen sinusförmiger Wechselgrößen 103
3.1.3 Zeiger- und Liniendiagramm 104
3.1.4 Addition phasenverschobener Wechselgrößen gleicher Frequenz 105
3.1.5 Mittelwerte sinusförmiger Wechselgrößen 106
3.1.6 Scheitel- und Formfaktor 108
3.2 *Widerstände im Wechselstromkreis* 110
3.2.1 Wirkwiderstand 110
3.2.2 Induktiver Widerstand 110
3.2.3 Kapazitiver Widerstand 111
3.3 *Komplexe Wechselgrößen* 112
3.3.1 Grundlagen 113
3.3.2 Arithmetik 113
3.4 *Schaltungen von Widerständen im Wechselstromkreis* 114
3.4.1 Reihenschaltungen 114
3.4.2 Parallelschaltungen 117
3.4.3 Darstellung komplexer Größen in Wechselstromkreisen 119
3.4.4 Umwandlung von Schaltungen 121
3.5 *Leistung und Arbeit im Wechselstromkreis* 123
3.5.1 Augenblicksleistung 123
3.5.2 Mittlere Leistung 124
3.5.3 Leistungsfaktor 127
3.5.4 Wirk-, Blind- und Gesamtstrom 128
3.5.5 Verbesserung des Leistungsfaktors 128
3.5.6 Leistung in komplexer Schreibweise 129
3.5.7 Messung der Wechselstromleistung 130
3.5.7.1 Messung der Wirkleistung 130
3.5.7.2 Messung der Blindleistung 131
3.5.7.3 Messung der Wirkarbeit 131
3.5.7.4 Kombinierte Messung von Wirk- und Blindleistung . . 133

4 Besondere Wechselstromkreise 135
4.1 *Zusammengesetzte Schaltungen* 135
4.1.1 Komplexer Spannungs- und Stromteiler 135
4.1.2 Gemischte Schaltungen 137
4.1.2.1 Parallelschaltung mit komplexen Widerständen 137
4.1.2.2 Wechselstromparadoxon 137
4.1.2.3 90°-Schaltung nach Hummel 138
4.1.2.4 *RC*-Kombination mit Phasendrehung um 90° 139
4.1.2.5 *RC*-Kombination mit Phasendrehung um 180° 140

4.2 *Frequenzverhalten von Wechselstromkreisen* 141
4.2.1 Verluste in Wechselstromkreisen 141
4.2.1.1 Verlustwinkel einer Spule 141
4.2.1.2 Verlustwinkel eines Kondensators 142
4.2.2 Reihenresonanz 143
4.2.2.1 Grundvorgang 143
4.2.2.2 Besonderheiten bei Reihenresonanz 145
4.2.2.3 Verluste bei Reihenresonanz 145
4.2.2.4 Normierte Darstellung 146
4.2.3 Parallelresonanz 147
4.2.3.1 Grundvorgang 147
4.2.3.2 Besonderheiten bei Parallelresonanz 148
4.2.3.3 Verluste bei Parallelresonanz 149
4.2.4 Übertragungsfunktion von Vierpolen 150
4.2.5 Filter 151
4.2.5.1 *RC*-Glied als Hochpass 151
4.2.5.2 *RC*-Glied als Tiefpass 152
4.2.5.3 *RC*-Kombination als Bandpass 153
4.3 *Spule mit Eisen* 155
4.3.1 Eisenverluste 155
4.3.2 Kupferverluste 157
4.3.3 Induktiver Spannungsabfall 157
4.3.4 Ersatzschaltbild der Spule mit Eisenkern 158
4.3.5 Drosselspule mit Gleichstromvormagnetisierung 159
4.4 *Transformator* 160
4.4.1 Arten der Transformatoren 160
4.4.2 Idealer Transformator 161
4.4.3 Realer belasteter Transformator 162
4.4.4 Grundgleichungen des Transformators in komplexer Form 163
4.4.5 T-Ersatzschaltung des Transformators 163
4.4.6 Reduzierte Ersatzschaltung 164
4.4.7 Vereinfachtes Zeigerdiagramm des Starkstromtransformators . . 165
4.4.8 Kapp-Diagramm 166
4.4.9 Verluste und Wirkungsgrad des Transformators 167
4.4.10 Spartransformator 168
4.5 *Dreiphasenstrom* 169
4.5.1 Erzeugung des Dreiphasenstromes 169
4.5.2 Arten der Verkettung 170
4.5.2.1 Sternschaltung 170
4.5.2.2 Dreieckschaltung 171
4.5.3 Leistung des Drehstromes 172
4.5.4 Drehstromtransformator 173
4.5.4.1 Aufbau 173
4.5.4.2 Schaltungsarten 174
4.6 *Inversion komplexer Wechselgrößen* 175
4.6.1 Inversion eines einzelnen Zeigers 175
4.6.2 Wahl des Maßstabs 177

4.6.3 Inversion von Punkten, Geraden und Kreisen 177
4.6.3.1 Punkt 177
4.6.3.2 Geraden, durch den Nullpunkt laufend 177
4.6.3.3 Geraden, parallel zu einer Achse und nicht durch den Nullpunkt laufend 178
4.6.3.4 Geraden, nicht achsenparallel und nicht durch den Nullpunkt laufend 179
4.6.3.5 Kreis, nicht durch den Nullpunkt laufend 180
4.7 *Ortskurven* 181
4.7.1 Definition 181
4.7.2 Maßstäbe und Maßteilungen 181
4.7.3 Ortskurven von Grundschaltungen 182
4.7.3.1 L in Reihe mit veränderlichem R 182
4.7.3.2 R und L in Reihe bei variabler Frequenz 183
4.7.3.3 Reihenresonanz bei veränderlicher Frequenz 185
4.7.3.4 Normierte Darstellung der Reihenresonanz 185
4.7.3.5 R und L parallel bei variabler Frequenz 187
4.7.4 Ortskurven gemischter Schaltungen 187
4.7.4.1 Addition eines konstanten Widerstandes 188
4.7.4.2 Nullpunktverschiebung der Ortskurve einer gemischten Schaltung 189
4.7.5 Konstruktion von Ortskurven mittels Wertetabelle 190

5 Signale und Systeme 193
5.1 *Signale* 193
5.1.1 Begriffsbestimmung und Übersicht 193
5.1.2 Periodische Signale mit konstanter Amplitude 193
5.1.2.1 Merkmale 193
5.1.2.2 Fourier-Reihen 195
5.1.3 Nichtperiodische Signale mit zweiseitiger Begrenzung 200
5.1.3.1 Merkmale 200
5.1.3.2 Fourier-Transformation 201
5.1.4 Nichtperiodische Signale mit einseitiger Begrenzung 205
5.1.4.1 Merkmale 205
5.1.4.2 Laplace-Transformation 206
5.2 *Systeme* 208
5.2.1 Begriffsbestimmung 208
5.2.2 Lineare, zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) 209
5.2.2.1 Systemreaktionen (Impulsantwort, Sprungantwort) . . 209
5.2.2.2 Berechnung von Einschaltvorgängen mit der Laplace-Transformation 210
5.2.2.3 Allgemeine Form der komplexen Übertragungsfunktion 211
5.2.2.4 Pol-Nullstellen-Plan 212
5.2.2.5 Amplituden- und Phasen-Frequenzgang 213
5.2.3 Abtastsysteme 215
5.2.3.1 Bedeutung der Abtastung für die digitale Signalverarbeitung 215

5.2.3.2 Ideale Abtastung . . . 215
5.2.3.3 Abtasttheorem . . . 217
5.2.3.4 Bandbegrenzung . . . 217
5.3 *Elemente der digitalen Signalverarbeitung* . . . 219
5.3.1 Diskrete Signale . . . 219
5.3.2 Zeitdiskrete Systeme . . . 220
5.3.3 z-Transformation . . . 223
5.4 *Grundlagen digitaler Filter* . . . 225
5.4.1 Begriffsbestimmung . . . 225
5.4.2 FIR-Filter . . . 226
5.4.2.1 Einführung . . . 226
5.4.2.2 Fenster-Methode . . . 228
5.4.3 IIR-Filter . . . 232
5.4.3.1 Einführung . . . 232
5.4.3.2 Bilineare Transformation . . . 235
5.4.3.3 Frequenztransformationen . . . 237

6 Bauelemente der Elektronik . . . 239
6.1 *Begriffsbestimmung und Übersicht* . . . 239
6.2 *Leiterplatten* . . . 240
6.2.1 Halbzeuge . . . 240
6.2.2 Entwurf und Herstellung von Leiterplatten . . . 241
6.2.3 Leiterplatten-Montagetechniken . . . 243
6.3 *Die internationalen E-Reihen* . . . 244
6.4 *Widerstände* . . . 245
6.4.1 Der Widerstand als Bauelement . . . 245
6.4.2 Festwiderstände . . . 246
6.4.3 Einstellwiderstände . . . 248
6.5 *Kondensatoren* . . . 248
6.5.1 Kenngrößen . . . 248
6.5.2 Technische Kondensatoren . . . 249
6.5.3 Kondensatoren mit veränderbarer Kapzität . . . 250
6.6 *Spulen* . . . 251
6.6.1 Kenngrößen . . . 251
6.6.2 Technische Spulen . . . 251
6.7 *Physikalische Grundlagen der Halbleiter* . . . 252
6.7.1 Reine Halbleiter . . . 252
6.7.2 Dotierte Halbleiter . . . 254
6.7.3 pn-Übergänge . . . 255
6.7.3.1 Wirkprinzip . . . 255
6.7.3.2 Strom-Spannungs-Kennlinie des pn-Übergangs . . . 257
6.7.3.3 Kleinsignalverhalten des pn-Übergangs . . . 259
6.7.3.4 Schaltverhalten des pn-Übergangs . . . 259
6.7.3.5 Thermisches Verhalten des pn-Übergangs . . . 260
6.7.3.6 Herstellungsverfahren für pn-Übergänge . . . 261
6.8 *Halbleiterdioden* . . . 262
6.8.1 Gleichrichter- und Schaltdioden . . . 262
6.8.2 PIN- und PSN-Dioden . . . 263
6.8.3 Schottky-Dioden . . . 264

6.8.4 Heterodioden . . . 265
6.8.5 Z-Dioden . . . 266
6.8.6 Tunneldioden . . . 268
6.8.7 Backwarddioden . . . 269
6.8.8 Kapazitätsdioden . . . 270
6.8.9 Spezielle Diodenarten . . . 270
6.9 *Bipolare Transistoren* . . . 271
6.9.1 Aufbau und Wirkprinzip . . . 271
6.9.2 Grundschaltungen des Transistors . . . 275
6.9.3 Strom-Spannungs-Kennlinie des Transistors . . . 275
6.9.3.1 Kennlinienfelder in Emitterschaltung . . . 275
6.9.3.2 Arbeitspunkteinstellung . . . 277
6.9.3.3 Übersteuerungsgrenze und Sättigungsspannung . . . 278
6.9.4 Kleinsignalverhalten des Transistors . . . 279
6.9.5 Transistorkennwerte und -grenzwerte . . . 282
6.9.5.1 Stromverstärkungsgruppen . . . 282
6.9.5.2 Restströme des Transistors . . . 282
6.9.5.3 Temperaturabhängigkeit der Kennwerte . . . 282
6.9.6 Anwendungen bipolarer Transistoren . . . 284
6.9.6.1 Elektronischer Schalter . . . 284
6.9.6.2 Kleinsignalverstärker . . . 287
6.10 *Feldeffekttransistoren (FET)* . . . 289
6.10.1 Übersicht . . . 289
6.10.2 Strom-Spannungs-Kennlinie . . . 292
6.10.3 Kleinsignalverhalten . . . 295
6.10.4 Effekte bei integrierten MOSFET . . . 296
6.10.5 Thermisches Verhalten . . . 297
6.10.6 Anwendungen von Feldeffekttransistoren . . . 297
6.10.6.1 FET als elektronischer Schalter . . . 297
6.10.6.2 Steuerbarer Widerstand . . . 299
6.10.6.3 Kleinsignalverstärker . . . 299
6.10.6.4 Konstantstromquellen . . . 300
6.10.6.5 Leistungs-Feldeffekttransistoren . . . 301
6.10.6.6 Spezielle Feldeffekttransistorarten . . . 302
6.11 *Thyristorbauelemente* . . . 307
6.11.1 Überblick . . . 307
6.11.2 Einrichtungs-Thyristordiode . . . 307
6.11.3 Zweirichtungs-Thyristordiode und Diac . . . 308
6.11.4 Einrichtungs-Thyristortriode . . . 310
6.11.4.1 Technologischer Aufbau . . . 310
6.11.4.2 Wirkungsweise . . . 310
6.11.5 Zweirichtungs-Thyristortriode . . . 312
6.11.6 Anwendungen von Thyristor und Triac . . . 313
6.11.6.1 Leistungsschalter für Wechsel- und Gleichstrom . . . 313
6.11.6.2 Elektronische Lastrelais . . . 315
6.11.6.3 Störschutz und Schutzbeschaltung . . . 316
6.11.7 Spezielle Thyristoren . . . 317

6.12 *Optoelektronische Bauelemente* . . . 317
6.12.1 Übersicht . . . 317
6.12.2 Fotometrische Beziehungen . . . 318
6.12.3 Lichtempfindliche Fotohalbleiter . . . 320
6.12.3.1 Fotowiderstände . . . 320
6.12.3.2 Fotodioden . . . 321
6.12.3.3 Fotoelemente und Solarzellen . . . 322
6.12.3.4 Fototransistoren . . . 323
6.12.3.5 Fotothyristoren . . . 324
6.12.4 Lichtemittierende Fotohalbleiter . . . 324
6.12.4.1 Lumineszenzeffekt in Halbleitern . . . 324
6.12.4.2 Lumineszenzdioden (LED) . . . 325
6.12.4.3 LED-Anzeigesysteme (Display-Bauelemente) . . . 325
6.12.4.4 Halbleiter-Injektionslaser . . . 326
6.12.5 Optoelektronische Koppelelemente . . . 326
6.12.6 Feldeffekt-Anzeigeelemente . . . 327
6.13 *Halbleitersensoren* . . . 327
6.13.1 Temperatursensoren . . . 328
6.13.1.1 Heißleiter . . . 328
6.13.1.2 Kaltleiter . . . 329
6.13.1.3 Thermoelemente . . . 330
6.13.2 Drucksensoren . . . 332
6.13.2.1 Piezoresistive Wandler . . . 332
6.13.2.2 Piezoelektrische Wandler . . . 333
6.13.3 Magnetfeldsensoren . . . 334
6.13.3.1 Feldplatten . . . 334
6.13.3.2 Hall-Generatoren . . . 334
6.13.3.3 Reed-Kontakte . . . 335
6.13.4 Feuchtesensoren . . . 336
6.13.5 Gassensoren . . . 337
6.13.6 Fotosensoren . . . 338
6.13.7 Auswerteprinzipien und Messschaltungen für Sensoren . . . 338
6.14 *Integrierte Schaltungen* . . . 339
6.14.1 Übersicht . . . 339
6.14.2 Filmschaltkreise . . . 340
6.14.3 Festkörperschaltkreise . . . 341
6.14.3.1 Grundlagen . . . 341
6.14.3.2 Herstellungszyklen . . . 341
6.14.3.3 Schaltkreistechnologien . . . 342
6.14.3.4 Schaltkreisentwurf . . . 346
6.14.4 Schaltkreisgehäuse . . . 347
6.15 *Kühlung von Halbleiterbauelementen* . . . 348
6.16 *Rauschen elektronischer Bauelemente* . . . 350
6.16.1 Grundbeziehungen und Widerstandsrauschen . . . 350
6.16.2 Äquivalenter Rauschwiderstand . . . 351
6.16.3 Rauschzahl und Rauschmaß . . . 351
6.16.4 Rauschen von Feldeffekttransistoren . . . 351
6.16.5 Rauschen bipolarer Transistoren . . . 352

7 Analoge Schaltungen 354
7.1 *Begriffsbestimmung* 354
7.2 *Analysemethoden* 356
7.2.1 Vierpolanalyse (Zweitoranalyse) 356
7.2.1.1 Rechnen mit Vierpolen 357
7.2.1.2 Widerstände und Übertragungsfaktoren 361
7.2.1.3 Wellenbezogene Parameter 363
7.2.2 Knotenspannungsanalyse 365
7.2.3 Computergestützte Netzwerk-Analysen 367
7.3 *Aktive Grundschaltungen* 369
7.3.1 Begriffsbestimmung 369
7.3.2 Gegengekoppelte Schaltungen 370
7.3.2.1 Begriff der Rückkopplung 370
7.3.2.2 Gegenkopplungsmodelle 371
7.3.2.3 Gegenkopplungseffekte 373
7.3.3 Kopplungsarten bei mehrstufigen Verstärkern 375
7.3.3.1 Grenzfrequenz bei *RC*-Kopplung 375
7.3.3.2 Drift bei direkter Kopplung 376
7.3.4 Differenzverstärker 378
7.3.4.1 Eigenschaften der Grundschaltung 378
7.3.4.2 Stromspiegel 380
7.3.5 Leistungsendstufen 382
7.3.5.1 Begriffsbestimmung 382
7.3.5.2 Grundschaltungen 383
7.4 *Operationsverstärker* 386
7.4.1 Begriffsbestimmung und Übersicht 386
7.4.2 Kenngrößen 388
7.4.2.1 Statische Kenngrößen 388
7.4.2.2 Offset- und Driftkenngrößen 389
7.4.2.3 Dynamische Kenngrößen 390
7.4.2.4 Kompensationsmaßnahmen 391
7.4.3 Grundschaltungen mit Operationsverstärkern 394
7.4.3.1 Verstärkergrundschaltungen 394
7.4.3.2 Verstärkerschaltungen mit speziellen Eigenschaften . . 395
7.4.3.3 Konstantstromquellen 396
7.4.3.4 Analogrechenschaltungen 397
7.4.3.5 Komparatoren 400
7.5 *Filter* 401
7.5.1 Übersicht 401
7.5.2 Aktive *RC*-Filter 402
7.5.2.1 Tiefpässe 403
7.5.2.2 Hochpässe 406
7.5.2.3 Bandpässe (Selektivfilter) 407
7.5.2.4 Hinweise zu Filtern höherer Ordnung 408
7.5.3 *SC*-Filter 408
7.6 *Oszillatoren* 409
7.6.1 Begriffsbestimmung 409
7.6.2 *RC*-Oszillatoren 410

7.6.3 Quarzoszillatoren . . . 412
7.6.3.1 Elektrische Eigenschaften des Quarzes . . . 412
7.6.3.2 Hinweise zu einfachen Oszillatoren . . . 414
7.7 *Analog/Digital- und Digital/Analog-Umsetzer* . . . 414
7.7.1 Analog/Digital-Umsetzer . . . 416
7.7.1.1 Parallelverfahren . . . 416
7.7.1.2 Wägeverfahren . . . 417
7.7.1.3 Abtast- und Halteschaltung . . . 419
7.7.1.4 Zählverfahren . . . 421
7.7.1.5 Hinweise zu weiteren Umsetzverfahren . . . 422
7.7.2 Digital/Analog-Umsetzer . . . 424
7.7.2.1 Prinzip der Parallelumsetzung . . . 425
7.7.2.2 Umsetzverfahren mit *R*-2*R*-Netzwerk . . . 426
7.7.2.3 Analogschalter . . . 427

8 Digitale Schaltungen . . . 429
8.1 *Begriffsbestimmung* . . . 429
8.2 *Grundlagen der Schaltalgebra* . . . 431
8.2.1 Logische Funktionen . . . 431
8.2.2 Rechenregeln . . . 433
8.2.3 Minimierung . . . 436
8.3 *Logische Grundschaltungen* . . . 439
8.3.1 Logische Pegel . . . 439
8.3.2 Integrierte Standard-Schaltkreise . . . 440
8.3.2.1 TTL-Schaltkreise . . . 441
8.3.2.2 CMOS-Schaltkreise . . . 447
8.4 *Ausgewählte Bausteine für Schaltnetze* . . . 451
8.4.1 Komparatoren . . . 452
8.4.2 Multiplexer und Demultiplexer . . . 453
8.4.3 Codeumsetzer . . . 455
8.4.4 Addierer und Subtrahierer . . . 457
8.5 *Elementare Kippschaltungen* . . . 461
8.5.1 Begriffsbestimmung und Übersicht . . . 461
8.5.2 Bistabile Kippschaltungen (Flipflop) . . . 462
8.5.2.1 Ungetaktete Flipflops . . . 463
8.5.2.2 Zustandsgesteuerte Flipflops . . . 465
8.5.2.3 Flankengesteuerte Flipflops . . . 467
8.5.3 Schmitt-Trigger . . . 469
8.5.4 Monostabile Kippschaltungen . . . 471
8.5.5 Astabile Kippschaltungen . . . 472
8.6 *Komplexe Bausteine für digitale Systeme* . . . 474
8.6.1 Zähler . . . 474
8.6.1.1 Asynchronzähler . . . 475
8.6.1.2 Synchronzähler . . . 476
8.6.1.3 Integrierte Zähler . . . 477
8.6.2 Frequenzteiler . . . 479
8.6.2.1 Asynchrone Frequenzteiler . . . 480
8.6.2.2 Synchrone Frequenzteiler . . . 480

8.6.3 Register . . . 482
8.6.3.1 Begriffsbestimmung und Überblick . . . 482
8.6.3.2 Elementare Schieberegister . . . 483
8.6.3.3 Integrierte Schieberegister . . . 484
8.7 *Halbleiterspeicher* . . . 486
8.7.1 Begriffsbestimmung und Übersicht . . . 486
8.7.2 Schreib-Lese-Speicher (RAM) . . . 489
8.7.2.1 Statische RAM . . . 490
8.7.2.2 Dynamische RAM . . . 493
8.7.3 Festwertspeicher (ROM) . . . 495
8.7.3.1 Programmierbare ROM . . . 496
8.7.3.2 Reprogrammierbare ROM . . . 497
8.7.4 Kombinierte Speicherschaltungen . . . 501
8.8 *Anwenderspezifische Schaltkreise (ASIC)* . . . 503
8.8.1 Merkmale von ASIC-Strukturen . . . 504
8.8.2 Einfache PLD . . . 505
8.8.2.1 PAL-Grundstrukturen . . . 505
8.8.2.2 Reprogrammierbare PLD . . . 508
8.8.2.3 Komplexe PLD (CPLD) . . . 510
8.8.2.4 Feldprogrammierbare Gate Array (FPGA) . . . 511
8.9 *Ergänzende Informationen* . . . 514
8.9.1 Code-Arten . . . 514
8.9.2 Zahlensysteme . . . 516
8.9.3 Schaltkreis-Listen . . . 518
8.9.4 Hardware-Beschreibungssprachen . . . 519
8.9.4.1 VHDL . . . 520
8.9.4.2 Verilog . . . 522

9 Stromversorgungsschaltungen . . . 525
9.1 *Grundfunktionen konventioneller Netzteile* . . . 525
9.1.1 Gleichrichtung . . . 526
9.1.1.1 Einweggleichrichtung . . . 526
9.1.1.2 Zweiweggleichrichtung . . . 527
9.1.1.3 Gleichrichtung mit Spannungsvervielfachung . . . 529
9.1.2 Glättung und Siebung . . . 530
9.1.2.1 Glättung mit Ladekondensator . . . 531
9.1.2.2 Siebung mit frequenzabhängigen Bauelementen . . . 534
9.2 *Spannungsstabilisierung* . . . 535
9.2.1 Begriffsbestimmung . . . 535
9.2.2 Erzeugung von Referenzspannungen . . . 536
9.2.2.1 Diskrete Schaltungen mit Z-Dioden . . . 536
9.2.2.2 Integrierte Referenzspannungsquellen . . . 538
9.2.3 Stetige Gleichspannungsregelung . . . 539
9.2.3.1 Grundschaltung aus diskreten Bauelementen . . . 539
9.2.3.2 Integrierte Regler mit einstellbarer Spannung . . . 540
9.2.3.3 Integrierte Festspannungsregler . . . 541
9.2.4 Unstetige Regelung mit Schaltregler . . . 542
9.2.4.1 Begriffsbestimmung und Übersicht . . . 542
9.2.4.2 Gleichspannungswandler . . . 543

9.2.4.3 Wandler für Netzbetrieb 548
9.2.4.4 Integrierte Ansteuerschaltungen 552

10 Elektrische Maschinen 554
10.1 *Allgemeine Vorgaben* 554
10.1.1 Klassifikation 554
10.1.1.1 Leistungsbereich 554
10.1.1.2 Leistungsangaben 555
10.1.1.3 Gliederung 556
10.1.2 Normen 558
10.1.2.1 Bauformen und Schutzarten 558
10.1.2.2 Betriebsarten 559
10.1.2.3 Baugrößen 560
10.2 *Gleichstrommaschinen* 561
10.2.1 Aufbau und Wirkungsweise 561
10.2.1.1 Bauteile 561
10.2.1.2 Wirkungsweise 562
10.2.1.3 Anker- und Erregerwicklung 564
10.2.2 Betriebsverhalten 565
10.2.2.1 Ankerrückwirkung 565
10.2.2.2 Fremderregte Gleichstrommotoren 567
10.2.2.3 Reihenschlussmotoren 567
10.2.3 Drehzahlsteuerung 568
10.2.3.1 Ankervorwiderstand 568
10.2.3.2 Feldschwächung 569
10.2.3.3 Spannungsabsenkung 570
10.2.3.4 Stromrichterbetrieb 571
10.2.3.5 Bremsverfahren 572
10.3 *Drehstrom-Asynchronmaschinen* 573
10.3.1 Aufbau und Wirkungsweise 573
10.3.1.1 Bauteile 573
10.3.1.2 Drehfeld und Drehmoment 576
10.3.2 Betriebsverhalten 577
10.3.2.1 Ersatzschaltung und Zeigerbild 577
10.3.2.2 Stromortskurve 579
10.3.2.3 Drehmoment 582
10.3.3 Drehzahlsteuerung 584
10.3.3.1 Frequenzänderung 584
10.3.3.2 Polumschaltung 586
10.3.3.3 Läufervorwiderstände 587
10.3.3.4 Absenken der Ständerspannung 588
10.3.3.5 Untersynchrone Stromrichterkaskade (USK) 589
10.3.4 Anlauf- und Bremsverfahren 590
10.3.4.1 Anlasstechniken 590
10.3.4.2 Bremsverfahren 593
10.3.5 Asynchronmotoren für Wechselstrombetrieb 596
10.3.5.1 Kondensatormotoren 596
10.3.5.2 Spaltpolmotoren 597
10.3.5.3 Steinmetz-Schaltung für Drehstrommotoren 598

10.4 *Synchronmaschinen* 599
10.4.1 Aufbau und Wirkungsweise 600
10.4.1.1 Bauteile 600
10.4.1.2 Erregersysteme 601
10.4.1.3 Spannungsinduktion 603
10.4.2 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine 604
10.4.2.1 Inselbetrieb 604
10.4.2.2 Stoß- und Dauerkurzschlussstrom 607
10.4.2.3 Netzbetrieb 607
10.4.3 Spezielle Bauformen und Betriebsarten 612
10.4.3.1 Schenkelpolmaschinen 612
10.4.3.2 Stromrichtergespeiste Synchronmaschinen 616
10.4.3.3 Dauermagneterregte Servomotoren (E-Auto) 617
10.4.3.4 Linearmotoren 619
10.5 *Kleinmaschinen* 622
10.5.1 Batterieversorgte Gleichstrommaschinen 623
10.5.2 Universalmotoren 624
10.5.3 Schrittmotoren 628
10.5.4 Elektronikmotor 631

Matlab-Programme **633**

Abkürzungsverzeichnis zur Elektronik **635**

Formelzeichenverzeichnis **639**

Literaturverzeichnis **647**

Sachwortverzeichnis **657**

1 Gleichstrom

1.1 Grundgrößen und Grundbegriffe

1.1.1 Elektrische Ladung

Alle elektrischen Erscheinungen beruhen auf der Anhäufung oder Bewegung *positiver* und *negativer elektrischer Ladungen*. Diese sind an die kleinsten stofflichen Teilchen (z. B. Elektronen oder Ionen) gebunden und üben auf andere, gleichfalls elektrisch geladene Körper Kraftwirkungen aus (→ 2.1.6):

$$\frac{\text{Gleichartig}}{\text{Ungleichartig}} \text{ geladene Körper } \frac{\text{stoßen einander ab}}{\text{ziehen einander an}}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der elektrischen Ladung: $[Q] = \text{C}$ (Coulomb) $= \text{A} \cdot \text{s}$ (Amperesekunde).

Jede **elektrische Ladung** ist ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung e.

$$e = \pm 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Elektronen enthalten die negative Elementarladung $-e$, während Protonen die positive Elementarladung $+e$ tragen. Elektronenüberschuss auf einem Körper verursacht seine negative, Elektronenmangel dagegen seine positive Ladung.

1.1.2 Elektrischer Strom

Augenblickswert der Stromstärke. Das Fließen eines elektrischen Stromes bedeutet die kontinuierliche oder schwingende Bewegung von Ladungsträgern in einem Leiter. Der den Leiterquerschnitt in einer kurzen Zeit $\mathrm{d}t$ durchfließende Ladungsanteil $\mathrm{d}Q$ ist der Augenblickswert der Stromstärke.

$$\boxed{i = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}} \tag{1.1}$$

Gleichstrom. Bleibt die Stromstärke über einen längeren Zeitraum t konstant, so handelt es sich um einen Gleichstrom.

$$\boxed{I = \frac{Q}{t}} \tag{1.2}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Stromstärke: $[I] = \text{A}$ (Ampere) (zur Definition → 2.4.3).

Der Richtungssinn des Stromes entspricht der Bewegungsrichtung der positiven Ladungen vom Pluspol zum Minuspol außerhalb der Spannungsquelle (→ Bild 1.1).

Die Ladungsträger selbst können sich entweder in dieser Richtung [1] (z. B. positive Ladungen, verursacht durch Elektronenmangel) oder auch entgegengesetzt (z. B. Elektronen) in einem Metalldraht bewegen (→ Bild 1.2).

In Elektrolyten und Gasen erfolgt die Stromausbreitung durch elektrisch geladene Ionen.

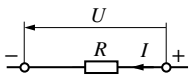


Bild 1.1 Richtungssinn des Stromes

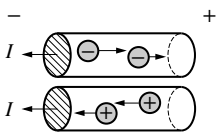


Bild 1.2 Bewegungsrichtung positiver und negativer Ladungsträger

1.1.3 Elektrische Spannung und Potenzial

Quellenspannung

Elektrische Ladungen Q mit unterschiedlichen Vorzeichen lassen sich durch äußere Energiezufuhr W_{zu} voneinander trennen.

Die Trennung elektrischer Ladungen ist die Ursache für das Auftreten einer elektrischen **Quellenspannung** U_q zwischen den Polen der entstehenden Spannungsquelle (→ Tabelle 1.1).

$$U_q = \frac{W_{zu}}{Q} \tag{1.3}$$

Die Quellenspannung ist vom Pluspol zum Minuspol der Spannungsquelle gerichtet und dem angetriebenen Strom entgegengerichtet.

Spannungsabfall

In umgekehrter Weise wird beim Fließen des Stromes im Leiter die Energie W_{ab} wieder frei, meist in Form von Wärme. Zwischen den betrachteten Leiterpunkten besteht dann der Spannungsabfall:

$$U = \frac{W_{ab}}{Q} \tag{1.4}$$

[1] Aus der Ionenbewegung bei der Elektrolyse abgeleitet.

Tabelle 1.1 Erzeugen von Quellenspannungen

Physikalische Ursache	Vorgang	Anwendung
Elektronenaustausch bei chemischen Reaktionen	chemische Veränderungen der Elektroden	Batterien, Akkumulatoren
Induktionsvorgänge in festen Leitern	Bewegung von Leitern im Magnetfeld	Dynamomaschine
Induktionsvorgänge in Plasmen	Bewegung von Flammengasen im Magnetfeld	magnetohydrodynamischer (MHD-)Generator
Thermoelektrischer Seebeck-Effekt	Erwärmen der Kontaktstellen zwischen verschiedenen Metallen	Thermoelement
Piezoelektrischer Effekt	mechanischer Druck auf polare Kristalle	Dicken- und Dehnungsschwinger
Innerer Fotoeffekt	Lichteinstrahlung in Halbleiterkombinationen	Solarzelle

Der Spannungsabfall hat den gleichen Richtungssinn wie der fließende Strom (→ Bild 1.1).

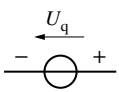


Bild 1.3 Ideale Spannungsquelle

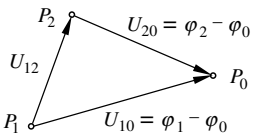


Bild 1.4 Potenzial und Spannung

Die **elektrische Spannung** U ist der Quotient aus der zur Verschiebung der Ladung Q erforderlichen Arbeit W_{zu} und dieser Ladung.

► *Hinweis*: SI-Einheit der elektrischen Spannung: $[U] = \mathrm{V}$ (Volt).

Potenzial

Das **Potenzial** φ_1 kennzeichnet die zwischen einem Punkt P_1 des elektrischen Feldes oder Leitersystems und einem willkürlichen Bezugspunkt P_0 bestehende elektrische Spannung.

Das Potenzial ist positiv, wenn für den Transport positiver Ladung von einem Raumpunkt P_1 oder P_2 zum Bezugspunkt P_0 Arbeit aufzuwenden ist.

Haben zwei Punkte P_1 und P_2 unterschiedliches Potenzial (→ Bild 1.4), so besteht zwischen ihnen die Potenzialdifferenz bzw. die Spannung:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 \tag{1.5}$$

Die Spannung von P_1 gegen P_2 ist positiv, wenn für den Ladungstransport die zugeführte Arbeit überwiegt; d. h., $\varphi_1 > \varphi_2$.

Die elektrische Spannung ist eine Potenzialdifferenz. Ströme fließen außerhalb von Quellen von Stellen höheren Potenzials zu Stellen niedrigeren Potenzials.

1.1.4 Elektrischer Widerstand

Widerstand und Leitwert

In jedem Leiter wird die Bewegung der Ladungsträger durch seinen Widerstand R behindert:

$$\boxed{R = \frac{U}{I}} \tag{1.6}$$

Die Ursachen des elektrischen Widerstandes sind z. B. Störungen im exakten Aufbau des Kristallgitters in den Metallen und die unregelmäßigen Wärmeschwingungen der Atome.

► *Hinweis*: SI-Einheit des Widerstandes: $[R] = \Omega$ (Ohm).

In manchen Fällen ist es zweckmäßiger, mit dem Leitwert zu rechnen, d. i. der reziproke Wert des Widerstandes:

$$\boxed{G = \frac{1}{R}} \tag{1.7}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit des Leitwertes: $[G] = \mathrm{S}$ (Siemens) $= 1/\Omega$.

Spezifischer Widerstand

Der Widerstand R ist der Länge l des Leiters direkt und seinem Querschnitt A umgekehrt proportional:

$$\boxed{R = \frac{\varrho l}{A}} \tag{1.8}$$

Der Proportionalitätsfaktor ϱ ist der spezifische Widerstand (→ Tabelle 1.2).

► *Hinweis*: SI-Einheit des spezifischen Widerstandes: $[\varrho] = \Omega{\cdot}\mathrm{m} = 10^6\ \Omega{\cdot}\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$.

Der reziproke Wert des spezifischen Widerstandes wird als **elektrische Leitfähigkeit** $\varkappa$ (→ Tabelle 1.2) bezeichnet.

Die *Messung* der elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$ von Materialien lässt sich nach Gl. (1.8) auf eine Widerstandsmessung zurückführen. Diese erfolgt z. B. für

Tabelle 1.2 Werte des spezifischen Widerstandes, der Leitfähigkeit und von Temperaturkoeffizienten verschiedener Leiterwerkstoffe und 5%iger Elektrolyte bei $\vartheta = 20\,^{\circ}\mathrm{C}$

Material	Spezifischer elektrischer Widerstand ϱ $10^{-6}\,\Omega \cdot \mathrm{m}$	Elektrische Leitfähigkeit $\varkappa$ $10^{6}\,\mathrm{S/m}$	Temperaturkoeffizienten α $10^{-4}/\mathrm{K}$	β $10^{-6}/\mathrm{K}^2$
Widerstands-legierungen				
Chromnickel (80 Ni, 20 Cr)	1,12	0,89	1,4	–
Konstantan (54 Cu, 45 Ni, 1 Mn)	0,50	2,0	−0,03	–
Manganin (86 Cu, 2 Ni, 12 Mn)	0,42	2,38	0,1 . . . 0,2	0,4
Nickelin (54 Cu, 26 Ni, 20 Zn)	0,43	2,27	1,1	–
Leiter- und Kontaktmaterial				
Leitungsaluminium	0,0286	35,0	37	1,3
Gold	0,023	43,5	38 . . . 40	0,5
Leitungskupfer	0,0178	56,2	39	0,6
Silber	0,0165	60,6	38	0,7
Wolfram	0,055	18,2	48,2	1
Zinn	0,12	8,3	42 . . . 46	6
Widerstands-schichtmaterial				
Platin	0,10 . . . 0,11	9,1 . . . 10,0	39	0,6
Palladium	0,102	9,8	37	–
Kohle	40 . . . 100	0,01 . . . 0,025	−3,8 . . . − 4,0	–
Sonstige Metalle				
Eisen	0,1 . . . 0,15	6,67 . . . 10,0	65,1 . . . 65,7	6
Quecksilber	0,968	1,03	8 . . . 9	1,2
Zink	0,061	16,4	41,9	2
Elektrolyte				
KOH	0,208	4,80	−200	–
NaCl	0,724	13,82	−200	–
$CuSO_4$	0,020	50,40	−200	–

Elektrolytflüssigkeiten in Messzellen, die mit einer Kochsalzlösung bekannter Leitfähigkeit kalibriert werden. Polarisationseffekte der Elektroden lassen sich durch Nutzung von Wechselstrom mit Frequenzen bis zu mehreren kHz ausschalten.

$$\boxed{\varkappa = \frac{1}{\varrho}} \tag{1.9}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Leitfähigkeit: $[\varkappa] = \mathrm{S/m}$ (Siemens/Meter) $= 1/(\Omega \cdot \mathrm{m})$.

Widerstand und Temperatur

Der spezifische Widerstand ist als Materialkonstante mehr oder weniger temperaturabhängig.

Als **Temperaturkoeffizient** α gilt die relative Widerstandsänderung $\Delta R/R_{20}$ gegenüber der auf 20 °C bezogenen tatsächlichen Temperaturänderung $\Delta\vartheta$:

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta\vartheta R_{20}}} \tag{1.10}$$

R_{20} Widerstand bei der Temperatur $\vartheta = 20\,^{\circ}\mathrm{C}$

Demnach beträgt der Widerstand bei der beliebigen Temperatur ϑ:

$$R = R_{20}(1 + \alpha\Delta\vartheta) = R_{20}[1 + \alpha(\vartheta - 20\,^{\circ}\mathrm{C})] \tag{1.11}$$

Diese einfache lineare Beziehung gilt jedoch nur näherungsweise für bestimmte Werkstoffe und ist bei höheren Temperaturen durch den Ausdruck

$$R = R_{20}(1 + \alpha\Delta\vartheta + \beta\Delta\vartheta^2) \tag{1.12}$$

zu ersetzen, der die Kenntnis eines zweiten Temperaturkoeffizienten β voraussetzt (→ Tabelle 1.2).

► *Beachte*: Verschiedene Elektrolyte (elektrisch leitende Flüssigkeiten) und Halbleiter haben im Gegensatz zu Metallen einen negativen Temperaturkoeffizienten, d. h., ihr Widerstand nimmt mit steigender Temperatur ab. Für Messwiderstände werden Legierungen mit möglichst kleinem Temperaturkoeffizienten, wie z. B. Konstantan, verwendet.

Supraleitung

Supraleitung definiert das sprunghafte Verschwinden des elektrischen Widerstandes unterhalb einer bestimmten Temperatur.

Verschiedene elektrische Leiter zeigen bei tiefen Temperaturen kein allmähliches, sondern ein sprunghaftes Verschwinden ihres Widerstandes. Die Sprungtemperatur T_s (→ Bild 1.5) ist materialabhängig (→ Tabelle 1.3). Bei

Supraleitung sind die verlustarme Übertragung großer Energiemengen und die Erzeugung von Dauerströmen möglich (*Kryoelektronik*).

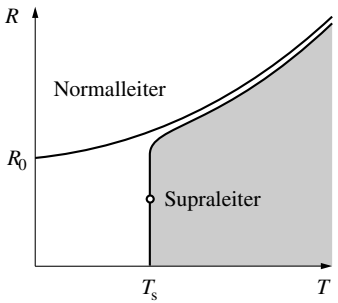


Bild 1.5 Temperaturabhängigkeit des Widerstandes von Leitern bei tiefen Temperaturen
R_0 Restwiderstand
T_s Sprungtemperatur

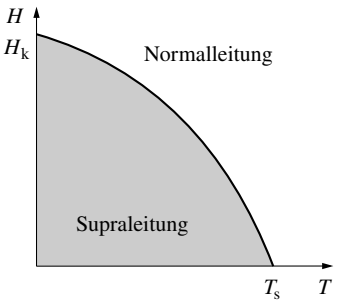


Bild 1.6 Einfluss der magnetischen Feldstärke H auf einen Supraleiter für $T < T_s$
H_k kritische magnetische Feldstärke
$H < H_k$ supraleitender Zustand
$H > H_k$ normalleitender Zustand

Der supraleitende Zustand wird bei $T > T_s$ oder bei Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes der Feldstärke $H > H_k$ wieder aufgegeben (→ Bild 1.6).

Verbindungen mit Sprungtemperaturen von mehr als 25 K werden als Hochtemperatursupraleiter bezeichnet. Diese werden z. Z. in der Technik eingeführt.

In der Praxis dominieren gegenwärtig Metalle.

Tabelle 1.3 Sprungtemperaturen verschiedener Materialien

Metalle	T_s in K	Jahr	Keramiken	T_s in K	Jahr
Pb	7,2	1911	$Ba_{0,6}K_{0,4}BiO_3$	28	1988
Nb	9,3	1930	La-Ba-Cu-O	35	1986
Nb_3Ge, Nb_3Sn	23,2	1957	$YBa_2Cu_3O_7$	92,1	1987
MgB_2	40	2001	Hg-Ba-Ca-Cu-O	130	2001

■ *Anwendung*:

- supraleitende Magneten in der Medizintechnik (→ 2.4.5.5)
- supraleitende Schalt- und Speicherelemente
- Neuentwicklungen in der Messtechnik (Bolometer, SQUID-Magnetometer)
- im GHz-Bereich arbeitende Miniaturantennen

1.1.5 Ohm'sches Gesetz

Lineare Widerstände

In metallischen Leitern ist bei konstanter Temperatur der Spannungsabfall U dem fließenden Strom I proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist der Widerstand R. Dies führt zum Ohm'schen Gesetz:

$$\boxed{R = \frac{U}{I} = \text{const.}} \tag{1.13}$$

Weitere Schreibweisen:

$$I = \frac{U}{R} \qquad I = GU \qquad U = RI \tag{1.14}$$

Die Kennlinie des ohmschen Widerstandes (Wirkwiderstand) ist eine Gerade durch den Koordinatenursprung, deren Anstieg $\Delta I/\Delta U$ den Leitwert G darstellt (→ Bild 1.7a).

Nichtlineare Widerstände

Viele Materialien und elektronische Bauelemente haben nichtlineare Kennlinien, d. h., der Spannungsabfall zeigt keine Proportionalität gegenüber dem fließenden Strom. Im Allgemeinen werden vier verschiedene Typen nichtlinearer Kennlinien unterschieden:

- Heißleiter (z. B. Thermistoren, → Bild 1.7, *2*)
- Kaltleiter (z. B. PTC-Widerstände, → Bild 1.7, *3*)
- Sättigungskennlinien (z. B. Gasdioden, → Bild 1.7, *4*)
- Halbleiter (z. B. Varistoren, → Bild 1.7, *5*)

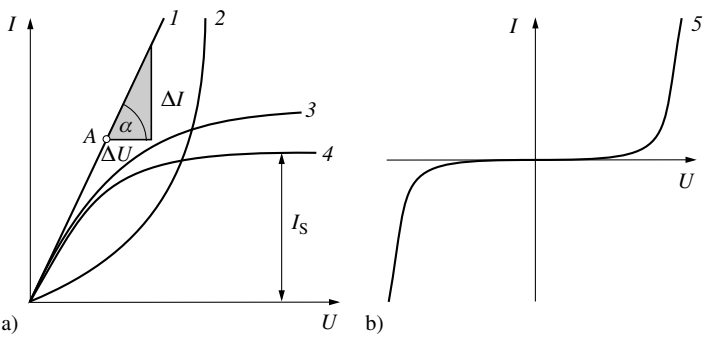


Bild 1.7 Strom- und Spannungs-Kennlinien von Widerständen; 1 ohmscher Widerstand, 2 Heißleiter, 3 Kaltleiter, 4 Sättigungskennlinie, 5 Halbleiter

Weitere Kennlinien sind an spezielle elektronische Bauelemente gebunden (→ 6.7 bis 6.12).

Im nichtlinearen Teil einer Kennlinie hat der Widerstand in jedem Punkt einen anderen Wert und wird daher als **differenzieller Widerstand** ausgedrückt:

$$r = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I} \approx \frac{\Delta U}{\Delta I} \tag{1.15}$$

Er ist gleich dem reziproken Wert des Anstieges der Kennlinie im Arbeitspunkt A, dargestellt durch $1/\tan\alpha$.

1.1.6 Elektrische Arbeit und Leistung

Die **elektrische Arbeit** (Energie) W wird zum Transport der Ladung Q unter der Spannung U benötigt (Gl. (1.3)).

$$\boxed{W = UQ} \tag{1.16}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Energie (Arbeit):
$[W] = \mathrm{J}$ (Joule) $= \mathrm{W \cdot s}$ (Wattsekunde) $= \mathrm{V \cdot A \cdot s}$.

$$\boxed{1\ \mathrm{kWh\ (Kilowattstunde)} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{W \cdot s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{J}}$$

(elektrisches Wärmeäquivalent)

Die **elektrische Leistung** des Stromes ergibt sich aus dem Quotienten der umgesetzten Leistung und der dazu benötigten Zeit.

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$$

Wenn die Leistung über einen längeren Zeitraum t *konstant* bleibt, gilt:

$$P = \frac{W}{t} \tag{1.17}$$

Mit den Gln. (1.2) und (1.16) ergibt sich:

$$P = UI \tag{1.18}$$

Die in einem Leiter umgesetzte Leistung ist sowohl der Spannung als auch dem Strom proportional.

► *Hinweis*: SI-Einheit der Leistung: $[P] = \mathrm{W}$ (Watt) $= \mathrm{J/s}$.

Wird nach Gl. (1.6) $I = U/R$ bzw. $U = IR$ eingesetzt, so ergibt sich:

$$P = \frac{U^2}{R} \qquad P = I^2 R \tag{1.19}$$

Stromwärme. Je nach Leiteranordnung kann die Stromarbeit nach Gl. (1.16) auch in andere Energieformen umgewandelt werden, z. B. die Stromwärme Q_{el} (Gesetz von Joule).

$$Q_{el} = I^2Rt$$

Wirkungsgrad

Der **Wirkungsgrad** η eines Verbrauchers elektrischer Leistung wird als Verhältnis der von ihm abgegebenen Nutzleistung P_N und der zugeführten Leistung definiert.

Die zugeführte Leistung ist um den Leistungsverlust P_V (Stromwärme, mechanische Reibung usw.) größer als die Nutzleistung.

$$\eta = \frac{P_N}{P_N + P_V} \tag{1.20}$$

1.2 Zusammengesetzte Widerstände

1.2.1 Reihenschaltung von Widerständen und Spannungsteilung

Durchfließt der Strom I mehrere Widerstände nacheinander, so sind diese in Reihe geschaltet (→ Bild 1.8), und es gilt:

- Die Stromstärke ist in allen Widerständen gleich groß.
- Die Spannungsabfälle an den Widerständen addieren sich zur Gesamtspannung U:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + \ldots + U_n \\ &= IR_1 + IR_2 + \ldots + IR_n \end{aligned}$$

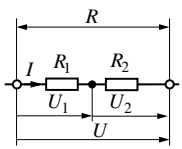


Bild 1.8 Reihenschaltung von zwei Widerständen (einfacher Spannungsteiler)

Daraus folgt:

Der Gesamtwiderstand R in Reihe liegender Widerstände ist gleich der Summe der Einzelwiderstände.

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

Eine wichtige Anwendung bildet der unbelastete **Spannungsteiler**, für den folgende Proportionen gelten (→ Bild 1.8):

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}} \qquad \frac{U_1 + U_2}{U_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \qquad \boxed{\frac{U}{U_2} = \frac{R}{R_2}} \tag{1.21}$$

Spannungsteilerregel

Bei Reihenschaltungen von Widerständen verhalten sich die einzelnen Teilspannungen wie die Widerstände, an denen sie abfallen.

1.2.2 Parallelschaltung von Widerständen und Stromteilung

Verzweigt sich der Strom und fließt durch mehrere Widerstände, so gilt:

- Die Spannungsabfälle parallel geschalteter Widerstände sind gleich (→ Bild 1.9):

$$U = I_1 R_1 = I_2 R_2 = \ldots = I_n R_n$$

- Die Teilströme addieren sich zum Gesamtstrom I:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$$

Mit dem Ohm'schen Gesetz (1.13) folgt:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_n} = U(G_1 + G_2 + \ldots + G_n)$$

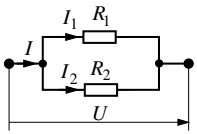


Bild 1.9 Parallelschaltung von zwei Widerständen (einfacher Stromteiler)

Befinden sich Widerstände in einer Parallelschaltung, so ergibt sich deren Gesamtleitwert aus der Summe der Einzelleitwerte:

$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_n \quad \text{oder} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

► *Häufige Sonderfälle*:

- Für zwei parallel geschaltete Widerstände gilt:

$$\boxed{R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \tag{1.22}$$

- Für drei parallel geschaltete Widerstände gilt:

$$\boxed{R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}} \tag{1.23}$$

Stromteilerregel

Die Stromstärken parallel geschalteter Widerstände verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen Widerstände.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad \frac{I}{I_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tag{1.24}$$

1.2.3 Gemischte Schaltung von Widerständen

Gemischte Schaltungen enthalten Widerstände sowohl in Reihen- als auch in Parallelschaltung.

Zur Berechnung des Ersatzwiderstandes einer gemischten Schaltung von Widerständen werden alle kleineren Gruppen parallel oder in Reihe liegender Widerstände schrittweise zusammengefasst, bis nur noch eine einzige Reihen- oder Parallelschaltung vorliegt. Bild 1.10 zeigt das Beispiel einer in den drei Schritten a bis c vollzogenen Vereinfachung.

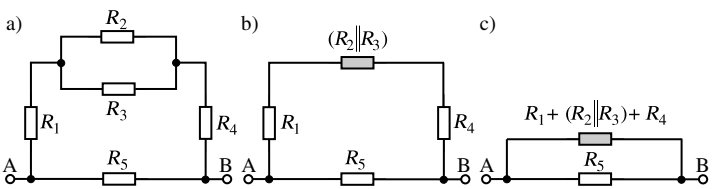


Bild 1.10 Vereinfachung einer gemischten Schaltung

1.2.4 Dreieck-Stern-Umwandlung

Bei Netzwerken, die aus zusammenhängenden Maschen bestehen, ist häufig die Umwandlung einer Dreieckschaltung in eine Sternschaltung notwendig (→ Bild 1.11).

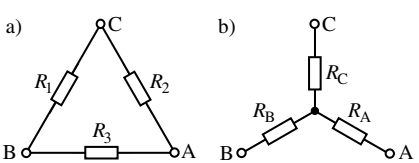


Bild 1.11 Schaltungsanordnungen
a) Dreieckschaltung
b) Sternschaltung

Drei zu einem Dreieck zusammengesetzte Widerstände R_1, R_2, R_3 lassen sich durch drei andere zu einem Stern zusammengesetzte Widerstände R_A, R_B, R_C ersetzen, ohne dass sich der Widerstand zwischen den Anschlussklemmen A, B, C ändert. Die umgekehrte Umwandlung ist ebenfalls möglich.

Sternersatzwiderstände einer Dreieckschaltung

$$R_A = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{1.25}$$

Dreieckersatzwiderstände einer Sternschaltung

$$R_1 = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A} \qquad R_2 = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

$$R_3 = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C} \tag{1.26}$$

■ *Beispiel*: Die Umwandlung des im Bild 1.12a enthaltenen Dreiecks R_1, R_2, R_3 liefert den in der Ersatzschaltung von Bild 1.12b enthaltenen Stern R_A, R_B, R_C, womit die Zusammenfassung zu Schaltung 1.12c möglich wird. Es kann auch vom Dreieck R_1, R_4, R_5 ausgegangen werden.

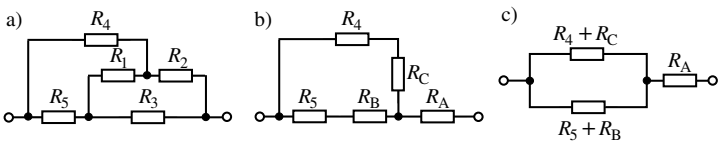


Bild 1.12 Vereinfachung einer Schaltung mittels einer Dreieck-Stern-Umwandlung a) Ausgangsschaltung, b) erste Vereinfachung, c) zweite Vereinfachung

1.3 Stromkreise und Netzwerke

1.3.1 Grundstromkreis

1.3.1.1 Darstellung mit Spannungsquelle

Im einfachsten Fall besteht der Grundstromkreis aus einer Spannungsquelle U_q und dem vom Strom I durchflossenen äußeren Widerstand R_a.

Aber auch die Spannungsquelle selbst hat einen oft nicht ohne weiteres erkennbaren inneren Widerstand R_i, z. B. die Ankerwicklung eines Generators oder den Elektrolyten eines galvanischen Elements. Der Deutlichkeit halber wird der innere Widerstand meist als gesondertes Schaltzeichen neben das der idealen Spannungsquelle gezeichnet (→ Bild 1.13).

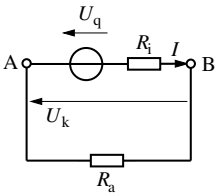


Bild 1.13 Grundstromkreis mit Spannungsquelle

Damit ergibt sich der Strom:

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_a} \tag{1.27}$$

Zwischen den Anschlüssen A, B der Spannungsquelle besteht die **Klemmenspannung**:

$$U_k = IR_a = U_q - IR_i \tag{1.28}$$

Die Klemmenspannung U_k ist im Belastungsfall kleiner als die Quellenspannung U_q der Spannungsquelle.

Leerlaufspannung. Bei offenen Klemmen A, B ist U_{AB} gleich der Leerlaufspannung U_l, die gleich der Quellenspannung U_q ist:

$$U_q = U_l \tag{1.29a}$$

Kurzschlussstrom. Bei Kurzschluss der Klemmen A, B ist dagegen die Klemmenspannung $U_k = 0$, und es fließt der Kurzschlussstrom:

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} = \frac{U_l}{R_i} \tag{1.29b}$$

1.3.1.2 Darstellung mit Stromquelle

Quellenstromstärke. Der Grundstromkreis kann auch vom Standpunkt einer Stromquelle aus betrachtet werden. Die Darstellung ist der im vorigen Abschnitt gleichwertig, wenn für den äußeren Widerstand R_a keine Änderung eintritt. Parallel zur widerstandslos gedachten Stromquelle liegt dann der innere Widerstand R_i (→ Bild 1.14).

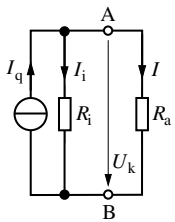


Bild 1.14 Grundstromkreis mit Stromquelle

Bei Kurzschluss der Klemmen A, B liefert die Stromquelle bei $R_a = 0$ die Quellenstromstärke:

$$\boxed{I_q = \frac{U_q}{R_i}} \tag{1.30}$$

Die Quellenstromstärke ist gleich dem Kurzschlussstrom I_K der Spannungsquelle bei $R_a = 0$. Wenn jedoch $R_a \neq 0$ ist, gilt:

$$I = I_q - I_i$$

1.3.1.3 Wirkungsgrad im Grundstromkreis

Die Leistungen P_e,P_i,P_a im Grundstromkreis erhält man durch Multiplizieren von Gl. (1.27) mit dem Strom I:

$$IU_q = I^2R_i + I^2R_a$$

$$\boxed{P_e = P_i + P_a} \tag{1.31}$$

Die im Stromkreis erzeugte Leistung P_e ist gleich der Summe der in der Spannungsquelle und im Verbraucher umgesetzten Leistungen P_i und P_a.

Mit Gl. (1.31) ergibt sich der Wirkungsgrad:

$$\boxed{\eta = \frac{P_a}{P_a + P_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}}} \tag{1.32}$$

Der maximale Wirkungsgrad $\eta = 1$ wird erreicht, wenn $R_i = 0$ oder $R_a = \infty$ ist. Weder der eine noch der andere Extremfall ist praktisch realisierbar. Gegenüber dem Außenwiderstand R_a ist stets ein möglichst geringer Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle anzustreben ($R_i \ll R_a$, → Bild 1.15).

1.3.1.4 Leistungsanpassung

Im Gegensatz zur Leistungselektronik kommt es in der Informationselektronik, insbesondere in der Nachrichtentechnik, weniger auf den Wirkungsgrad als auf die maximale vom Verbraucher aufgenommene Leistung P_a an.

> Bei Widerstands- und Leistungsanpassung ist der äußere Widerstand so bemessen, dass er die maximale Leistung aufnimmt.

Durch Einsetzen von $P_a = I^2 R_a$ in Gl. (1.27) folgt:

$$P_a = \frac{U_q^2 R_a}{(R_i + R_a)^2} \tag{1.33}$$

Für $R_i \neq 0$ ergibt sich durch Differenzieren von P_a nach R_a die maximale Leistung P_{max} für $R_a = R_i$ (Leistungsanpassung). Nach Gl. (1.32) beträgt bei Leistungsanpassung der Wirkungsgrad nur $\eta = 50\ \%$. Oberhalb von $R_i/R_a = 1$ nimmt η nur langsam ab.

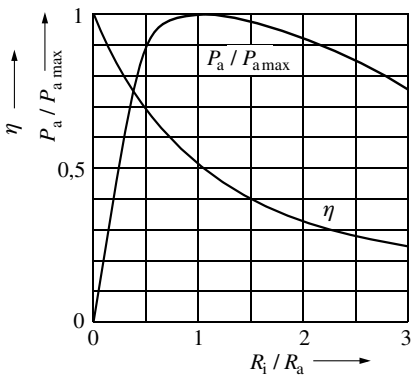


Bild 1.15 Wirkungsgrad η und normierte abgegebene Leistung im Grundstromkreis

1.3.2 Kirchhoff'sche Regeln

Zur Berechnung von Netzwerken (elektrische Schaltungen bestehend aus Zweigen, Knoten und Maschen) dienen zwei Regeln.

1. Kirchhoff'sche Regel

Stromkreise können auch mehrere Spannungsquellen enthalten und sich in der verschiedensten Art verzweigen. Jeden Punkt, in dem mehr als zwei Zweige zusammenlaufen, nennt man einen Knotenpunkt (→ Bild 1.16). Dafür gilt die 1. Kirchhoff'sche Regel oder der *Knotenpunktsatz*:

In jedem Knotenpunkt eines Stromkreises ist die Summe der zufließenden gleich der Summe der abfließenden Ströme.

$$\boxed{\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}}} \qquad \boxed{\sum I = 0} \tag{1.34}$$

Im zweiten Ausdruck sind die zufließenden und abfließenden Ströme mit entgegengesetztem Vorzeichen einzusetzen.

2. Kirchhoff'sche Regel

Jeder geschlossene Einzelstromkreis innerhalb eines Netzwerkes stellt eine Masche dar. Zusammenhängende Maschen werden durch Knoten verbunden (→ Bild 1.17). Dafür gilt die 2. Kirchhoff'sche Regel oder der *Maschensatz*:

Beim gleichsinnigen Umlaufen ist die Summe aller Spannungen innerhalb einer Masche gleich null.

$$\boxed{\sum U = 0} \tag{1.35}$$

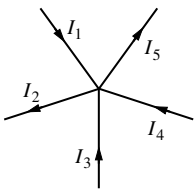


Bild 1.16 Knotenpunkt

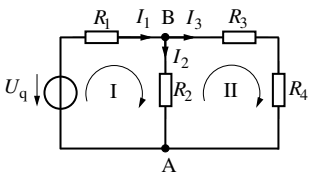


Bild 1.17 Netzwerk mit zwei Maschen und zwei Knoten

■ *Beispiel*: Für die im Stromkreis gekennzeichneten zwei Maschen (→ Bild 1.17) ergeben sich zwei Maschengleichungen. Bei rechtssinnigem Umlauf gilt:

Masche I: $I_1R_1 + I_2R_2 - U_q = 0$

Masche II: $I_3R_3 + I_3R_4 - I_2R_2 = 0$

1.3.3 Berechnung von Netzwerken

Ein **Netzwerk** ist aus elektrischen Schaltungen aufgebaut, welche aus zusammenhängenden Maschen bestehen.

Die Grundlage zur Berechnung der darin enthaltenen und für den interessierenden Zweck benötigten Ströme bilden der Knotenpunkt- und der Maschensatz. Die äußere Umrandung zweier zusammenhängender Maschen oder auch

die des gesamten Netzwerkes bildet eine zusätzliche Masche, für die Gl. (1.35) gilt. Jede einzelne Masche, in die Ströme hinein- oder aus ihr abfließen, sowie ganze, nach außen hin offene Netzwerke können als ein einziger Knotenpunkt behandelt werden, für den Gl. (1.34) gilt.

1.3.3.1 Knotenpunkt- und Maschensatz

Enthält das Netzwerk m Zweigströme und n Maschen, so sind zur Berechnung m unabhängige Gleichungen erforderlich. Davon entfallen auf die

- *Knotenpunkte*: $n-1$ Gleichungen
- *Maschen*: $m-(n-1)$ Gleichungen

Diese sind unabhängig voneinander, wenn jede Gleichung mindestens ein Glied enthält, das in den übrigen Gleichungen nicht enthalten ist.

► *Ausführung der Rechnung*:
- Festlegung eines einheitlichen Umlaufsinnes in allen Maschen
- Eintragen von Richtungspfeilen der Ströme und Quellenspannungen in den Zweigen (identisch mit dem Umlaufsinn: positives Vorzeichen, nichtidentisch mit dem Umlaufsinn: negatives Vorzeichen)
- Aufstellen der voneinander abhängigen Knoten- und Maschengleichungen sowie deren Auflösung nach den einzelnen Strömen und Spannungen

■ *Beispiel* (→ Bild 1.18): Zu berechnen ist der Strom I_3 im Mittelzweig durch R_3. Aufstellen der Gleichungen für

Knoten A: $I_2 = I_1 + I_3$

Masche I: $U_{q1} = I_1 R_1 - I_3 R_3$

Masche II: $U_{q2} = I_2 R_2 + I_3 R_3$

Einsetzen von A in II sowie Eliminieren von I_1 liefert:

$$I_3 = \frac{U_{q2} R_1 - U_{q1} R_2}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

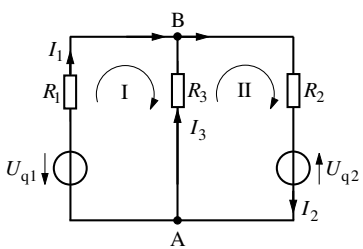


Bild 1.18 Beispiel zum Knotenpunkt- und Maschensatz

Das Verfahren wird erleichtert durch Einführung von Netzwerkgraphen.

Ein **Netzwerkgraph** ist die vereinfachte Darstellung der Zweige eines Netzwerkes durch Linien.

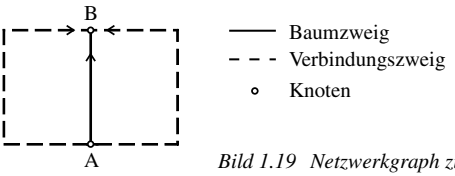


Bild 1.19 Netzwerkgraph zu Bild 1.18

Der Netzwerkgraph enthält den sog. vollständigen Baum (Verbindung von Knoten, ohne geschlossen zu sein) sowie die Verbindungszweige (→ Bild 1.19). Die Einzelmasche wird damit durch einen Verbindungszweig und beliebig viele Baumzweige definiert.

1.3.3.2 Überlagerungssatz

Jeder Zweigstrom im Stromkreis ist die Summe aller durch diesen Zweig fließenden Teilströme, die von den vorhandenen Spannungsquellen einzeln angetrieben werden.

Zur Berechnung des ersten Teilstromes schließt man alle Spannungsquellen bis auf eine kurz und rechnet so, als ob alle übrigen nicht vorhanden wären. Die Innenwiderstände dieser Spannungsquellen müssen jedoch stehen bleiben. Dann schließt man alle Spannungsquellen bis auf eine zweite kurz und erhält dabei den zweiten Teilstrom usw. Der gesuchte Zweigstrom ist die Summe dieser Teilströme, deren Vorzeichen zu beachten sind.

■ *Beispiel* (→ Bild 1.18): Zu berechnen ist der Strom I_3 im Mittelzweig durch R_3. Der Kurzschluss von U_{q2} (→ Bild 1.20a) ergibt nach Gl. (1.23) den Strom

$$I = \frac{U_{q1}}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

und nach Stromteilung

$$I_3' = \frac{U_{q1} R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

Der Kurzschluss von U_{q1} (→ Bild 1.20b) ergibt den Strom

$$I'' = \frac{U_{q2}}{R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}$$

und nach Stromteilung

$$I_3'' = \frac{U_{q2} R_1}{R_2(R_1 + R_3) + R_1 R_3}$$

$$I_3 = I_3'' - I_3' = \frac{U_{q2} R_1 - U_{q1} R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

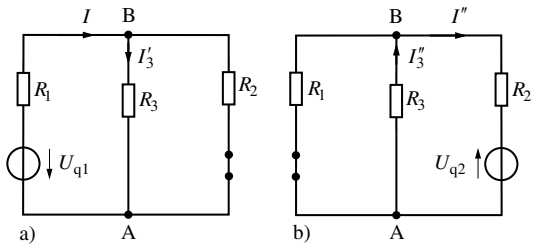


Bild 1.20 Beispiel zum Überlagerungssatz: a) Kurzschluss U_{q2}, b) Kurzschluss U_{q1}

1.3.3.3 Zweipoltheorie

Der **Zweipol** ist ein elektrisches Netzwerk mit zwei stromführenden Anschlüssen.

Ersatzspannungsquelle

Die gegebene Schaltung wird in einen **aktiven Zweipol** zerlegt, der die Spannungsquellen enthält, und einen **passiven Zweipol**, bestehend aus den Widerständen. Sind z. B. Strom I und Klemmspannung U_a eines einzelnen Widerstandes R_a gesucht, so trennt man diesen von der Schaltung und betrachtet den Rest der Schaltung als eine Spannungsquelle mit Ersatz-Quellenspannung U_1 (Leerlaufspannung) und einem inneren (Ersatz-) Widerstand R_i. Dann fließt durch R_a der Strom $I = U_1/(R_i + R_a)$, und der Spannungsabfall am Widerstand R_a ist $U_a = IR_a$.

- **Berechnung des Ersatzwiderstandes R_i des aktiven Zweipols**:
  Nach Kurzschluss der vorhandenen idealen Spannungsquellen wird der Ersatzwiderstand zwischen den freien Klemmen A, B berechnet.
- **Berechnung der Leerlaufspannung U_1**:
  1. Weg: U_1 ist der Spannungsabfall an dem Widerstand des aktiven Zweipols, der zu den Klemmen A, B des Widerstandes R_a parallel liegt.
  2. Weg: Berechnung des Kurzschlussstroms I_K, der bei kurzgeschlossenen Klemmen A, B zwischen diesen fließen würde. Dann beträgt wegen $I_K = U_1/R_i$ die Leerlaufspannung $U_1 = I_K R_i$.

■ *Beispiel*: Zu berechnen ist der Strom I_3 im Mittelzweig durch R_3 (→ Bild 1.18). Nach Zerlegung in aktiven und passiven Zweipol (→ Bild 1.21) ergeben sich:

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad I'_K = -\frac{U_{q1}}{R_1} \qquad I''_K = -\frac{U_{q2}}{R_2}$$

$$I_K = I'_K + I''_K = \frac{U_{q2} R_1 - U_{q1} R_2}{R_1 R_2}$$

$$U_1 = I_K R_i = \frac{U_{q2}R_1 - U_{q1}R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_1}{R_i + R_a} = \frac{U_{q2}R_1 - U_{q1}R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}$$

Ersatzstromquelle

Der aktive Zweipol kann auch als Stromquelle behandelt werden, deren Innenwiderstand R_i parallel liegt und sich wie eben angegeben berechnet. Bei kurzgeschlossenen Klemmen A, B liefert die Stromquelle den Kurzschlussstrom I_K, der sich nach der Stromteilerregel in die Widerstände R_i und R_a verzweigt. Enthält der aktive Zweipol mehrere Spannungsquellen, so ergibt sich der Kurzschlussstrom $I_{A,B}$ als die Summe der Kurzschlussströme der einzelnen Spannungsquellen.

■ *Beispiel*: Das o. g. Beispiel (→ Bild 1.18) liefert nach Zerlegung (→ Bild 1.20) R_i und I_K. Daraus folgen:

$$\frac{I_K}{I_3} = \frac{R_i + R_a}{R_i}$$

$$I_3 = \frac{I_K R_i}{R_i + R_a} = \frac{U_{q2}R_1 - U_{q1}R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2R_3}$$

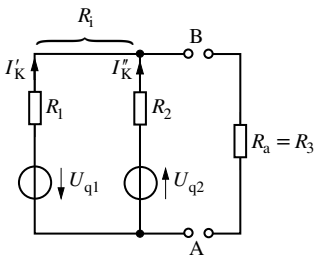


Bild 1.21 Beispiel zur Nutzung einer Ersatzspannungs- bzw. -stromquelle

1.3.3.4 Maschenstromverfahren

Aus einem Netzwerk, das aus m Zweigen und n Knoten besteht, wird zunächst der vollständige Baum ausgewählt. Dieser enthält $(n-1)$ Baumzweige mit $l = m-(n-1)$ Verbindungszweigen, welche zugleich die Zahl der entstehenden Maschengleichungen definieren. Dabei ist jede Masche über genau einen Verbindungsweg und über beliebig viele Baumzweige zu führen.

■ *Beispiel*: Zu berechnen ist der Strom I_3 durch den Widerstand R_3 (→ Bild 1.18).

Baumzweig (→ Bild 1.19): $I_3 = I_2 - I_1$
Masche I: $R_1I_1 - R_3(I_2 - I_1) - U_{q1} = 0$
Masche II: $R_2I_2 - U_{q2} + R_3(I_2 - I_1) = 0$

Das System der Maschengleichungen hat die Lösungen:

$$I_1 = \frac{(R_2 + R_3)U_{q1} - R_3 U_{q2}}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}; \qquad I_2 = \frac{(R_1 + R_3)U_{q2} - R_3 U_{q1}}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

Damit ergibt sich der gesuchte Strom:

$$I_3 = I_2 - I_1 = \frac{R_1 U_{q2} - R_2 U_{q1}}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

1.3.3.5 Knotenpotenzialverfahren

Jedem Knotenpunkt des Netzwerkes wird ein Potenzial φ zugeordnet, wobei ein willkürlicher Knotenpunkt das Potenzial $\varphi = 0$ erhält. Die Ströme werden durch $I = \varphi/R$ ausgedrückt ($I > 0$ für Stromfluss zum niedrigeren Potenzial und umgekehrt). Danach werden die Knotengleichungen aufgestellt.

■ *Beispiel*: Zu berechnen ist der Strom I_3, der durch den Widerstand R_3 fließt (→ Bild 1.18).

Knotengleichung:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

$$\frac{1}{R_1}(\varphi_A - \varphi_B + U_{q1}) + \frac{1}{R_3}(\varphi_A - \varphi_B + U_{q1}) - \frac{1}{R_2}(-\varphi_A + \varphi_B + U_{q2}) = 0$$

mit $\varphi_B = 0$ folgt

$$\varphi_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{1}{R_2}(U_{q2} - \varphi_A) - \frac{1}{R_1}U_{q1}$$

und daraus

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{\varphi_A}{R_3} = \frac{U_{q2}R_1 - U_{q1}R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

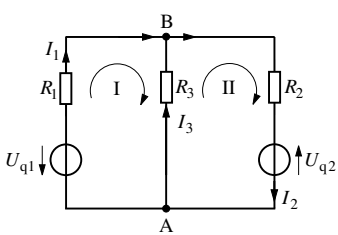


Bild 1.22 Beispiel zum Maschenstromverfahren

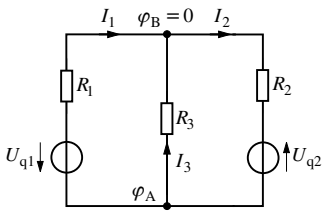


Bild 1.23 Beispiel zum Knotenpotenzialverfahren

1.3.4 Belasteter Spannungsteiler

Die mit Gl. (1.21) für den Spannungsteiler aufgestellten Beziehungen gelten nur dann exakt, wenn diesem kein Strom entnommen wird (→ Bild 1.8). Ist aber ein Belastungswiderstand R_3 angeschlossen (→ Bild 1.24), durch den

der Strom I_3 fließt, so verzweigt sich der Querstrom I_1 im Punkt C in die beiden Teilströme I_2 und I_3, und die abgegriffene Spannung U_2 ist nicht mehr proportional zu R_2. Unter Anwendung der Spannungsteilerregel Gl. (1.21)

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2 \| R_3}{R_1 + R_2 \| R_3} = \frac{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

folgt nach weiterer Rechnung mit $a = R_2/R$:

$$\frac{U_2}{U} = \frac{I_3}{I_{3\max}} = \frac{a}{1 + \dfrac{R}{R_3}\left(a - a^2\right)} \tag{1.36}$$

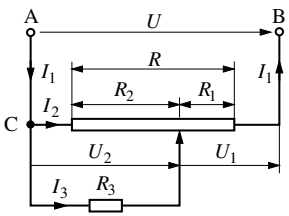


Bild 1.24 Belasteter Spannungsteiler

Die Abweichungen von der Linearität verstärken sich (→ Bild 1.25) mit kleiner werdendem Belastungswiderstand R_3. Im Leerlauf ($R_3 \to \infty$) liegt wieder der unbelastete Fall vor.

■ *Beispiel*: Steht der Abgriff in der Mitte des Querwiderstandes R, so ist $a = 0{,}5$. Mit $R_3 = R$ folgt:

$$\frac{U_2}{U} = \frac{0{,}5}{1 + 1(0{,}5 - 0{,}25)} = 0{,}4.$$

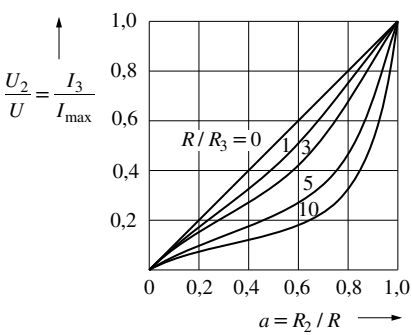


Bild 1.25 Spannungen und Ströme am belasteten Spannungsteiler

1.4 Messung der elektrischen Grundgrößen

1.4.1 Messung von Spannung und Strom

Schaltung von Spannungsmessern

Zur Messung der Spannung werden Instrumente mit möglichst großem Innenwiderstand R_i verwendet. Drehspulinstrumente reagieren auf den sehr kleinen Messstrom I_i, welcher der ebenfalls sehr kleinen Spannung U_i proportional ist. Soll damit eine größere Spannung U gemessen werden, so wird ein Vorwiderstand R_v mit dem Messwerk in Reihe geschaltet, an dem der Spannungsabfall $U - U_\mathrm{i}$ entsteht (→ Bild 1.26). Somit wird das $n(= U/U_\mathrm{i})$-fache der Spannung U_i messbar, und für den Vorwiderstand gilt:

$$\boxed{R_\mathrm{V} = R_\mathrm{i}(n-1)} \tag{1.37}$$

Schaltung von Strommessern

Zur Messung des Stromes eignen sich Drehspulinstrumente mit möglichst kleinem Innenwiderstand R_i, die den sehr kleinen Messstrom I_i anzeigen. Soll damit ein größerer Strom I gemessen werden, so wird ein **Nebenwiderstand (Shunt)** R_N parallel zum Messwerk geschaltet, durch den der Strom $I - I_\mathrm{i}$ fließt. Somit wird das $n(= I/I_\mathrm{i})$-fache des Stromes I_i messbar, und für den Nebenwiderstand gilt (→ Bild 1.27):

$$\boxed{R_\mathrm{N} = \frac{R_\mathrm{i}}{n-1}} \tag{1.38}$$

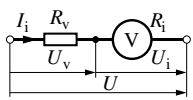


Bild 1.26 Spannungsmesser mit Vorwiderstand

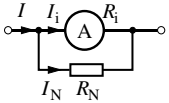


Bild 1.27 Strommesser mit Nebenwiderstand

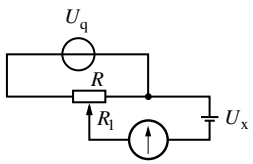


Bild 1.28 Spannungskompensation

Spannungskompensation

Zur besonders genauen Messung von Spannungen dienen Kompensationsschaltungen. Nach Bild 1.28 liegt eine genau bekannte Spannungsquelle U_q (z. B. ein geeichtes Normalelement) an dem Spannungsteiler R. Der abgegriffene Teil mit dem Widerstand R liegt mit gleicher Polarität R an der zu prüfenden Spannungsquelle mit der Quellenspannung U_x. Bei entsprechender

Einstellung am Spannungsteiler wird das Galvanometer stromlos, da die Spannungsquellen gegeneinander gerichtet sind. Es gilt dann:

$$\boxed{U_x = \frac{U_q R_1}{R}} \tag{1.39}$$

1.4.2 Messung des Widerstandes

1.4.2.1 Direkte Messung

Spannungsrichtige Schaltung

Nach Bild 1.29 werden Spannung U und Strom I gleichzeitig gemessen. Von diesem Strom I ist aber der durch den Spannungsmesser fließende Strom I_i abzuziehen, sodass sich der Widerstand

$$\boxed{R = \frac{U}{I - I_i}} \tag{1.40}$$

ergibt. Ist der Innenwiderstand des Spannungsmessers R_i bekannt, so gilt nach Erweiterung dieser Gleichung mit R_i:

$$R = \frac{U R_i}{I R_i - U}$$

Wenn es sich um relativ kleine Widerstände R handelt, so ist der Nebenstrom I_i gegenüber I zu vernachlässigen, und es kann näherungsweise $R \approx U/I$ gesetzt werden.

Stromrichtige Schaltung

Wird dagegen die im Bild 1.30 angegebene Schaltung verwendet, so ist von der gemessenen Spannung U der vom Strommesser verursachte Spannungsabfall U_i abzuziehen:

$$\boxed{R = \frac{U - U_i}{I}} \tag{1.41}$$

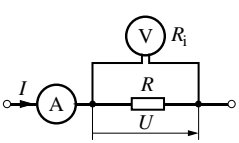


Bild 1.29 Spannungsrichtige Schaltung

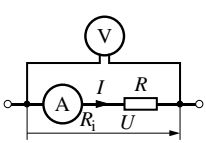


Bild 1.30 Stromrichtige Schaltung

Bei Kenntnis des Innenwiderstandes des Strommessers R_i ist:

$$R = \frac{U}{I} - R_\mathrm{i}$$

Wenn es sich um relativ große Widerstände R handelt, so kann der Instrumentenwiderstand R_i gegenüber R vernachlässigt werden.

1.4.2.2 Wheatstone-Brücke

Die genannten Fehlerquellen werden bei der Wheatstone-Brückenschaltung vermieden. Im Bild 1.31 bedeutet R_x *den Prüfling*, R_1 einen festen Vergleichswiderstand, R_2 und R_3 können auch durch einen Widerstandsdraht ersetzt werden, auf dem der Kontakt A verschoben werden kann (*Schleifdrahtmessbrücke*). Durch Verstellen von R_2 und R_3 wird das Messgerät stromlos. Die Brücke ist dann *abgeglichen* und es gilt:

$$\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} \tag{1.42}$$

Der Widerstand des Prüflings ist:

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2} \tag{1.43}$$

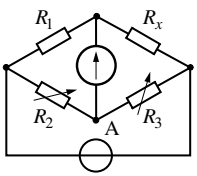


Bild 1.31 Wheatstone-Brücke

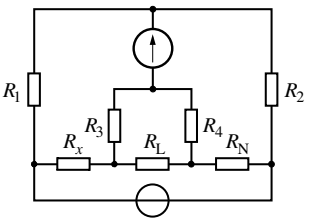


Bild 1.32 Thomson-Brücke

Als Spannungsquelle genügt i. Allg. eine kleine Trockenbatterie.

1.4.2.3 Thomson-Brücke

Bei sehr kleinen Widerständen im Bereich von $10^{-5} \ldots 1\ \Omega$ macht sich der Widerstand R_L der Zuführungsdrähte störend bemerkbar. Dieser Einfluss wird bei der Thomson-Brücke (→ Bild 1.32) ausgeschaltet. Im Bild 1.32 stellt R_x den Prüfling und R_N einen Normalwiderstand von etwa gleicher Größe dar. Beide sind über Potenzialklemmen mit den Abgleichwiderständen $R_1 \ldots R_4$ verbunden. Für

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

wird das Galvanometer stromlos, und es gilt für den Prüfling:

$$R_x = \frac{R_1 R_N}{R_2} \tag{1.44}$$

Der Widerstand R_L der Zuleitung geht in die Berechnung nicht ein, sodass R_x nicht verfälscht wird.

1.4.3 Messung der Leistung

Anstatt Spannung und Strom einzeln nacheinander zu messen, ist es, vor allem bei schwankenden Betriebsverhältnissen, vorteilhafter, beide Größen gleichzeitig zu erfassen. Im hierzu nutzbaren elektrodynamischen Messwerk gelangen sowohl der Strom I im Strompfad als auch die Klemmenspannung U im Spannungspfad zur Wirkung, sodass der Zeigerausschlag dem Produkt $P = UI$ proportional ist.

Spannungsrichtige Schaltung (→ Bild 1.33a):

Die am Verbraucher R liegende Spannung U wird richtig gemessen. Der angezeigte Strom setzt sich aus dem Verbraucherstrom I und dem Strom ΔI im Spannungspfad zusammen. Am Verbraucher gilt:

$$P = UI - \frac{U^2}{R_U} \tag{1.45}$$

► *Relativer Fehler mit dem Widerstand des Spannungspfades* (Spannungsspule des Wattmeters mit Vorwiderstand) R_U:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{R}{R_U}$$

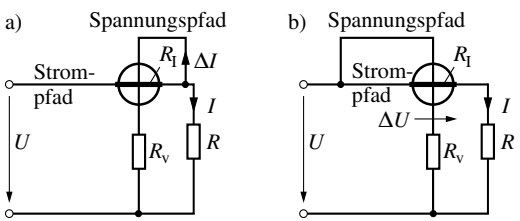


Bild 1.33 Leistungsmessung mit elektrodynamischem Messwerk
a) Spannungsrichtige Schaltung b) Stromrichtige Schaltung

Stromrichtige Schaltung (→ Bild 1.33b):

Der Strom I wird richtig angezeigt. Die angezeigte Spannung setzt sich aus der des Verbrauchers U und dem Spannungsabfall ΔU im Strompfad zusammen. Am Verbraucher gilt:

$$\boxed{P = UI - R_\mathrm{I} I^2} \tag{1.46}$$

► *Relativer Fehler mit dem Widerstand des Strompfades* (Stromspule des Wattmeters) R_I:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{R_\mathrm{I}}{R}$$

Der relative Fehler $\Delta P/P$ ist klein, wenn gilt:

$$R_\mathrm{U} \gg R \gg R_\mathrm{I}$$

Bei kleinem Verbraucherwiderstand R ist daher die spannungsrichtige und bei großem Verbraucherwiderstand R die stromrichtige Schaltung zu bevorzugen.

Bei Einsatz von Leistungselektronik ist der Eigenverbrauch ΔP des Instrumentes so gering, dass er vernachlässigt werden kann.

2 Elektrische und magnetische Felder

2.1 Elektrostatisches Feld

2.1.1 Elektrische Feldstärke

Unter dem Einfluss getrennter elektrischer Ladungen nimmt der leere oder auch stofferfüllte Raum einen Zustand an, der als elektrisches Feld bezeichnet wird. Er ist u. a. daran zu erkennen, dass elektrisch geladene Körper bestimmte Kraftwirkungen erfahren (→ 2.1.6).

Die **elektrische Feldstärke** kennzeichnet die Größe der Kraftwirkung für jeden Punkt des elektrischen Feldes.

Die in Richtung der wirkenden Kraft verlaufenden Linien werden **elektrische Feldlinien** genannt. Sie kennzeichnen in jedem Punkt des Raumes die Richtung der wirkenden elektrischen Kräfte. Im Sonderfall des homogenen Feldes verlaufen sie parallel und in gleichen Abständen.

Die **elektrischen Feldlinien** verlaufen stets von der positiven zur negativen Ladung.

Ein elektrisches Feld, das in allen Punkten von gleicher Stärke ist, wird als *homogen* bezeichnet. Es ist annähernd in den zentralen Teilen des Zwischenraums zweier im Abstand l befindlicher isolierter Metallplatten verwirklicht, an die die Spannung U gelegt wird (→ Bild 2.1).

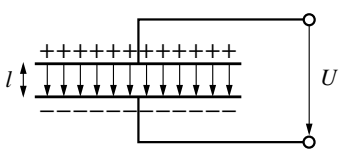


Bild 2.1 Elektrische Feldlinien zwischen zwei Platten

Im homogenen Feld besteht die elektrische Feldstärke:

$$E = \frac{U}{l} \tag{2.1}$$

- *Hinweis*: SI-Einheit der elektrischen Feldstärke: $[E] = \mathrm{V/m}$.
- *Beachte*: Die elektrische Feldstärke ist eine *vektorielle* (gerichtete) Größe und wird als solche mit $\boldsymbol{E}$ bezeichnet. In diesem Buch wird meist nur mit deren Betrag gerechnet ($|\boldsymbol{E}| = E$). Dieses gilt auch für weitere folgende vektorielle Feldgrößen, wie z. B. $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{F}, \boldsymbol{H}$ und $\boldsymbol{B}$.

2.1.2 Influenz

Wird in das elektrische Feld ein Metallkörper gebracht, so verschieben sich unter der Wirkung der elektrischen Anziehungskräfte seine negativen Ladungsträger an die der positiven Platte nächstliegende Oberfläche, während sich die andere Seite positiv auflädt (→ Bild 2.2). Bei Wegfall des Feldes verschwindet die Erscheinung wieder:

Influenz ist die vorübergehende Verschiebung von Ladungen unter dem Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes.

Das Innere des leitenden Körpers bleibt dabei feldfrei.

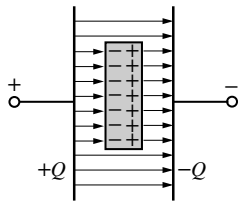


Bild 2.2 Influenz

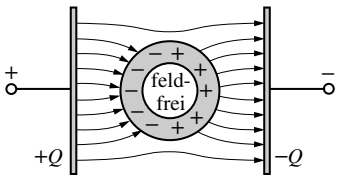


Bild 2.3 Abschirmung elektrischer Felder

■ *Anwendung*: Abschirmung elektrischer Felder (→ Bild 2.3) durch Drahtnetze (Faraday'scher Käfig).

2.1.3 Verschiebungsdichte und Verschiebungsfluss

Die Stärke des elektrischen Feldes kann auch durch die auf den Platten befindlichen Ladungen $\pm Q$ und deren Oberfläche A ausgedrückt werden und wird dann als Verschiebungsdichte oder elektrische Flussdichte bezeichnet:

$$D = \frac{Q}{A} \tag{2.2}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Verschiebungsdichte: $[D] = \mathrm{C/m^2} = \mathrm{A \cdot s/m^2}$.

Zwischen den elektrischen Feldgrößen E und D besteht im Vakuum die Beziehung:

$$D = \varepsilon_0 E \tag{2.3}$$

Elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 \approx 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m

Verschiebungsfluss. Die vom Feld verschobene Ladungsmenge wird auch Verschiebungsfluss Ψ genannt. Es ist daher

$$D = \frac{\Psi}{A} \tag{2.4}$$

Als **Flächenladungsdichte** wird der Quotient Q/A bezeichnet.

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{A}} \tag{2.5}$$

Im Unterschied zu σ ist D in Gl. (2.2) eine vektorielle Feldgröße, die im freien Raum meist die gleiche Richtung wie der elektrische Feldvektor $\boldsymbol{E}$ hat. Lediglich ihr Betrag ist $|\boldsymbol{D}| = D = \sigma$.

2.1.4 Dielektrikum

Als **Dielektrikum** wird der im Raum zwischen zwei geladenen Metallplatten befindliche Isolierstoff bezeichnet.

Wird der Plattenzwischenraum mit einem isolierenden Stoff, d. h. einem Dielektrikum, ausgefüllt, so erhöht sich die vom Feld gebundene Ladung, und anstelle von Gl. (2.3) tritt

$$\boxed{D = \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} E} \tag{2.6}$$

mit der Permittivitätszahl ε_r (→ Tabelle 2.1). Ursache ist der molekulare Aufbau dieser Stoffe. Ihre Moleküle stellen kleine elektrische Dipole dar, die sich in Feldrichtung einstellen und den Verschiebungsfluss entsprechend verstärken. Für Luft beträgt bei 0 °C und 101,3 kPa $\varepsilon_\mathrm{r} = 1{,}00058$ und kann in allen praktischen Fällen gleich 1 gesetzt werden.

Tabelle 2.1 Eigenschaften von Dielektrika bei $\vartheta = 20\,^\circ$C

Material	Permittivitätszahl ε_r bei $f = 50$ Hz	Spezifischer elektrischer Widerstand ϱ in $\Omega \cdot$ m	Verlustfaktor $\tan\delta_\mathrm{C} \cdot 10^{-4}$ bei $f = 1$ MHz
$BaTiO_3$	$10^3 \ldots 10^4$		
destilliertes Wasser	80,4	$5 \cdot 10^3$	
Siliconasbestpappe	30	$7 \cdot 10^{10}$	3000
Hartporzellan	5 ... 6,5	$10^{11} \ldots 10^{12}$	10 ... 20
Quarzglas	4,2	$10^{15} \ldots 10^{19}$	0,5
Glimmer	4 ... 8	$10^{14} \ldots 10^{17}$	0,5 ... 1
Polyamid (PA66)	3,5	10^{14}	20
Epoxidharz	3,3 ... 3,9	$10^{15} \ldots 10^{16}$	5 ... 8
Polyurethan	3,1 ... 4	bis 10^{13}	15 ... 60
Transformatoröl	2 ... 2,5	bis 10^{13}	1
Teflon	2	bis 10^{16}	0,2 ... 0,5

Da jeder Isolator letzlich ein schlechter Leiter ist, kommt es zu dielektrischen Verlusten, die besonders bei Wechselströmen nicht zu vernachlässigen sind. Sie werden durch Ströme im Isolationswiderstand, im Oberflächenwiderstand

und von Polarisationseffekten bestimmt. Daraus ergibt sich der entsprechende Leistungsverlust, welcher den material- und frequenzabhängigen Verlustfaktor tan δ enthält.

$$P_{\mathrm{V}} = 2\pi f C U^2 \tan\delta \tag{2.7}$$

Die Messung des Verlustfaktors eines Kondensators C_2 mit der Kapazität C_x und dem Verlustwiderstand R_x erfolgt mit der *Schering-Brücke* (→ Bild 2.4). Mit dem Referenzkondensator C_{R} und den Abgleichsbedingungen

$$R_x = R_2 \frac{C_1}{C_{\mathrm{R}}}, \qquad C_x = C_{\mathrm{R}} \frac{R_1}{R_2}$$

ergibt sich der Verlustfaktor tan $\delta = \omega R_x C_x$.

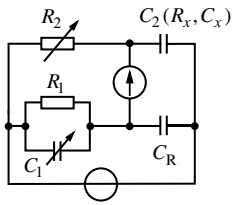


Bild 2.4 Schering-Brücke

2.1.5 Kondensatoren

Kondensatoren sind Anordnungen zur Speicherung ruhender elektrischer Ladungen.

2.1.5.1 Kapazität

Anordnungen, in denen ruhende elektrische Ladungen gespeichert sind, heißen Kondensatoren. Zwei isoliert und parallel zueinander aufgestellte Metallplatten bilden einen *Plattenkondensator*. Wird die an den Platten liegende Spannung U schrittweise erhöht, so nimmt die gespeicherte Ladung Q proportional zu:

$$Q = CU \tag{2.8}$$

Kapazität. Der Proportionalitätsfaktor C ist die Kapazität des Kondensators:

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}} \tag{2.9}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Kapazität: $[C] = \mathrm{F}$ (Farad) $= \mathrm{A} \cdot \mathrm{s/V}$.

2.1.5.2 Schaltung von Kondensatoren

Reihenschaltung (→ Bild 2.5)

Da beim Aufladen nur gleich große Ladungen getrennt werden können, trägt jeder Kondensator die gleiche Ladung Q. Für die Teilspannungen gilt:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad \ldots, \quad U_n = \frac{Q}{C_n}$$

und für die Gesamtspannung:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \quad \text{oder} \quad \frac{Q}{C_{\text{ges}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots + \frac{Q}{C_n}$$

Nach Kürzen mit der Ladung Q ergibt sich für den reziproken Wert die **Gesamtkapazität**:

$$\boxed{\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}} \tag{2.10}$$

► *Sonderfall* für zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren:

$$\boxed{C_{\text{ges}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \tag{2.11}$$

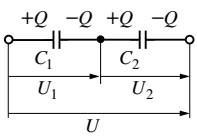


Bild 2.5 Reihenschaltung von Kondensatoren

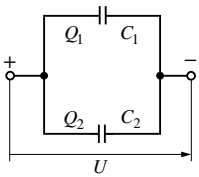


Bild 2.6 Parallelschaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung (→ Bild 2.6)

Alle Kondensatoren liegen an der gleichen Spannung U, ihre Ladungen addieren sich.

Aus $Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$ oder auch $UC_{\text{ges}} = UC_1 + UC_2 + \ldots + UC_n$ ergibt sich die **Gesamtkapazität**:

$$\boxed{C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n} \tag{2.12}$$

Gemischte Schaltung

Gemischte Schaltungen enthalten Kondensatoren sowohl in Reihen- als auch in Parallelschaltung.

Zur Berechnung der Gesamtkapazität werden wie bei der Berechnung von Widerständen alle kleineren, in sich geschlossenen Gruppen von parallel oder

in Reihe liegenden Kondensatoren zusammengefasst. Unter Hinzunahme der nächstliegenden Kondensatoren wird das Verfahren solange fortgesetzt, bis nur noch eine einfache Reihen- oder Parallelschaltung vorliegt.

■ *Beispiel* (→ Bild 2.7): Die Kapazität C aller Kondensatoren sei gleich groß. Nach Zusammenfassung der links und rechts liegenden Reihenschaltungen mit je

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \quad \text{wird} \quad C_1 = C_2 = \frac{C}{3} \quad (\rightarrow \text{Bild 2.8})$$

Nochmaliges Zusammenfassen liefert: $C_{\text{ges}} = 2C/3 + C = 5C/3$.

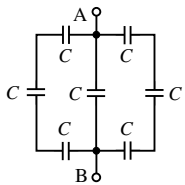


Bild 2.7 Gemischte Schaltung von Kondensatoren

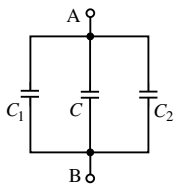


Bild 2.8 Vereinfachte Schaltung von Bild 2.7

Tabelle 2.2 Kapazität von Kondensatoren und Leitungen

Art des Kondensators	Kapazität C	Erläuterungen
Zweiplattenkondensator mit engem Abstand	$\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}$	A wirksame Oberfläche d Plattenabstand
Kugelkondensator	$\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\dfrac{1}{r_i} - \dfrac{1}{r_a}}$	r_i,r_a innerer und äußerer Kugelradius
Frei stehende Einzelkugel in Luft	$4\pi\varepsilon_0 r$	Abstand gegen Erde $r_e \gg r$ (Kugelradius)
Aus n Metallplatten geschichteter Kondensator	$(n-1)\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$	d Dicke der Isolatorschichten
Röhrchenkondensator	$\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r l r}{d}$	r mittlerer Röhrchenradius d Dicke des Dielektrikums
Doppelleitung in Luft	$\dfrac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln \dfrac{d}{r}}$	d Leiterabstand r Leiterradius l Länge der Leitung
Einzelne Freileitung	$\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln \dfrac{2h}{r}}$	h Höhe über Erde r Leiterradius l Länge der Leitung
Koaxialkabel	$\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln \dfrac{r_a}{r_i}}$	r_a,r_i Radius von Außen- und Innenleiter l Länge des Kabels

2.1.5.3 Berechnung der Kapazität von Kondensatoren

Plattenkondensator. Durch Gleichsetzen von Gln. (2.2) und (2.6) ergibt sich für die Ladung zweier im engen Abstand d befindlicher Platten $Q = \varepsilon_0 \varepsilon_r A U/d$. Für die Kapazität entsteht daraus wegen $Q = CU$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}} \tag{2.13}$$

Weitere kapazitive Anordnungen sind in Tabelle 2.2 dargestellt.

■ *Beispiel*: Ein aus zehn Metallfolien und 0,1 mm dicken Glimmerblättchen ($\varepsilon_r = 7{,}5$) geschicheter Blockkondensator mit $1{,}5 \cdot 3$ cm^2 wirksamer Fläche hat die Kapazität:

$$C = (10-1)\frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{A \cdot s \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 3 \cdot 10^{-4}\ m^2}}{10^{-4}\ \mathrm{m \cdot V \cdot m}} = 2{,}7\ \mathrm{nF}$$

2.1.5.4 Geschichtetes Dielektrikum

Ein **geschichtetes Dielektrikum** enthält Materialien mit unterschiedlichen Permittivitätszahlen.

Im Bild 2.9 sind zwei verschiedene Materialien im Plattenkondensator vorhanden. Denkt man sich die Grenzfläche durch eine unendlich dünne Metallbelegung ersetzt, so liegen zwei Kondensatoren in Reihenschaltung vor. Diese tragen gleich große Ladungen, sodass auch die Verschiebungsdichten gleich groß sein müssen. Nach Gl. (2.6) ist $\varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_{r2} E_2$. Wegen $E_1 = U_1/d_1$ und $E_2 = U_2/d_2$ gilt für das Verhältnis der Teilspannungen:

$$\boxed{\alpha = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\varepsilon_{r2} d_1}{\varepsilon_{r1} d_2}} \tag{2.14}$$

Bei gegebener Gesamtspannung U ergeben sich für die **Teilspannungen**:

$$\boxed{U_1 = \frac{U\alpha}{1+\alpha}} \qquad \boxed{U_2 = \frac{U}{1+\alpha}} \tag{2.15}$$

2.1.5.5 Ladung und Entladung von Kondensatoren

Wird an einem Stromkreis mit ohmschem Widerstand R und Kondensator C die Spannung U angelegt, so beträgt der Augenblickswert der Spannung am Kondensator nach dem Maschensatz (→ Bild 2.10):

$$u_C = U - iR \tag{2.16}$$

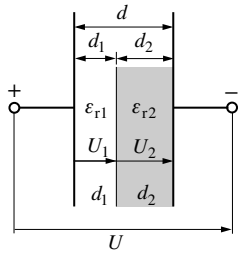


Bild 2.9 Geschichtetes Dielektrikum im Plattenkondensator

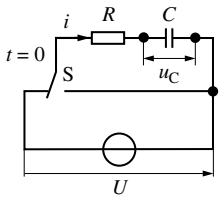


Bild 2.10 Ladung und Entladung eines Kondensators

Der Augenblickswert des Stromes nach Gl. (1.1) beträgt $i = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$. Mit Gl. (2.8) $\mathrm{d}Q = C\,\mathrm{d}u_\mathrm{C}$ folgt für den zeitlich veränderten Strom i bzw. den Augenblickswert der Spannung u_C (→ Bild 2.11):

$$i = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} \qquad u_\mathrm{C} = U - RC\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} \tag{2.17}$$

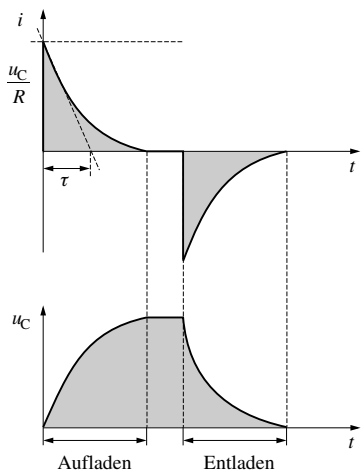


Bild 2.11 Augenblickswert von Strom und Spannung beim Laden und Entladen eines Kondensators

Durch Integration folgt $t = -RC\ln(U - u_\mathrm{C}) + K$. Die Integrationskonstante K hat für $t = u_\mathrm{C} = 0$ den Wert $K = RC\ln U$. Daraus folgt mit der Zeitkonstanten $\tau = RC$ für den **Augenblickswert der Aufladespannung**:

$$\boxed{u_\mathrm{C} = U\left(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}\right)} \tag{2.18}$$

Der **Augenblickswert des Aufladestromes** ist:

$$\boxed{i = \frac{U}{R}\,\mathrm{e}^{-t/RC} = I\,\mathrm{e}^{-t/RC}} \tag{2.19}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ergeben sich aus Gl. (2.19) $i = U/R$ und der Anstieg $-U/(\tau R)$. Damit lässt sich eine Gerade definieren, welche die t-Achse im Punkt τ schneidet (→ Bild 2.11).

Nach Umlegen des Schalters S (→ Bild 2.10) entlädt sich der Kondensator über den Widerstand R. Die **Entladespannung** fällt exponentiell ab.

$$\boxed{u_\mathrm{C} = U\,\mathrm{e}^{-t/\tau}} \tag{2.20}$$

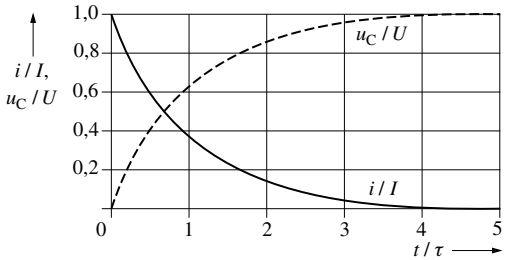


Bild 2.12 Verlauf von Spannung und Strom beim Laden eines Kondensators in normierter Darstellung

Hieraus folgt durch Differenziation und Gl. (2.19) der **Entladestrom**:

$$i = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} = -I\,\mathrm{e}^{-t/\tau} \tag{2.21}$$

■ *Beispiel*: Betragen der Widerstand $R = 0{,}5$ MΩ und die Kapazität $C = 4$ µF, so ist die Zeitkonstante $\tau = 0{,}5 \cdot 4$ s $= 2$ s; nach Ablauf von $t = 2$ s sinkt der Einschaltstrom nach Bild 2.12 auf $i = I\,\mathrm{e}^{-1} = 0{,}368I$. Die Spannung steigt dabei auf den Wert $u_\mathrm{C} = U(1 - 0{,}368) = 0{,}632U$.

2.1.6 Kräfte im elektrischen Feld

Auf jede Ladung wird im elektrischen Feld eine Kraftwirkung ausgeübt.

Kraft auf eine Punktladung

Denkt man sich eine punktförmige Ladung im elektrischen Feld (→ Bild 2.13), so verrichtet diese nach Gl. (1.4) bei Durchlaufen der Spannung $\mathrm{d}U$ die Arbeit $\mathrm{d}W = Q\,\mathrm{d}U$. Diese ist aber das Produkt aus der Kraft F und dem

zurückgelegten Weg $\mathrm{d}s$, und es gilt $F\,\mathrm{d}s = Q\,\mathrm{d}U$. Nach Gl. (2.1) $E = \mathrm{d}U/\mathrm{d}s$ ergibt sich für die bewegende Kraft:

$$\boxed{F = QE} \tag{2.22}$$

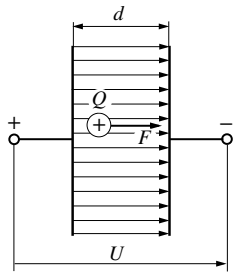


Bild 2.13 Punktladung im homogenen elektrischen Feld

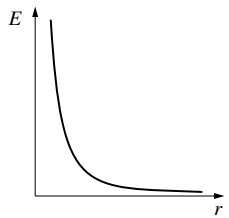


Bild 2.14 Verlauf der Feldstärke im Abstand r von einer Punktquelle

Kraft zwischen zwei Punktladungen

Die von einer punktförmigen Ladung ausgehenden Feldlinien verlaufen radialsymmetrisch in den Raum. Die gleiche Feldform hat eine geladene Kugel. Aus den Gln. (2.2) und (2.6) folgt für die Verschiebungsdichte an der Oberfläche einer geladenen Kugel:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} E = \frac{Q}{A}$$

In der Entfernung r vom Ort einer Punktladung Q_1 beträgt die Feldstärke auf der Kugelfläche $A = 4\pi r^2$ ($\rightarrow$ Bild 2.14):

$$E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r} r^2} \tag{2.23}$$

Befinden sich zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 im Abstand r, so werden sie mit einer Kraft F voneinander angezogen oder abgestoßen (Coulomb'sches Gesetz).

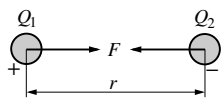


Bild 2.15 Kraft zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Punktquellen

$$\boxed{F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r} r^2}} \tag{2.24}$$

Dies ist das **Coulomb'sche Gesetz**.

► *Beachte*: Da Versuchskörper, z. B. geladene Kugeln, nicht punktförmig sind, wird das Feld durch Influenz verzerrt, und Gl. (2.24) gilt nur näherungsweise.

Kraft zwischen zwei geladenen Platten

Die Kraft zwischen zwei geladenen Platten der Fläche A bei kleinem Abstand d und gegebener Spannung U folgt nicht ohne Weiteres aus dem Coloumb'schen Gesetz. Zunächst gelten:

$$F = \frac{1}{2}U^2\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}d} \qquad \text{und} \qquad C = \varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}\frac{A}{d}$$

Nach Differenziation von $\mathrm{d}C/\mathrm{d}d$ ergibt sich:

$$\boxed{|F| = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}AU^2}{2d^2}} \tag{2.25}$$

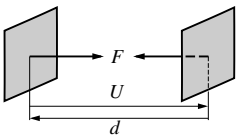


Bild 2.16 Kraft auf zwei geladene Platten

► *Beachte*: Bei größerem Plattenabstand quellen die Feldlinien seitlich aus dem Zwischenraum, das Feld wird inhomogen.

2.1.7 Energie im elektrischen Feld

Während des Aufladens des Kondensators fließt die Ladung in kleinen Teilbeträgen $\mathrm{d}Q$ zu, wobei sich die Spannung jeweils um den Betrag $\mathrm{d}U$ erhöht. Die erforderliche Energie beträgt bei jedem Schritt nach Gl. (1.4) $\mathrm{d}W = U\,\mathrm{d}Q$. Nach Gl. (2.8) ist aber $\mathrm{d}Q = C\,\mathrm{d}U$, sodass sich die gesamte Arbeit W durch Integration ergibt:

$$W = \int_0^U UC\,\mathrm{d}U = \frac{CU^2}{2} \tag{2.26}$$

Dieser Energiebetrag ist im elektrischen Feld gespeichert und wird wieder frei (z. B. in Form von Stromwärme), wenn das Feld verschwindet. Setzt man in Gl. (2.26) die Kapazität des *Plattenkondensators* Gl. (2.13) und $U = Ed$ ein, so ergibt sich mit dem Feldvolumen $V = Ad$:

$$\boxed{W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}E^2V}{2}} \tag{2.27}$$

2.1.8 Piezoelektrischer Effekt

Bei Druckeinwirkung auf einen Kristall entsteht eine elektrische Quellenspannung (**piezoelektrischer Effekt**). Die dazu erforderliche Kraft F erzeugt im Inneren des Kristalls eine Ionenverschiebung und damit eine elektrische Polarisation.

Bild 2.17 zeigt dies in vereinfachter Form für einen Quarzkristall.

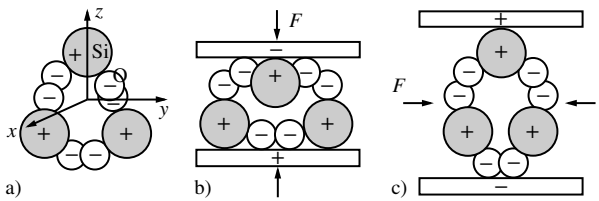


Bild 2.17 Ursache des piezoelektrischen Effekts bei Quarz (drei Si^{4+}-, sechs O^{2-}-Ionen): a) unbelastet, b) longitutinale Belastung (d_{33}), c) transversale Belastung (d_{31})

Piezoelektrische Materialien laden sich bei Druck- oder Zugbeanspruchung in Richtung ihrer polaren Achsen elektrisch auf.

Die aufgewendete mechanische Arbeit $F\Delta x$ wird dabei in elektrische Energie QU umgewandelt:

$$F\Delta x = QU \tag{2.28}$$

Durch Einführung des Piezomoduls d_{mn} ergibt sich:

$$U = \frac{\Delta x}{d_{mn}} \tag{2.29}$$

Die technisch bedeutsamen ferroelektrischen Keramiken werden erst beim Anlegen einer Gleichspannung piezoelektrisch aktiv (Ausrichtung der Domänen im atomaren Verband). Der Piezomodul d_{mn} enthält zwei Indizes. Diese definieren die Achsenrichtung der angelegten Spannung und die Deformationsrichtung. Der Piezomodul ist materialabhängig (→ Tabelle 2.3).

■ *Anwendungen*:

- Mikrofone und Tonabnehmer
- piezokeramische Wandler (Dicken- und Dehnungsschwinger)
- Ultraschallwandler
- Keramiktransformator
- Druck- und Durchflussmessung

Tabelle 2.3 Eigenschaften piezoelektrischer Stoffe

Material	Permittivität ε_r	Piezomodul d_{mn} in 10^{-12} V/m	Curie-Temperatur T_C in K
SiO_2	3,7	$d_{11} = 2{,}25$ $d_{14} = 0{,}85$	
$Ba(Ti_{0,95},Zr_{0,05})O_3$	1400	$d_{31} = -60$ $d_{33} = 150$	120
$Pb(Ti_{0,54},Zr_{0,46})O_3$	1540	$d_{15} = 550$ $d_{31} = -150$ $d_{33} = 330$	350

Bei Nutzung des Piezoeffektes zur Messung von Drücken sind Systeme mit kapazitiven Siliciumchips und dielektrisch isolierten piezoresistiven Sensoren im Einsatz (→ Bild 2.18).

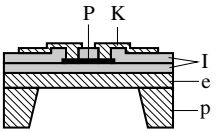


Bild 2.18 Aufbau eines piezoresistiven Drucksensors P Piezowiderstand, K Kontakt, I Isolator, e epi-n-Si, p p-Si

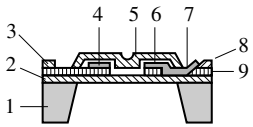


Bild 2.19 Thermosäulendünnschichtsystem zur berührungslosen Temperaturmessung 1 Si-Chip, 2 Si_3N_4/SiO_2, 3 Referenzdraht, 4 aktiver Kontakt, 5 Absorptionsschicht, 6 Bi, 7 Sb, 8 Bondendraht, 9 Bondinsel

2.1.9 Thermoelektrischer Effekt

Der **Thermo- oder Seebeck-Effekt** verursacht bei Erwärmen bzw. Abkühlen der Verbindungsstelle zweier Leiter oder Halbleiter, welche eine geschlossene Schleife bilden, eine elektrische Quellenspannung (→ Tabelle 1.1).

Diese hat ihre Ursache in der unterschiedlichen Austrittsarbeit der Elektronen innerhalb der beiden Leiter I und II. Es gilt:

$$U = \frac{k}{e} \ln \frac{n_I}{n_{II}} \Delta T \tag{2.30}$$

ΔT Temperaturdifferenz der Kontaktstellen
$n_{I,II}$ Elektronenzahl der Leiter pro Volumeneinheit
e elektrische Elementarladung, $e = 1{,}602\,18 \cdot 10^{-19}$ C
k Boltzmann-Konstante, $k = 1{,}380\,66 \cdot 10^{-23}$ J/K

Der thermoelektrische Effekt wird u. a. zur berührungslosen Temperaturmessung genutzt. Eine Vielzahl in Reihe geschalteter Thermoelemente sichert eine

hohe Empfindlichkeit. Bewährt haben sich Dünnschichtsysteme aus Bi-Sb und Bi-Sb-Te-Se-Mischkristallen (→ Bild 2.19). Mit 50 Thermopaaren lässt sich eine Empfindlichkeit von $\leqq 6 \cdot 10^{-3}$ K erreichen.

2.1.10 Lichtelektrischer Effekt

Einfallendes Licht löst Elektronen aus ihrer atomaren Bildung und es kommt zu einem Ionisationsstrom.

Äußerer lichtelektrischer Effekt

Die freigesetzten Ladungsträger werden mit einer positiven Spannung zur Anode abgesaugt (Vakuumfotozelle).

Die Energie des Photons[1] hf verteilt sich auf die Austrittsarbeit zur Elektronenbefreiung $W_A = hf_{Gr}$ und die kinetische Energie des freigesetzten Elektrons ($\widehat{=}$ der gemessenen Bremsspannung U_B).

$$hf = hf|_{Gr} + eU_B \tag{2.31}$$

$$U_B = \frac{h}{e}\left(f - f|_{Gr}\right) \tag{2.32}$$

$f|_{Gr}$ materialabhängige Frequenz

■ *Anwendung*:

- Lichtintensitätsmessgeräte
- Geiger-Müller-Zählrohr

Innerer lichtelektrischer Effekt

Die freigesetzten Ladungsträger verlassen den Kristall nicht. pn-Übergänge in Halbleitern sind die Grundlage entsprechender Fotoelemente (→ 6.12.3). An den Kontaktstellen $x = 0$ entstehen Überschussladungen $Q(x)$ und ein entsprechender Feldverlauf.

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \int_{-\infty}^{x} Q(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{Feldverlauf} \tag{2.33}$$

$$U(x) = -\int_{-\infty}^{x} E(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{Spannungsverlauf} \tag{2.34}$$

[1] Korpuskulartheorie des Lichtes

2.2 Stationäres elektrisches Strömungsfeld

2.2.1 Strömungsfeld

Stationäre Strömungsfelder definieren die Bewegung von Ladungen und deren Wirkungen im Leiter für den Fall, dass diese zeitlich invariant sind.

Das heißt, es gilt $\partial i/\partial t = 0$. In Leitern mit durchgehend gleichem Querschnitt verlaufen die Stromlinien (auch als Stromdichtelinien bezeichnet) parallel zueinander (homogenes Strömungsfeld), d. h., der Strom I verteilt sich hier gleichmäßig über den Leiterquerschnitt. Bei flächenhaft oder räumlich ausgedehnten Leitern mit veränderlichem Querschnitt ist dies nicht mehr der Fall. Der Strom wird hier durch ein mehr oder weniger kompliziertes Strömungsfeld dargestellt, dessen Verlauf sich durch Stromlinien symbolisieren lässt. Die Stromlinie steht senkrecht auf den Äquipotenziallinien und ist in Richtung des höheren Potenzials gerichtet. Sie wird in jedem Punkt des Raumes vom Vektor der Stromdichte $\boldsymbol{J}$ tangiert.

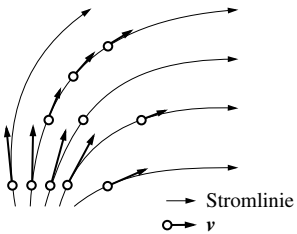


Bild 2.20 Strömungsfeld mit Stromlinien und Geschwindigkeitsvektoren

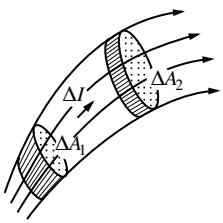


Bild 2.21 Stromröhre

An jeder Stelle des Feldes bewegen sich die Ladungsträger mit einer nach Betrag und Richtung bestimmten Geschwindigkeit v. Die Geschwindigkeitsvektoren sind Tangenten der Strömungsfeldlinien (→ Bild 2.20). Der Gesamtstrom I lässt sich dann gedanklich in einzelne *Stromröhren* (→ Bild 2.21) zerlegen, die von dem gleichen Teilstrom ΔI durchflossen werden und deren Mantelflächen aus Strömungsfeldlinien bestehen.

2.2.2 Stromdichte

Die **Stromdichte** kennzeichnet die Verteilung des Stromes in Leitern und Elektrolyten und dient als Maß für ihre elektrische Belastbarkeit.

Wird der Gesamtstrom im Leiter in einzelne Teilströme ΔI aufgeteilt, so gilt für die Stromdichte J bezogen auf ein Flächenelement ΔA, das vom Strom ΔI senkrecht durchsetzt wird (→ Bild 2.22):

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta A}$$

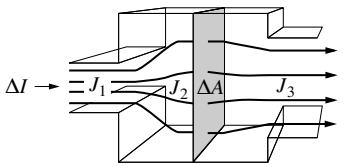


Bild 2.22 Stromdichte bei unterschiedlichem Leiterquerschnitt ($J_1 > J_3 > J_2$)

Für den Gesamtstrom I, der die Fläche A unter einem Winkel α durchsetzt, ergibt sich

$$I = \int_A J \cos\alpha \, \mathrm{d}A \tag{2.35}$$

Bei homogenen Querschnittsverhältnissen und $\alpha = \pi/2$ (z. B. in dünnen Drähten) gilt

$$\boxed{J = \frac{I}{A}}$$

► *Hinweis*: SI-Einheit der Stromdichte: $[J] = \mathrm{A/m^2}$.

■ *Beispiel*: Wirtschaftlich vertretbare Stromdichten

- Freileitungen und Kabel 2,5 . . . 3 A/mm^2
- Geräte 1,5 . . . 10 A/mm^2
- Wicklungen von Spulen 2,5 . . . 3 A/mm^2

Setzt man nach Gl. (1.1) $I = Q/t$ und beachtet, dass sich die Ladung Q mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $v = s/t$ bewegt, so wird aus Gl. (2.35) $J = Qv/(As)$. Dabei nimmt die Ladung Q das Volumen $V = As$ ein, während $Q/V = \varrho_\mathrm{e}$ die **Raumladungsdichte** darstellt. Somit ist die **Stromdichte** auch:

$$\boxed{\boldsymbol{J} = \varrho_\mathrm{e} \boldsymbol{v}} \tag{2.36}$$

Die Stromdichte ist eine vektorielle Größe, deren Richtung mit der des Geschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{v}$ positiver Ladungsträger übereinstimmt.

Radialhomogene Strömungsfelder (Spezialfall inhomogener Felder)

- *Koaxialkabel*: Der zwischen Innen- und Außenleiter eines Koaxialkabels quer durch die Isolation fließende Strom I bildet ein *inhomogenes Strömungsfeld*. Die vom Strom durchsetzten Flächen haben die Form von

Zylindermänteln der Oberfläche $A = 2\pi rl$. Der Betrag der Stromdichte ergibt sich daher aus:

$$J = \frac{I}{2\pi rl} \tag{2.37}$$

Die Stromdichte J nimmt von innen nach außen mit zunehmendem Achsabstand r ab.

- *Eingebettete Kugel*: Eine z. B. in der Erde eingelagerte, gut leitende Kugel, deren Gegenpol sich in weiter Entfernung befindet, erzeugt ein ähnliches Strömungsfeld. Die Strömungslinien durchsetzen Kugelflächen $A = 4\pi r^2$:

$$J = \frac{I}{4\pi r^2} \tag{2.38}$$

- *Halbkugel*: In die Erdoberfläche versenkte Erdungskörper können näherungsweise als Halbkugel betrachtet werden, in deren Umgebung besteht die Stromdichte:

$$J = \frac{I}{2\pi r^2} \tag{2.39}$$

2.2.3 Stromdichte und Feldstärke

Homogene Felder

Ein Feld ist homogen, wenn in allen Punkten des Feldes die gleiche Feldstärke nach Betrag und Richtung vorliegt.

Dividiert man die mit den Gln. (1.8) und (1.9) umgeformte Gl. (1.6) $I = \varkappa UA/l$ beiderseits durch den Leiterquerschnitt A, so entsteht die elektrische Stromdichte in der Form:

$$J = \frac{\varkappa U}{l}$$

Wegen $U = El$ ist die Stromdichte das Produkt aus elektrischer Leitfähigkeit $\varkappa$ und **Feldstärke** $E = U/l$ (→ 2.1.1):

$$\boxed{J = \varkappa E} \tag{2.40}$$

Inhomogene Felder

In inhomogenen Feldern ist die Feldstärke E nicht in allen Punkten des Feldes konstant und daher als Differenzialquotient darzustellen:

$$E = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}s}$$

Danach ergibt sich die Spannung U_{12} zwischen zwei Punkten einer Feldlinie mit:

$$U_{12} = \int_1^2 E \,\mathrm{d}s \tag{2.41}$$