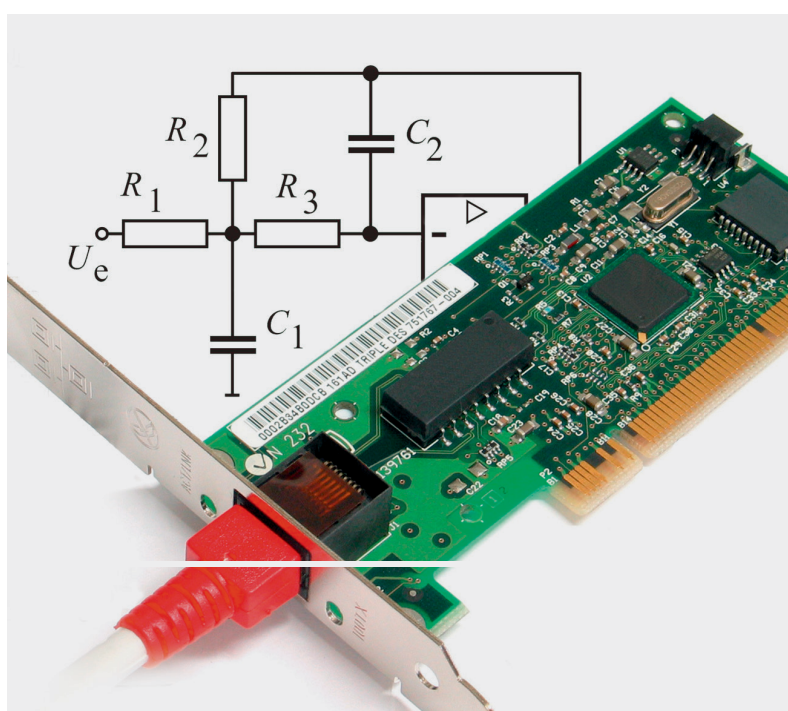


Wolfgang Reinhold



Elektronische Schaltungstechnik

Grundlagen der Analogelektronik mit
Aufgaben und Lösungen



4., aktualisierte Auflage

HANSER



Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!

Auf unserem Download-Portal finden Sie zu diesem Titel kostenloses Zusatzmaterial. Geben Sie dazu einfach diesen Code ein:

plus-yft25-8m95b

plus.hanser-fachbuch.de



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Wolfgang Reinhold

Elektronische Schaltungstechnik

Grundlagen der Analogelektronik mit Aufgaben und Lösungen

4., aktualisierte Auflage

HANSER

Der Autor:

Prof. Dr.-Ing. habil. Wolfgang Reinhold

Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig



Der Verlag und die Autoren haben sich mit der Problematik einer gendergerechten Sprache intensiv beschäftigt. Um eine optimale Lesbarkeit und Verständlichkeit sicherzustellen, wird in diesem Werk auf Gendersternchen und sonstige Varianten verzichtet; diese Entscheidung basiert auf der Empfehlung des Rates für deutsche Rechtschreibung. Grundsätzlich respektieren der Verlag und die Autoren alle Menschen unabhängig von ihrem Geschlecht, ihrer Sexualität, ihrer Hautfarbe, ihrer Herkunft und ihrer nationalen Zugehörigkeit.

Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2023 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Frank Katzenmayer

Herstellung: Frauke Schafft

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Satz: Dr. Steffen Naake, Limbach-Oberfrohna

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-47650-9

E-Book-ISBN 978-3-446-47782-7

Vorwort

Das Fachgebiet elektronische Schaltungstechnik umfasst einen sehr umfangreichen Teil der Elektronik. Dieses Buch legt den Schwerpunkt auf die Schaltungsprinzipien zur Erzeugung und Verarbeitung analoger Signale. Durch diese Konzentration eröffnet sich die Möglichkeit, dem Studierenden die Einarbeitung in das Gesamtgebiet anhand einer durchgängigen Systematik zu erleichtern. Ziel der Darstellung ist die Herausarbeitung schaltungstechnischer Grundkonzepte zur Realisierung der wichtigen funktionellen Baugruppen elektronischer Systeme. Auf Basis geeigneter mathematischer Methoden zur Schaltungsberechnung werden die notwendigen Abstraktionen der Bauelemente- und Schaltungsmodellierung abgeleitet, um ein anschauliches Verständnis und das ingenieurtechnische Handwerkszeug zur Schaltungsanalyse und Schaltungssynthese zu vermitteln. Ausgehend von den klassischen Grundschaltungen für Signalverstärker und elektronische Schalter werden systematisch die wichtigsten Aspekte der analogen Signalverarbeitung aufgezeigt.

In einer Reihe von Beispielen erhält der Leser Anregungen zur Nutzung des Netzwerkanalysators PSpice, um auch komplexe Zusammenhänge bei der Schaltungsanalyse anschaulich darstellen zu können. Mein besonderer Dank gilt in diesem Zusammenhang Herrn Robert Heinemann. Mit der von ihm im Rahmen seines Buches „PSPICE – Einführung in die Elektroniksimulation“ bereitgestellten PSpice-Demoversion konnten die Simulationen sehr komfortabel durchgeführt werden.

Dieses Lehrbuch wendet sich hauptsächlich an Studenten der Elektrotechnik an Technischen Hochschulen und Fachhochschulen. Wegen seiner straffen und übersichtlichen Darstellung kann es aber auch als einführende Literatur für Universitätsstudenten empfohlen werden. Vorausgesetzt werden lediglich Grundkenntnisse der Elektrotechnik und Mathematik. Zahlreiche Beispiele und Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen erleichtern die Einarbeitung in den Stoff und fördern die Selbstständigkeit.

Mein herzlicher Dank gilt den Kollegen der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der HTWK Leipzig für anregende Diskussionen sowie Frau Werner und Frau Kaufmann vom Carl Hanser Verlag für die Unterstützung bei der Gestaltung des Buches.

Leipzig, im Mai 2010

Wolfgang Reinhold

Vorwort zur 4. Auflage

Dieses Buch wurde als Grundlagenlehrbuch für die Ausbildung von Schaltungstechnikern an Hochschulen konzipiert. Die erfreulich hohe Resonanz auf die bisherigen Auflagen hat bestätigt, dass die enthaltenen Inhalte und deren Darstellung einen fundierten Einstieg in die Analogelektronik ermöglichen.

In dieser 4. Auflage wurde insbesondere der Abschnitt Analog/Digital- und Digital/Analog-Wandler erweitert. Es werden neue systemtechnische Entwicklungen auf diesem Gebiet beschrieben sowie die daraus erzielbaren verbesserten Systemeigenschaften aufgezeigt. Die daraus resultierenden Wertebereiche für Auflösung und Übertragungsgeschwindigkeit der Datenwandler werden in grafischen Diagrammen und Tabellen in übersichtlicher Form dargestellt. Dies bietet einen guten Einstieg für die Entwicklung der Schnittstellen zwischen analogen und digitalen Systemen.

Die Lösungen zu den Übungsaufgaben des Buches sowie weitere nützliche Materialien liegen nun auf dem Server des Hanser Verlages und sind über den Hinweis auf Seite 1 des Buches zu finden.

Herzlich bedanken möchte ich mich bei Frau Christina Kubiak und Herrn Frank Katzenmayer und dem gesamten Team vom Carl Hanser Verlag für die hervorragende langjährige Zusammenarbeit bei der Überarbeitung des Buches.

Leipzig, im Februar 2023

Wolfgang Reinhold

Inhalt

1	Physikalische Grundlagen der Halbleiterelektronik	13
1.1	Leitfähigkeit von Halbleitern	13
1.1.1	Eigenleitung	13
1.1.2	Halbleiter mit Störstellen	15
1.2	Ladungsträgergeneration in Halbleitern	19
1.3	Ladungsträgertransport in Halbleitern	20
1.4	Aufgaben	21
2	Berechnungsmethoden elektronischer Schaltungen	22
2.1	Analysemethoden und -werkzeuge zur Schaltungsberechnung	23
2.1.1	Ersatzschaltbilder	25
2.1.2	Groß- und Kleinsignalanalyse	26
2.1.3	Kleinsignalersatzschaltung	27
2.2	Vierpoldarstellung	28
2.3	Zusammenschaltung von Vierpolen	32
2.4	Vierpole mit äußerer Beschaltung	33
2.5	Darstellung des Übertragungsverhaltens	34
2.6	Signalflussdarstellung	36
2.7	Computergestützte Netzwerkanalyse	37
2.8	Aufgaben	39
3	Halbleiterdioden	41
3.1	pn-Übergang	41
3.1.1	Wirkprinzip	41
3.1.2	Strom-Spannungs-Kennlinie	45
3.1.3	Ladungsspeicherung	46
3.2	Kleinsignalverhalten	47
3.3	Schaltverhalten	50
3.4	Temperaturverhalten	52
3.5	Spezielle Dioden und ihre Anwendungen	53
3.5.1	Gleichrichterdiode	53
3.5.2	Z-Diode	56
3.5.3	Kapazitätsdiode	58
3.5.4	Tunneldiode	60
3.5.5	Schottky-Diode	60
3.6	Mikrowellendioden	61
3.6.1	IMPATT-Diode	61
3.6.2	Gunn-Diode	62
3.7	Aufgaben	63

4	Bipolartransistoren	65
4.1	Wirkprinzip	65
4.2	Strom-Spannungs-Kennlinie	67
4.3	Nutzbarer Betriebsbereich	72
4.4	Bipolartransistor als Verstärker	74
4.4.1	Kleinsignalmodell des Bipolartransistors	75
4.4.2	Frequenzabhängigkeit des Übertragungsverhaltens des Bipolartransistors	78
4.5	Temperaturverhalten von Bipolartransistoren	83
4.6	Arbeitspunktabhängigkeit der Stromverstärkung	85
4.7	Bipolartransistor als elektronischer Schalter	86
4.7.1	Schaltung eines Transistorschalters	86
4.7.2	Stationäres Schaltermodell des Bipolartransistors	87
4.7.3	Dynamisches Verhalten eines Transistorschalters	88
4.8	Aufgaben	91
5	Thyristoren	95
5.1	Aufbau und Wirkungsweise	95
5.2	Thyristorvarianten	97
5.3	Anwendungen von Thyristoren	98
5.4	Aufgaben	101
6	Feldeffekttransistoren	102
6.1	MOSFET	103
6.1.1	Wirkprinzipien verschiedener MOSFET-Typen	103
6.1.2	Strom-Spannungs-Kennlinie eines MOSFET	104
6.1.3	Ableitung der Strom-Spannungs-Kennlinie eines MOSFET	108
6.1.4	MOSFET als Verstärker	110
6.1.4.1	Kleinsignalmodell des MOSFET	110
6.1.4.2	Frequenzabhängigkeit des Übertragungsverhaltens	113
6.1.4.3	Effekte bei integriertem MOSFET	114
6.1.5	MOSFET als elektronischer Schalter	115
6.1.6	Thermisches Verhalten des MOSFET	117
6.2	Sperrschicht-FET	118
6.2.1	Strom-Spannungs-Kennlinie eines SFET	119
6.2.2	Kleinsignalverhalten eines SFET	119
6.3	SFET als Verstärker	120
6.4	Aufgaben	122
7	Rauschen elektronischer Bauelemente	125
7.1	Widerstandsrauschen	125
7.2	Diodenrauschen	127
7.3	Transistorrauschen	128
7.4	Rauschspannung	129
7.5	Rauschfaktor	130
7.6	Aufgabe	132

8	Operationsverstärker	133
8.1	Der ideale Operationsverstärker	133
8.2	Aufbau eines Operationsverstärkers	134
8.3	Statische Kenngrößen realer Operationsverstärker	135
8.4	Dynamische Kenngrößen realer Operationsverstärker	139
8.5	Verstärkerschaltungen mit Operationsverstärker	140
8.5.1	Grundsaltungen eines Spannungsverstärkers	141
8.5.2	Kompensation von Offsetspannung und Offsetstrom des Operationsverstärkers	142
8.6	Dynamisches Verhalten von Operationsverstärkerschaltungen	143
8.7	Rauschen in Operationsverstärkern	145
8.8	Moderne Operationsverstärkertypen	146
8.9	Aufgaben	148
9	Optoelektronische Bauelemente und Halbleitersensoren	150
9.1	Fotosensoren	150
9.2	Leuchtdioden	153
9.3	Optokoppler	156
9.4	Spezielle Halbleitersensoren	156
9.4.1	Temperatursensoren	156
9.4.2	Magnetfeldsensoren	158
9.4.3	Piezowandler	159
9.5	Aufgaben	160
10	Lineare Verstärkergrundsaltungen	162
10.1	Allgemeines Kleinsignalmodell eines Spannungsverstärkers	162
10.2	Einstufige Verstärker mit Bipolartransistoren	164
10.2.1	Emitterschaltung	165
10.2.2	Basisschaltung	173
10.2.3	Kollektorschaltung (Emitterfolger)	175
10.2.4	Vergleich der einstufigen Transistorverstärkerschaltungen	177
10.3	Einstufige Verstärker mit Feldeffekt-Transistoren	178
10.4	Grundsaltungen mit mehreren Transistoren	179
10.4.1	Kaskodeschaltung	179
10.4.2	Differenzverstärker	181
10.4.3	Stromspiegel	185
10.4.4	Differenzverstärker mit Stromspiegellast	188
10.4.5	Transistor-Stromquellen	189
10.4.6	Darlington-Schaltung	192
10.4.7	Leistungsstufen	193
10.5	Frequenzverhalten von Verstärkerstufen	199
10.6	Kopplung von Verstärkerstufen	200
10.7	Aufgaben	201

11	Gegenkopplung	206
11.1	Allgemeines Modell der Gegenkopplung	206
11.2	Schaltungsarten der Gegenkopplung	208
11.3	Effekte der Gegenkopplung	209
11.3.1	Einstellung eines definierten Übertragungsfaktors	209
11.3.2	Linearisierung des Übertragungsfaktors	209
11.3.3	Parameterempfindlichkeit	211
11.3.4	Einfluss der Gegenkopplung auf Ein- und Ausgangsimpedanz	212
11.3.5	Übertragungsbandbreite	214
11.3.6	Miller-Effekt	215
11.3.7	Bootstrap-Effekt	216
11.3.8	Gezielte Beeinflussung des Frequenzganges eines Verstärkers	216
11.4	Anwendungen der Gegenkopplungsvarianten	217
11.4.1	Operationsverstärkerschaltungen mit Gegenkopplung	217
11.4.2	Transistorschaltungen mit Gegenkopplung	219
11.5	Stabilität rückgekoppelter Verstärker	222
11.6	Frequenzgangkorrektur von Verstärkern	225
11.7	Aufgaben	227
12	Schaltungen mit Operationsverstärkern	229
12.1	Lineare Verstärker	229
12.1.1	Nicht invertierender Verstärker	229
12.1.2	Invertierender Verstärker	230
12.2	Rechenschaltungen	231
12.2.1	Addierer	231
12.2.2	Subtrahierer	232
12.2.3	Differenzierer	235
12.2.4	Integrator	238
12.2.5	Multiplizierer	241
12.2.6	Dividierer	242
12.3	Nichtlineare Schaltungen	242
12.4	Komparatoren und Schmitt-Trigger	243
12.5	Stromquellen	245
12.6	Schaltungstechnik mit modernen Operationsverstärkern	246
12.6.1	VC-OPV und seine Anwendung	246
12.6.2	CV-OPV als Hochfrequenz-Baustein	248
12.6.3	CC-OPV und seine Anwendung als idealer Transistor	250
12.7	Elektronische Regler	251
12.7.1	P-Regler	252
12.7.2	PI-Regler	252
12.7.3	PID-Regler	253
12.8	Aufgaben	256

13	Filterschaltungen	257
13.1	Filtereigenschaften und Kennwerte	257
13.2	Passive Filter	262
13.3	Aktive RC-Filter	266
13.3.1	Tiefpässe 2. Ordnung	266
13.3.2	Hochpässe 2. Ordnung	271
13.3.3	Bandpässe 2. Ordnung	274
13.3.4	Bandsperren 2. Ordnung	278
13.4	Universalfilter	280
13.5	SC-Filter	281
13.5.1	SC-Integrator	281
13.5.2	Schaltungsrealisierung von SC-Filtern	283
13.6	Aufgaben	284
14	Schwingungserzeugung	286
14.1	Sinusoszillatoren	286
14.1.1	Zweipoloszillatoren	286
14.1.2	Vierpoloszillatoren	289
14.1.2.1	Grundstruktur und Schwingbedingung	289
14.1.2.2	RC-Oszillatoren	290
14.1.2.3	LC-Oszillatoren	293
14.1.2.4	Quarzoszillatoren	295
14.2	Impulsoszillatoren	298
14.2.1	Funktionsgeneratoren	298
14.2.2	Relaxationsoszillatoren	299
14.2.2.1	Dreieck-Rechteck-Generator	299
14.2.2.2	Kippschaltungen	300
14.3	Aufgaben	302
15	Frequenzumsetzer	303
15.1	Amplitudenmodulation	304
15.1.1	AM-Modulatoren	305
15.1.2	AM-Demodulatoren	307
15.2	Frequenzmodulation	310
15.2.1	FM-Modulatoren	313
15.2.2	FM-Demodulatoren	314
15.3	Phasenmodulation	315
15.3.1	PM-Modulatoren	316
15.3.2	PM-Demodulatoren	317
15.4	Mischer	317

16	Stromversorgungseinheiten	321
16.1	Gleichrichterschaltungen	321
16.2	Spannungsstabilisierung	325
16.2.1	Unregelte Stabilisierungsschaltungen	326
16.2.2	Kontinuierliche Spannungsregler	326
16.2.3	Diskontinuierliche Spannungsregler	328
16.2.3.1	Drosselregler	329
16.2.3.2	Ladungspumpen	333
16.3	Erzeugung von Referenzspannungen	335
16.3.1	Referenzspannungsquellen mit Z-Dioden	335
16.3.2	Bandgap-Referenz	336
16.4	Schaltnetzteile	338
16.5	Aufgaben	341
17	Analog/Digital- und Digital/Analog-Wandler	342
17.1	Kennwerte von A/D- und D/A-Wandlern	343
17.1.1	Stationäre Kennwerte	343
17.1.2	Dynamische Kennwerte	346
17.2	A/D-Wandlungsverfahren	347
17.2.1	A/D-Wandlung nach dem Zählverfahren	349
17.2.2	A/D-Wandlung mit sukzessiver Approximation	350
17.2.3	A/D-Wandlung nach dem Parallelverfahren	351
17.2.4	Folding-Interpolating A/D-Wandler	352
17.2.5	A/D-Wandlung nach dem Pipeline-Verfahren	353
17.2.6	Sigma-Delta-Wandler	354
17.3	D/A-Wandlungsverfahren	356
17.3.1	D/A-Wandlung nach dem Zählverfahren	358
17.3.2	D/A-Wandlung nach dem Wägeverfahren	358
17.3.3	D/A-Wandlung nach dem Parallelverfahren	362
17.3.4	Fehlerkorrigierende D/A-Wandlung	362
17.4	Aufgaben	363
	Formelzeichen	365
	Literatur	369
	Index	373

1

Physikalische Grundlagen der Halbleiterelektronik

Ziel dieses Kapitels ist es, aufzuzeigen, weshalb Halbleiter als Basismaterial elektronischer Bauelemente und damit der gesamten Mikroelektronik so hervorragend geeignet sind.

■ 1.1 Leitfähigkeit von Halbleitern

Für die Entwicklung neuartiger elektronischer Bauelemente mit ganz speziellen elektrischen Eigenschaften ist es wichtig, dass die Leitfähigkeit dieser Strukturen gezielt eingestellt werden kann und Möglichkeiten gefunden werden, diese auch während des Betriebs wunschgemäß zu steuern. Bei Metallen liegt diese Leitfähigkeit im Bereich $10^6 \dots 10^8 \text{ S/m}$. Sie ist jedoch kaum steuerbar. Silizium, heute der wichtigste Halbleiter, weist im reinen Kristallzustand eine Leitfähigkeit von ca. $3 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$ auf, was einem guten Isolator entspricht und sich damit eigentlich nicht zur Realisierung elektronischer Bauelemente eignet. Sein Vorteil ist jedoch, dass es technische Möglichkeiten gibt, die Leitfähigkeit bis in den Bereich von $3 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ gezielt zu verändern.

Die Leitfähigkeit eines Stoffes wird von der Dichte (Anzahl pro Volumeneinheit) seiner frei beweglichen Elektronen bestimmt.

Halbleiter unterscheiden sich von metallischen Leitern durch ihren kristallinen Aufbau, die Bindungsverhältnisse zwischen den Atomen, die Leitungsmechanismen und die Leitfähigkeit.

Kristalline Struktur. Halbleiter, wie Silizium und Germanium, besitzen eine stabile kristalline Struktur, in der jedes Atom vier gleich weit entfernte Nachbaratome besitzt (Diamantgitter). Die kovalente Bindung zwischen diesen Atomen bezieht alle Valenzelektronen dieser 4-wertigen Materialien ein. Für eine Doppelbindung zwischen zwei benachbarten Atomen liefert jeder Partner ein Valenzelektron. Dieser feste Bindungszustand existiert insbesondere bei der Temperatur von 0 K. Der Halbleiter verhält sich dann wie ein Isolator. Es existieren keine freien Elektronen, die einen Stromfluss bewirken könnten.

1.1.1 Eigenleitung

Mit dem Begriff Eigenleitung wird der unbeeinflusste Leitfähigkeitszustand eines reinen kristallinen Halbleiters bezeichnet.

Durch Wärmezufuhr geraten die Atome, und somit das gesamte Kristallgitter, in Schwingungen. Dies führt zum Aufbrechen einzelner Bindungen. Ein Elektron, das aus seiner Atombin-

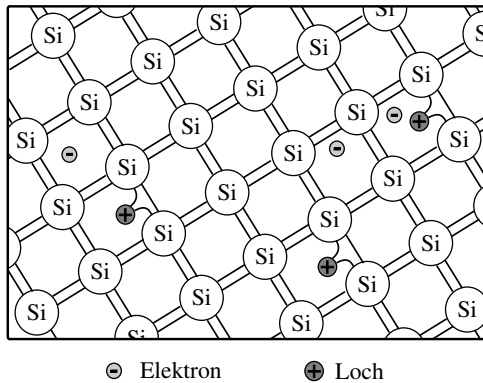


Bild 1.1 Schematische Darstellung der Atombindungen im Siliziumkristall bei Eigenleitung

dung herausgelöst wurde, kann sich im Kristallgitter frei bewegen. Da es negativ geladen ist, hinterlässt es eine positiv geladene ungesättigte Bindung, ein „Defektelektron“ oder „Loch“. Der Vorgang stellt die Generation eines Elektronen-Loch-Paares dar (Bild 1.1). Die ungesättigte Bindung ist in der Lage, freie Elektronen, die sich in unmittelbarer Nähe aufhalten, einzufangen. Durch diese Rekombination eines Elektrons mit einem Loch wird der neutrale Zustand der Bindung wiederhergestellt.

! Die Elektronendichte n_0 und die Löcherdichte p_0 in einem ungestörten Halbleiter sind immer gleich groß. Dieser Wert wird als Eigenleitungsdichte n_i bezeichnet.

$$n_i = n_0 = p_0 \quad (1.1)$$

Die Eigenleitungsdichte ist ein statistischer Mittelwert. Sie wird von der Kristalltemperatur und der materialbedingten Generationsenergie W_g zum Aufbrechen der Bindung bestimmt. Im technisch nutzbaren Temperaturbereich ist nur ein sehr geringer Teil der Valenzelektronen frei beweglich (siehe Tabelle 1.1).

Tabelle 1.1 Parameter wichtiger Halbleitermaterialien

	Si	Ge	GaAs
Atome je	$4,99 \cdot 10^{22}$	$4,42 \cdot 10^{22}$	$4,43 \cdot 10^{22}$
Volumeneinheit	cm^{-3}	cm^{-3}	cm^{-3}
Bandabstand W_g	1,11 eV	0,67 eV	1,43 eV
Eigenleitungsdichte	$1,5 \cdot 10^{10}$	$2,3 \cdot 10^{13}$	$1,3 \cdot 10^6$
n_i bei 300 K	cm^{-3}	cm^{-3}	cm^{-3}

Die Temperaturabhängigkeit der Eigenleitungsdichte ergibt sich nach der Fermi-Dirac-Statistik zu

$$n_i^2 = n_{i0}^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)^3 \exp \left(-\frac{W_g(T - T_0)}{k T T_0} \right) \quad (1.2)$$

n_{i0} n_i bei der Bezugstemperatur T_0
 k Boltzmann-Konstante ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/K}$)

Der Exponentialterm bestimmt das Verhalten.

Ladungsträgerlebensdauer. Freie Ladungsträger besitzen zwischen Generation und Rekombination eine mittlere Lebensdauer τ von einigen Mikrosekunden. Dieser Wert wird entscheidend von der Qualität der kristallinen Struktur des Halbleiters und der Größenordnung möglicher Verunreinigungen des Materials beeinflusst.

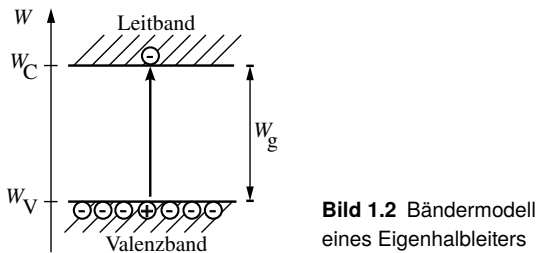
Aufgrund der Braunschen Bewegung legen die Ladungsträger in dieser Zeit eine mittlere Wegstrecke L , die sogenannte Diffusionslänge zurück.

$$L = \sqrt{D \cdot \tau} \quad (1.3)$$

D Diffusionskonstante der Ladungsträger

Unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes im Halbleiter kann diese ungerichtete Bewegung der Ladungsträger eine Vorzugsrichtung erhalten.

Bändermodell. Der energetische Zustand der Ladungsträger wird im Bändermodell grafisch verdeutlicht.



Sind Valenzelektronen an der Atombindung beteiligt, besitzen sie eine feste Bindungsenergie $W = W_V$. Sie befinden sich im Valenzband des Bändermodells. Sind sie aus der Atombindung herausgelöst, befinden sie sich im Leitband. Sie besitzen dann eine Energie $W \geq W_C$. Für diesen Übergang vom Valenzband ins Leitband muss ihnen mindestens die Energie W_g zugeführt worden sein. Ein Elektron kann keinen energetischen Zustand in der *verbotenen Zone* zwischen Valenzband und Leitband einnehmen.

1.1.2 Halbleiter mit Störstellen

Das Einbringen von Fremdatomen in das Kristallgitter (Störstellen) ermöglicht die gezielte Erzeugung freier Elektronen und Löcher und somit die Beeinflussung der Leitfähigkeit des Halbleiters [1.1].

Donatoren (5-wertige Störstellen) führen zu einem Energieniveau W_D innerhalb der verbotenen Zone mit einem sehr geringen Abstand zur Leitbandkante W_C . Entsprechend reicht eine sehr geringe Energiezufuhr aus, um diese Störstelle zu ionisieren. Das Störatom gibt sein 5. Valenzelektron in das Leitband ab. Es entsteht ein frei bewegliches Elektron und eine ortsfeste positiv ionisierte Störstelle, aber kein Loch. Im Halbleiter herrscht Elektronenüberschuss. Man spricht von einem n-Halbleiter (siehe Bilder 1.3 und 1.5).

Akzeptoren (3-wertige Störstellen) bewirken ein Energieniveau W_A innerhalb der verbotenen Zone nahe der Valenzbandkante. Ein Valenzbandelektron braucht nur eine sehr kleine

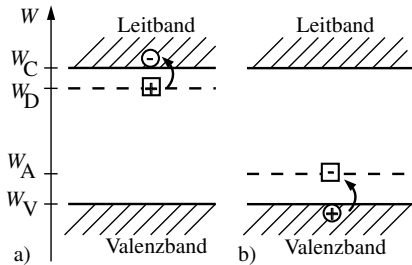


Bild 1.3 Bändermodell eines
a) n-Halbleiters und b) p-Halbleiters

Energiestufe zu überwinden, um dieses Energieniveau zu besetzen und die Störstelle negativ zu ionisieren. Es hinterlässt im Valenzband ein Loch. Die Elektronendichte im Leitband bleibt unverändert. Im Halbleiter entsteht ein Überschuss an frei beweglichen Löchern. Ein p-Halbleiter liegt vor.

Tabelle 1.2 Bandabstand ΔW der Energieniveaus
wichtiger Störstellenmaterialien bei Silizium

Akzeptor $\Delta W = W_A - W_V$		Donator $\Delta W = W_C - W_D$	
B	0,045 eV	P	0,044 eV
In	0,160 eV	As	0,049 eV
Al	0,057 eV	Sb	0,039 eV

Störstellenerschöpfung. Bei den gebräuchlichen Halbleitern sind im technisch relevanten Temperaturbereich alle vorhandenen Störstellen ionisiert. Es herrscht Störstellenerschöpfung. Da die Dichte der in einen Halbleiter eingebrachten Störstellen (Akzeptordichten N_A , Donatordichten N_D) genau festgelegt werden kann, besitzt die Dichte der ionisierten Störstellen (N_A^- bzw. N_D^+) und die Dichte der beweglichen Ladungsträger (p bzw. n) bei Störstellenerschöpfung einen definierten Wert. Es gilt im p-Halbleiter $p = N_A^- = N_A$ bzw. im n-Halbleiter $n = N_D^+ = N_D$.

Störstellenreserve. Bei Störstellenreserve sind nicht alle Störstellen ionisiert. Gewöhnlich ist das nur bei extrem niedrigen Temperaturen der Fall, bei phosphordotiertem Silizium z. B. bis ca. 70 K.

Wird ein Halbleiter mit Donatoren und Akzeptoren dotiert, so erfordert die Ladungsneutralität:

$$p + N_D^+ = n + N_A^-$$

Die Störstellenart mit der höheren Konzentration dominiert und bestimmt den Leitfähigkeitstyp. Bei $N_D > N_A$ liegt ein n-Halbleiter mit $n_n = N_D - N_A$ vor. Bei $N_A > N_D$ ergibt sich ein p-Halbleiter mit $p_p = N_A - N_D$.

Massenwirkungsgesetz. Nach dem Massenwirkungsgesetz ist in einem nach außen hin neutralen Halbleiter (Thermodynamisches Gleichgewicht), unabhängig von seiner Störstellendichte, das Produkt aus Elektronen- und Löcherdichte eine Materialkonstante. Es gilt

$$\text{im p-Halbleiter:} \quad n_p \cdot p_p = n_i^2 \quad (1.4)$$

$$\text{im n-Halbleiter:} \quad n_n \cdot p_n = n_i^2 \quad (1.5)$$

Im n-Halbleiter überwiegen die Elektronen und stellen somit die *Majoritätsträger* dar. Die Löcher bilden hier die *Minoritätsträger*. Praktisch sinnvolle Störstellendichten beinhalten einen Unterschied zwischen Majoritäts- und Minoritätsträgerdichten von mehr als 10 Größenordnungen.

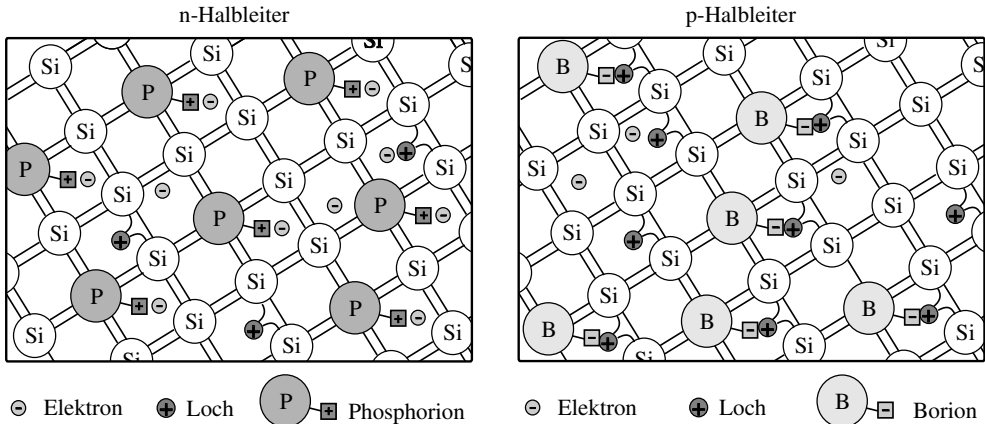


Bild 1.4 Schematische Darstellung der Ladungen im n-Halbleiter bzw. p-Halbleiter

Beispiel 1.1

Ein Si-Halbleiter ist mit einer Akzeptorendichte von $N_A = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ dotiert. Wie groß sind Löcher- und Elektronendichte bei Raumtemperatur und Störstellenerschöpfung?

Lösung:

Die Eigenleitendichte von Silizium beträgt bei Raumtemperatur (300 K) $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Damit folgt

$$p_p = N_A = 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \quad \text{und}$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{N_A} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}.$$

■

Beispiel 1.2

Bei welcher Temperatur erreicht die Eigenleitendichte eines Siliziumhalbleiters den Wert $n_i^2 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$?

Lösung:

$$n_i^2 = n_{i0}^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)^3 \cdot e^{\frac{W_g(T-T_0)}{kTT_0}}$$

Eine analytische Auflösung dieser nichtlinearen Gleichung nach T ist nicht möglich. Bei hohen Temperaturen dominiert der Exponentialterm diese Gleichung jedoch sehr stark, sodass bei 300 K die Näherung

$$n_i^2 \cong n_{i0}^2 \cdot e^{\frac{W_g(T-T_0)}{kTT_0}}$$

gerechtfertigt ist. Die Auflösung dieser Gleichung liefert:

$$T \cong \frac{T_0}{1 - \frac{k T_0}{W_g} \ln \frac{n_i^2}{n_{i0}^2}}$$

Mit den Werten $T_0 = 300 \text{ K}$, $n_{i0} = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $W_g = 1,11 \text{ eV}$ und $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Js} \cdot \text{K}^{-1}$ ergibt sich $T = 509 \text{ K}$.

Leitfähigkeit. Die spezifische elektrische Leitfähigkeit κ eines Halbleiters wird durch die frei beweglichen Ladungsträger beider Ladungsträgerarten bestimmt. Es gilt:

$$\kappa = e \mu_n n + e \mu_p p \quad (1.6)$$

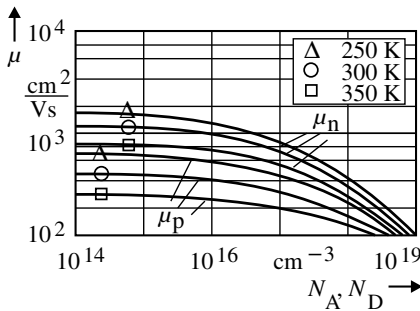


Bild 1.5 Beweglichkeit der Elektronen und Löcher im Silizium

Als Proportionalitätsfaktoren treten die Elementarladung eines Elektrons $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ und die Beweglichkeiten der Löcher μ_p und Elektronen μ_n auf. Die Beweglichkeiten sind Materialkenngrößen. Sie werden vom Abstand der Atome im Kristallgitter, von der Qualität der Kristallstruktur, der Dichte der Störstellen und der Stärke der temperaturabhängigen Gitterschwingungen beeinflusst. Bild 1.5 verdeutlicht zwei Einflüsse.

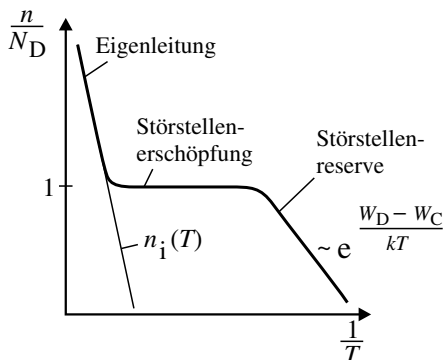


Bild 1.6 Temperaturabhängigkeit der Majoritätsträgerdichte im Halbleiter

Nutzbarer Temperaturbereich. Der sinnvolle Einsatz von Halbleiterbauelementen erfordert i. Allg. eine definierte Leitfähigkeit. Diese liegt nur bei Störstellenerschöpfung vor. Außerdem darf die Majoritätsträgerdichte nicht durch temperaturbedingt generierte Eigenleitungsladungsträger beeinflusst werden.

■ 1.2 Ladungsträgergeneration in Halbleitern

Die Generation von Elektronen-Loch-Paaren im Halbleiter ist auf drei Mechanismen zurückzuführen:

- thermische Generation G_{th} ,
- Fotogeneration G_{ph} ,
- Stoßionisation G_{Av} .

Bei thermischer Generation erfolgt die Energiezufuhr $\Delta W_{\text{th}} = W_g$ an das entstehende freie Elektron ausschließlich durch die thermische Energie des Halbleiters. Die Nettogenerationsrate G_{th} nach der Shockley-Reed-Beziehung (1.7) (häufig auch Nettorekombinationsrate R) ist nur dann verschieden von null, wenn die Ladungsträgerdichte von n_i abweicht. Ein Anstieg oder ein Sinken der Ladungsträgerdichte zum Gleichgewichtszustand hin ist damit verbunden.

$$G_{\text{th}} = -R = \frac{n_i^2 - np}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)} \quad (1.7)$$

τ_p, τ_n Löcher- bzw. Elektronenlebensdauer
 n_1, p_1 Materialkenngrößen

Ein wichtiger Sonderfall liegt bei starker Verarmung von beweglichen Ladungsträgern vor ($n, p \ll n_i$).

$$G_{\text{th}} = \frac{n_i}{\tau_s} \quad \text{mit} \quad (1.8)$$

$$\tau_s = \frac{\tau_p n_1 + \tau_n p_1}{n_i} \quad (1.9)$$

τ_s Ladungsträgerlebensdauer in einer Verarmungszone

Einfallendes Licht verursacht eine Generation, wenn die Frequenz f des Lichtes der Beziehung (1.10) genügt. Die Energie eines Lichtquants W_{ph} muss größer als die Breite der verbotenen Zone sein.

$$W_{\text{ph}} = h \cdot f \geq W_g \quad (1.10)$$

h Plancksches Wirkungsquantum

Die Generationsrate in der Tiefe x des Halbleiters ist proportional zum Photonenstrom Φ_g , der in den Halbleiter eindringt.

$$G_{\text{ph}} = \beta(\lambda) \Phi_g \cdot e^{-\beta(\lambda)x} \quad (1.11)$$

$\beta(\lambda)$ Absorptionskoeffizient des Halbleiters

Werden Ladungsträger durch ein elektrisches Feld im Halbleiter sehr stark beschleunigt, kann ihre kinetische Energie ausreichen, um bei einem Aufprall auf ein Gitteratom ein weiteres Elektronen-Loch-Paar zu erzeugen, d. h. eine bestehende Bindung aufzubrechen. Die Generationsrate bei dieser Stoßionisation wächst mit der Feldstärke und den Ladungsträgerdichten. Der Generationsvorgang kann zur lawinenartigen Ladungsträgervervielfachung führen. Die Leitfähigkeit des Halbleiters wird extrem groß. Meist führt ein unerwünschtes Auftreten dieser Stoßionisation zum Ausfall elektronischer Bauelemente.

Ladungsträgerkontinuität. In einem infinitesimalen Volumenelement des Halbleiters muss sowohl für Elektronen als auch für Löcher stets die Bilanzgleichung der Ladungsträgerkontinuität erfüllt sein. In eindimensionaler Form gilt für den Elektronenstrom $\vec{I}_n$ sowie den Löcherstrom $\vec{I}_p$ an jeder Stelle x :

$$\frac{d\vec{I}_p(x)}{dx} = -eA \left(\frac{dp(x)}{dt} - G \right) \quad (1.12)$$

$$\frac{d\vec{I}_n(x)}{dx} = eA \left(\frac{dn(x)}{dt} - G \right) \quad (1.13)$$

mit $G = G_{th} + G_{ph} + G_{Av}$

Auf der Grundlage dieser Vorgänge und Gleichungen ist eine Berechnung der Leitfähigkeit eines Halbleiters möglich.

■ 1.3 Ladungsträgertransport in Halbleitern

Der Transport von Ladungsträgern erfolgt im Halbleiter durch zwei Mechanismen.

- Aufgrund ihrer elektrischen Ladung werden Elektronen und Löcher durch ein elektrisches Feld beschleunigt. Es entsteht ein feldstärkeabhängiger Stromanteil (Feldstrom).
- Inhomogene Ladungsträgerdichteverteilungen verursachen einen Diffusionsstrom mit dem Ziel der Gleichverteilung der Ladungsträger im Halbleiter. Ursache hierfür ist die thermische Energie der Ladungsträger. Der Diffusionsstromanteil ist proportional zum Dichtegradienten.

Aus der Summe beider Anteile ergibt sich für den Elektronen- bzw. Löcherstrom in eindimensionaler Form:

$$\vec{I}_n = eA \left(n(x)\mu_n \vec{E}(x) + \frac{d(n(x) \cdot D_n)}{dx} \right) \quad (1.14)$$

$$\vec{I}_p = eA \left(p(x)\mu_p \vec{E}(x) - \frac{d(p(x) \cdot D_p)}{dx} \right) \quad (1.15)$$

D_n, D_p Diffusionskoeffizienten der Elektronen bzw. Löcher

A Querschnittsfläche des Halbleiters

Die Diffusionskoeffizienten sind proportional zu den Beweglichkeiten.

$$D_n = \mu_n U_T \quad D_p = \mu_p U_T \quad (1.16)$$

Proportionalitätsfaktor ist die Temperaturspannung:

$$U_T = \frac{kT}{e} \quad (1.17)$$

Ein Ladungsträgertransport ist im physikalischen Sinn eine Bewegung von frei beweglichen Elektronen. Diese entspricht einem Stromfluss an der entsprechenden Stelle des Halbleiters.

Eine Erweiterung der bereits im Abschnitt 1.1.1 eingeführten Modellvorstellung eines positiv geladenen Loches besteht darin, dieses Loch als bewegliche Ladung aufzufassen. Eine Berechtigung für diese Überlegung ergibt sich, wenn man davon ausgeht, dass im thermodynamischen Gleichgewichtszustand des Halbleiters bei einer mittleren Rekombinations-Generations-Rate R nach Shockley-Reed an einigen Orten Löcher „vernichtet“ und an anderen Orten Löcher generiert werden, wobei deren Gesamtzahl (Löcherdichte) unverändert bleibt. Dies lässt sich als Löcherbewegung interpretieren. Diese Modellvorstellung erleichtert die späteren Betrachtungen erheblich. Physikalisch haben sich jedoch Elektronen bewegt, indem eine ungesättigte Bindung ein Elektron eingefangen hat und eine andere Bindung aufgebrochen wurde.

Aus diesen Gleichungen sind die Zusammenhänge zwischen Strom und Spannung an einem elektronischen Halbleiterbauelement berechenbar.

■ 1.4 Aufgaben

Aufgabe 1.1

Wie groß ist die Löcher- bzw. Elektronendichte in einem Siliziumhalbleiter bei $T = 250\text{ K}$, $T = 300\text{ K}$ und $T = 350\text{ K}$, wenn Eigenleitung vorliegt?

Aufgabe 1.2

Wie groß ist die Leitfähigkeit eines Siliziumhalbleiters bei einer Donatorendichte von $N_D = 10^{18}\text{ cm}^{-3}$ und im undotierten Halbleiter bei $T = 300\text{ K}$?

Aufgabe 1.3

Bestimmen Sie die Diffusionslänge eines Elektrons in einem mit $N_D = 10^{18}\text{ cm}^{-3}$ dotiertem Siliziumhalbleiter bei $T = 300\text{ K}$, wenn die mittlere Ladungsträgerlebensdauer $0,2\text{ }\mu\text{s}$ beträgt!

Aufgabe 1.4

Welche Frequenz und Wellenlänge benötigt einfallendes Licht, damit in einem Siliziumhalbleiter Fotogeneration eintritt?

Aufgabe 1.5

In einem mit Bor dotierten Halbleiter ($N_A = 10^{15}\text{ cm}^{-3}$) wird Phosphor mit einer Konzentration von $N_D = 10^{17}\text{ cm}^{-3}$ eingebracht. Welche Elektronen- und Löcherdichte besteht vor bzw. nach der Phosphordotierung?

2

Berechnungsmethoden elektronischer Schaltungen

Die in diesem Buch behandelten elektronischen Schaltungen umfassen ausschließlich Lösungen zur Verarbeitung kontinuierlicher Signale. Diese Signale sind i. Allg. Ströme und Spannungen, deren Informationsgehalt durch stetige Zeitfunktionen beschreibbar ist. Elektronische Schaltungen realisieren signalverarbeitende Funktionen durch Netzwerke aus elektronischen Bauelementen. Die wichtigsten Funktionseinheiten sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt. Sie werden durch charakteristische Baugruppen realisiert. Durch Zusammenschalten solcher Funktionseinheiten lassen sich komplexe signalverarbeitende Systeme zusammensetzen.

Tabelle 2.1 Funktionseinheiten der Analogtechnik

Funktion	Schaltung
Signalverstärkung	Spannungsverstärker – Breitband-V. – Leistungs-V. – Instrumentations-V. – Isolations-V. – Hochfrequenz-V. – Operationsverstärker
Signalerzeugung	Oszillatoren: LC-, RC-, Quarz-Oszillatoren Signalgeneratoren: Sinus-, Rechteck-, Dreieck-, Sägezahn-G. Konstantstrom-, Konstantspannungs-, Referenzspannungsquellen Gesteuerte Quellen Gesteuerte Oszillatoren: Spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCOs), digital gesteuerte Oszillatoren (DCOs)
Signalverknüpfung	Summierer, Multiplizierer, Dividierer, Modulator, Demodulator
Signalformung	Filter, Integrator, Differenzierer, Logarithmierer
Signalwandlung	A/D- und D/A-Wandler, U/I- und I/U-Wandler, Q/U-Wandler, U/f-Wandler
Signalaufnahme	Sensoren
Signalausgabe	Aktoren, Anzeigeelemente
Betriebsspannungsversorgung	Gleichrichter, Siebglied, Spannungsregler, Schaltnetzteile, DC/DC-Wandler

Für alle wichtigen Funktionseinheiten existieren zahlreiche schaltungstechnische Umsetzungen, bei denen sich die funktionelle Qualität und der Bauelementeaufwand proportional verhalten. In den meisten Fällen werden die Funktionsgruppen durch die Kombination von typischen analogen Grundsaltungen realisiert. Die Kenntnis dieser universell einsetzbaren Baublöcke gehört zum wichtigsten Handwerkszeug des Schaltungstechnikern. Zu ihnen gehören Verstärkerstufen, Differenzstufen, Stromspiegel, Referenzspannungsquellen, Stromquellen und Leistungsstufen.

Schaltungssynthese. Für analoge Schaltungen ist eine automatische Schaltungssynthese zu einer vorgegebenen Systemfunktion mittels Software, wie sie für digitale Schaltungen existiert.

tiert, wegen einer zu großen Lösungsvielfalt nicht möglich. Derzeit existieren lediglich für einige spezielle Schaltungen parametrisierbare Modulgeneratoren.

Eine manuelle Schaltungssynthese basiert auf der Verwendung bekannter Schaltungen und deren Anpassung an die konkreten Anforderungen und Gegebenheiten. Diese Vorgehensweise erfordert die Kenntnis einer großen Baublockbibliothek.

Bei der Verkettung von analogen Baublöcken haben deren Rückwirkungseigenschaften und ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Störungen oft spürbaren Einfluss auf die Gesamtfunktion. Eine Analyse dieser Rückwirkungseigenschaften elektronischer Schaltungen ist folglich ein Schwerpunkt bei der Schaltungssynthese.

Betrachtungsebenen der Schaltungsfunktion bei der Synthese. Bei der Entwicklung analoger Schaltungen sind zahlreiche verschiedene Gesichtspunkte zu berücksichtigen. Die übliche Vorgehensweise besteht darin, einzelne Eigenschaften der eingesetzten Bauelemente und deren Auswirkung auf das Gesamtverhalten der Schaltung getrennt zu untersuchen. Die folgenden Stichworte sollen einige der wichtigsten Gesichtspunkte benennen:

- Arbeitspunktanalyse
 - Einstellung des Arbeitspunktes der eingesetzten Bauelemente
 - Temperaturstabilität des Arbeitspunktes
- Signalübertragung mit linearisiertem Modell (Kleinsignalmodell)
- Großsignalanalyse: Analyse von Signalverzerrungen bei großen Signalamplituden
- Berücksichtigung der Grenzparameter bei der Bauelementeauswahl
 - maximale Spannung
 - maximaler Strom
 - maximale Signalfrequenz
- Toleranz der Bauelementeparameter und ihre Auswirkung auf die Schaltungseigenschaften
- parasitäre Effekte
- Verlustleistungsbilanz → Erwärmung der Schaltung → Wärmeabtransport
- Rauschanalyse

Durch die Verwendung zugeschnittener Modelle lassen sich geeignete analytische Methoden finden, um diese Einzelaspekte zu analysieren. Soll die Verkopplung mehrerer Eigenschaften untersucht werden, ist oft nur der Weg über eine numerische Bauelementemodellierung und Schaltungssimulation möglich.

■ 2.1 Analysemethoden und -werkzeuge zur Schaltungsberechnung

Für die Auswahl geeigneter Analysemethoden und -werkzeuge für analoge Schaltungen sind die zu übertragenden Signale ausschlaggebend. Diese liegen meist als Zeitfunktionen vor. Ihre Transformation in Frequenzfunktionen und eine anschließende Analyse der Schaltungen im Frequenzbereich führt häufig zu vereinfachten Analysemethoden und zusätzlich zu einer höheren Anschaulichkeit der Ergebnisse. In Tabelle 2.2 sind einige Signaltypen und an diese

2.1.1 Ersatzschaltbilder

Ersatzschaltbilder stellen eine elektrische Interpretation der Funktion eines elektronischen Bauelementes bzw. einer elektronischen Baugruppe in Form eines Netzwerkes (elektrisches Netzwerkmodell des realen Bauelementes) dar. Die komplexe Funktion des Bauelementes oder der Baugruppe wird in einem Ersatzschaltbild in einige wichtige Teilfunktionen zerlegt. Die Netzwerkelemente widerspiegeln einzelne Eigenschaften bzw. Teilfunktionen. Direkte Zusammenhänge bestehen zwischen messbaren Kennlinien eines Bauelementes, den Ersatzschaltbildelementen und den Kennliniengleichungen. Die Genauigkeit der Repräsentation des realen Verhaltens wird entsprechend den Notwendigkeiten gewählt. Auf der Basis der Ersatzschaltbilder wird eine überschaubare Netzwerkberechnung der Gesamtschaltung (Bauelement mit äußerer Beschaltung) möglich.

Wichtige Elemente von Ersatzschaltbildern sind Widerstände, Kondensatoren, Spulen, Konstantstrom- und Spannungsquellen sowie gesteuerte Quellen (stromgesteuerte Strom- und Spannungsquellen, spannungsgesteuerte Strom- und Spannungsquellen).

Gesteuerte Quellen. Die Ströme bzw. Spannungen dieser Quellen sind von anderen Zweigspannungen bzw. Zweigströmen der Ersatzschaltung abhängig. Ursache und Wirkung der Steuerung liegen an verschiedenen Stellen in der Ersatzschaltung (siehe Bild 2.1).

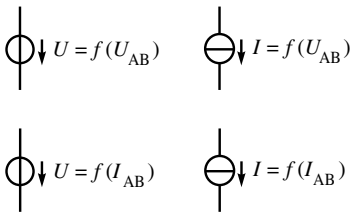


Bild 2.1 Gesteuerte Quellen, U_{AB} Spannung zwischen zwei Netzknoten, I_{AB} Zweigstrom

Beispiel 2.1

Die reale exponentielle Kennlinie einer Diode ist durch eine stückweise lineare Näherung zu ersetzen und das entsprechende Ersatzschaltbild zu entwickeln.

Lösung:

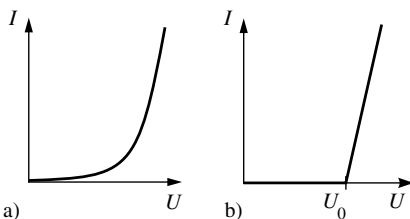


Bild 2.2 Diodenkennlinie
a) real, b) stückweise lineare Näherung

Die stückweise lineare Näherung der Diodenkennlinie lässt sich durch

$$I = \begin{cases} 0 & \text{für } U \leq U_0 \\ \frac{1}{R_i}(U - U_0) & \text{für } U \geq U_0 \end{cases}$$

beschreiben. Da keine geschlossene mathematische Beschreibung existiert, ergibt sich für beide Teilbereiche eine separate Ersatzschaltung.

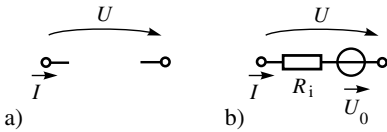


Bild 2.3 Ersatzschaltungen der Diodennäherung
a) für $U \leq U_0$, b) für $U \geq U_0$

2.1.2 Groß- und Kleinsignalanalyse

Großsignalanalyse. Halbleiterbauelemente haben i. Allg. ein nichtlineares Verhalten, d. h., die Zusammenhänge zwischen Ein- und Ausgangsgrößen (meist Strom und Spannung) sind nichtlinear. Die Auswirkungen dieser Nichtlinearitäten auf die Signalübertragung wachsen mit steigender Signalamplitude. Die Behandlung analoger Schaltungen mit den aus der Elektrotechnik bekannten Verfahren der Netzwerkanalyse führen zu komplizierten nichtlinearen Gleichungen bzw. Differenzialgleichungssystemen, deren Berechnung einige Schwierigkeiten bereitet. Alternative Lösungsmöglichkeiten ergeben sich durch grafische Methoden oder numerische Verfahren.

Grafische Berechnungsverfahren für elektronische Netzwerke basieren auf der Zerlegung der Schaltung in nichtlineare Teile, i. Allg. die Halbleiterbauelemente selbst, und den restlichen linearen Teil. Sie sind auch anwendbar, wenn das Bauelementeverhalten nur messtechnisch bestimmbar ist und werden häufig für die *Arbeitspunktberechnung* benutzt (siehe Bild 2.4).

Zu den *numerischen Berechnungsverfahren* zählt die Simulation der Schaltung mittels einer Netzwerkanalysesoftware (z. B. Spice [2.1]). Erst diese ermöglichen eine schnelle und genaue Bewertung des Einflusses von Nichtlinearitäten auf das zu übertragende Signal. Genannt sei hier die *Klirrfaktoranalyse*.

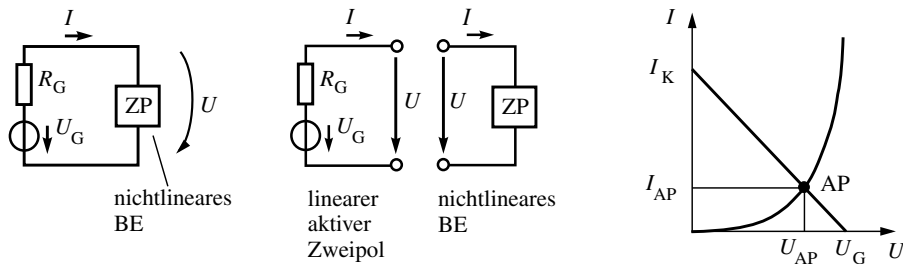


Bild 2.4 Grafische Arbeitspunktanalyse

Die in der Netzwerksimulation verwendeten Großsignalmodelle der Bauelemente basieren für Bipolartransistoren auf dem Gummel-Poon-Modell (siehe Abschnitt 4.2) und für MOS-FET auf den Gleichungen (6.6) bis (6.28) [2.2], [2.3], [2.4].

Arbeitspunkt. Durch stationäre Ströme und Spannungen gekennzeichneten Ruhezustand einer Schaltung bei fehlendem Eingangssignal.

Die Wahl der Lage des Arbeitspunktes auf der stationären Kennlinie eines Bauelementes ist entscheidend für dessen nutzbare Eigenschaften und damit auch die Eigenschaften der gesamten Schaltung bezüglich der gewünschten Signalübertragung.

Kleinsignalanalyse. Meist wird von analogen Schaltungen die lineare (unverzerrte) Übertragung eines Signals erwartet. Besitzt das Signal eine kleine Amplitude, dann werden die Ströme und Spannungen in der Schaltung nur geringfügig gegenüber ihren Arbeitspunktwerten U_0, I_0 verändert (siehe Bild 2.5). Die nichtlineare Kennlinie von Bauelement bzw. Schaltung $I_2 = f(U_1)$ kann dann durch deren Anstieg im Arbeitspunkt angenähert werden. Es gilt

$$\Delta I_2 = \left. \frac{dI_2}{dU_1} \right|_{U_{10}} \cdot \Delta U_1$$

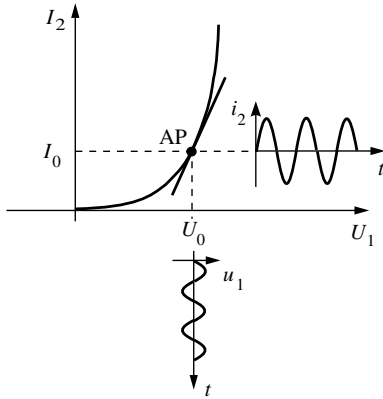


Bild 2.5 Linearisierung im Arbeitspunkt

Die Berechnung der Schaltung vereinfacht sich dadurch enorm, denn es entstehen nur noch lineare Übertragungsfunktionen. Für sinusförmige Eingangssignale ergeben sich dann unverzerrte rein sinusförmige Ausgangssignale. In komplexer Schreibweise ergibt sich

$$I_2 = \left. \frac{dI_2}{dU_1} \right|_{U_{10}} \cdot U_1$$

Der Proportionalitätsfaktor $\left. \frac{dI_2}{dU_1} \right|_{U_{10}}$ stellt den entsprechenden Kleinsignalübertragungsfaktor dar. Im Beispiel besitzt er die Dimension eines Leitwertes, dessen Zahlenwert von der Arbeitspunktlage abhängig ist.

Dieses lineare Übertragungsverhalten entspricht dem realen Verhalten der Schaltung umso besser, je kleiner die Amplitude des Signals ist. Man spricht auch vom Kleinsignalverhalten einer Schaltung.

2.1.3 Kleinsignalersatzschaltung

Auf der Basis der Kleinsignalmodelle aller Bauelemente einer Schaltung wird zur Berechnung des Kleinsignalübertragungsverhaltens ein Kleinsignalersatzschaltbild für die gesamte Schaltung gebildet. Dieses liefert einen linearen Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen und eignet sich ausschließlich zur Berechnung des Kleinsignalübertragungsverhaltens. Sinusförmige Eingangssignale führen dann zu rein sinusförmigen Ausgangssignalen.

Zur Gewinnung des Kleinsignalersatzschaltbildes einer Schaltung sind deren Gleichspannungsquellen durch Kurzschlüsse und die Konstantstromquellen durch Leerlauf zu ersetzen.

■ 2.2 Vierpoldarstellung

Ein Vierpol ist eine Schaltung mit vier äußeren Anschlüssen, von denen zwei den Eingang und zwei den Ausgang eines Zweitors bilden (siehe Bild 2.6).

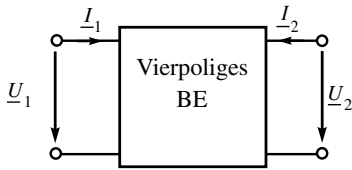


Bild 2.6 Vierpol mit Ein- und Ausgangsgrößen

Klassifizierung von Vierpolen. Nach der Vierpoltheorie können Vierpole durch folgende Merkmale klassifiziert werden.

Linearität: Vierpole mit linearem Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen heißen linear, anderenfalls nichtlinear. Ein Maß für die Nichtlinearität der Signalübertragung ist der Klirrfaktor K des Ausgangssignals bei rein sinusförmigem Eingangssignal.

$$K = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} \tilde{U}_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \tilde{U}_i^2}} \quad (2.1)$$

Der Quotient des Effektivwertes der Oberwellen bezogen auf den Gesamteffektivwert des Signals beschreibt den Verzerrungsgrad des Signals.

Leistungsbilanz: Aktive Vierpole enthalten Strom- oder Spannungsquellen, die auch von den Eingangsgrößen gesteuert sein können. Passive Vierpole enthalten keine Quellen. Die Leistungsbilanz aktiver Vierpole lautet:

$$P_{\text{Sa}} + P_{\text{V}} = P_{\text{Se}} + P_{\text{H}} \quad (2.2)$$

Die abgegebene Leistung setzt sich aus abgegebener Signalleistung P_{Sa} und im Vierpol umgesetzter Wärmeverlustrleistung P_{V} zusammen. Zugeführt wird die Eingangssignalleistung P_{Se} und eine Hilfsleistung P_{H} aus der Stromversorgung.

Rückwirkungsfreiheit: Vierpole sind rückwirkungsfrei, wenn die Eingangsgrößen nicht durch die Ausgangsgrößen beeinflussbar sind. Eine Signalübertragung existiert nur in eine Richtung.

Symmetrie: Vierpole sind symmetrisch, wenn eine Vertauschung der Ein- und Ausgangsklemmen das elektrische Verhalten nicht beeinflusst.

Umkehrbarkeit: Umkehrbare Vierpole besitzen in beide Richtungen den gleichen Übertragungswiderstand bzw. Übertragungsleitwert. Es gilt

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} \quad \text{und} \quad \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$$

Die Vierpoldarstellung wird in der analogen Schaltungstechnik zur Beschreibung des Kleinsignalverhaltens elektronischer Schaltungen genutzt.

Vierpolgleichungen. Das Übertragungsverhalten linearer Vierpole wird durch ein lineares Gleichungssystem, die Vierpolgleichungen, vollständig beschrieben. Die Beziehungen der vier Klemmengrößen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ zueinander sind durch die Vierpolparameter (Proportionalitätsfaktoren) erfasst. Je nach Anordnung der Ströme und Spannungen in den Vierpolgleichungen ergeben sich verschiedene Beschreibungsformen. Für Transistorgrundsaltungen sind z. B. die Leitwertform und die Hybridform von besonderer Bedeutung.

Wichtige Formen der Vierpolgleichungen lauten in Matrizenschreibweise

Impedanzmatrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Admittanzmatrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Hybridmatrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Invershybridmatrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Kettenmatrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Hinweis: Bei der Schreibweise der Kettenmatrix $\underline{A}$ wird entgegen der bisherigen Einführung der positiven Richtung des Ausgangsstroms $\underline{I}_2$ ein Bezug auf den auswärts fließenden Ausgangsstrom $-\underline{I}_2$ eingeführt. In der Literatur wird diese Variante bevorzugt, da dieser mit dem einwärts fließenden Eingangsstrom einer verketteten Folgeschaltung identisch ist (siehe Abschnitt 2.3).

Interpretation der Vierpolparameter. Die elektrische Interpretation der Vierpolparameter leitet sich aus den Vierpolgleichungen ab. Ihre Berechnung bzw. Messung erfolgt jeweils bei Kurzschluss oder Leerlauf an bestimmten Ein- bzw. Ausgängen des Vierpols. Eine Zusammenstellung liefert Tabelle 2.3.

Tabelle 2.3 Vierpolparameter

Gleichung	Bezeichnung	Gleichung	Bezeichnung
$\underline{z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big _{\underline{I}_2=0}$	Leerlauf-Eingangsimpedanz	$\underline{g}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \Big _{\underline{I}_2=0}$	Leerlauf-Eingangsadmittanz
$\underline{z}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \Big _{\underline{I}_1=0}$	Leerlauf-Transimpedanz (rückwärts)	$\underline{g}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \Big _{\underline{U}_1=0}$	Kurzschluss-Stromrückwirkung
$\underline{z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \Big _{\underline{I}_2=0}$	Leerlauf-Transimpedanz (vorwärts)	$\underline{g}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \Big _{\underline{I}_2=0}$	Leerlauf-Spannungsverstärkung
$\underline{z}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big _{\underline{I}_1=0}$	Leerlauf-Ausgangsimpedanz	$\underline{g}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big _{\underline{U}_1=0}$	Kurzschluss-Ausgangsimpedanz
$\underline{y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \Big _{\underline{U}_2=0}$	Kurzschluss-Eingangsadmittanz	$\underline{a}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{I}_2=0}$	reziproke Leerlauf-Spannungsverstärkung
$\underline{y}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{U}_1=0}$	Kurzschluss-Transadmittanz (rückwärts)	$\underline{a}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{-\underline{I}_2} \Big _{\underline{U}_2=0}$	negative reziproke Kurzschluss-Transadmittanz
$\underline{y}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \Big _{\underline{U}_2=0}$	Kurzschluss-Transadmittanz (vorwärts)	$\underline{a}_{21} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{I}_2=0}$	reziproke Leerlauf-Transimpedanz
$\underline{y}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{U}_1=0}$	Kurzschluss-Ausgangsadmittanz	$\underline{a}_{22} = \frac{\underline{I}_1}{-\underline{I}_2} \Big _{\underline{U}_2=0}$	negative reziproke Kurzschluss-Stromverstärkung
$\underline{h}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big _{\underline{U}_2=0}$	Kurzschluss-Eingangsimpedanz		
$\underline{h}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{I}_1=0}$	Leerlauf-Spannungsrückwirkung		
$\underline{h}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} \Big _{\underline{U}_2=0}$	Kurzschluss-Stromverstärkung		
$\underline{h}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \Big _{\underline{I}_1=0}$	Leerlauf-Ausgangsadmittanz		

Beispiel 2.2

Es sind die Messschaltungen zur Bestimmung der h -Parameter eines Vierpols anzugeben.

Lösung:

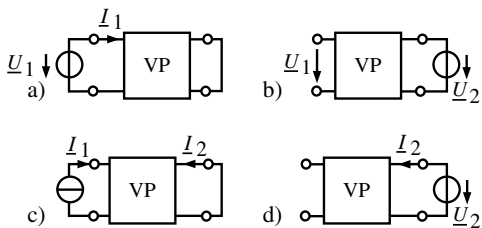


Bild 2.7 Messschaltungen zur Bestimmung der h -Parameter

Tabelle 2.4 Umrechnung der Vierpolparameter

	(z)	(y)	(h)	(g)	(a)
(z)	$\begin{pmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{y}_{22} & -\underline{y}_{12} \\ \underline{\Delta y} & -\underline{\Delta y} \\ -\underline{y}_{21} & \underline{y}_{11} \\ -\underline{\Delta y} & \underline{\Delta y} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{\Delta h} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{22} & \underline{h}_{22} \\ -\underline{h}_{21} & 1 \\ -\underline{h}_{22} & \underline{h}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -\underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{11} & \underline{g}_{11} \\ \underline{g}_{21} & \underline{\Delta g} \\ \underline{g}_{11} & \underline{g}_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{\Delta a} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{21} \\ 1 & \underline{a}_{22} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{21} \end{pmatrix}$
(y)	$\begin{pmatrix} \underline{z}_{22} & -\underline{z}_{12} \\ \underline{\Delta z} & -\underline{\Delta z} \\ -\underline{z}_{21} & \underline{z}_{11} \\ \underline{\Delta z} & \underline{\Delta z} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -\underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{11} & -\underline{h}_{11} \\ \underline{h}_{21} & \underline{\Delta h} \\ \underline{h}_{11} & \underline{h}_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{\Delta g} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{22} & \underline{g}_{22} \\ -\underline{g}_{21} & 1 \\ \underline{g}_{22} & \underline{g}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{a}_{22} & -\underline{\Delta a} \\ \underline{a}_{12} & \underline{a}_{12} \\ -1 & \underline{a}_{11} \\ -\underline{a}_{12} & \underline{a}_{12} \end{pmatrix}$
(h)	$\begin{pmatrix} \underline{\Delta z} & \underline{z}_{12} \\ \underline{z}_{22} & \underline{z}_{22} \\ -\underline{z}_{21} & 1 \\ \underline{z}_{22} & \underline{z}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -\underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{11} & -\underline{y}_{11} \\ \underline{y}_{21} & \underline{\Delta y} \\ \underline{y}_{11} & \underline{y}_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{g}_{22} & -\underline{g}_{12} \\ \underline{\Delta g} & -\underline{\Delta g} \\ -\underline{g}_{21} & \underline{g}_{11} \\ \underline{\Delta g} & \underline{\Delta g} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{a}_{12} & \underline{\Delta a} \\ \underline{a}_{22} & \underline{a}_{22} \\ -1 & \underline{a}_{21} \\ -\underline{a}_{22} & \underline{a}_{22} \end{pmatrix}$
(g)	$\begin{pmatrix} 1 & -\underline{z}_{12} \\ \underline{z}_{11} & -\underline{z}_{11} \\ \underline{z}_{21} & \underline{\Delta z} \\ \underline{z}_{11} & \underline{z}_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{\Delta y} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{22} & \underline{y}_{22} \\ -\underline{y}_{21} & 1 \\ \underline{y}_{22} & \underline{y}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{h}_{22} & -\underline{h}_{12} \\ \underline{\Delta h} & -\underline{\Delta h} \\ -\underline{h}_{21} & \underline{h}_{11} \\ -\underline{\Delta h} & \underline{\Delta h} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{a}_{21} & -\underline{\Delta a} \\ \underline{a}_{11} & \underline{a}_{11} \\ 1 & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{11} & \underline{a}_{11} \end{pmatrix}$
(a)	$\begin{pmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{\Delta z} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{21} \\ 1 & \underline{z}_{22} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\underline{y}_{22} & -1 \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{21} \\ -\underline{\Delta y} & -\underline{y}_{11} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\underline{\Delta h} & -\underline{h}_{11} \\ \underline{h}_{21} & -\underline{h}_{21} \\ -\underline{h}_{22} & -1 \\ \underline{h}_{21} & -\underline{h}_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & \underline{g}_{22} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{21} \\ \underline{g}_{11} & \underline{\Delta g} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{21} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{pmatrix}$

Δ Determinante der Matrix: z. B. $\underline{\Delta h} = \underline{h}_{11}\underline{h}_{22} - \underline{h}_{12}\underline{h}_{21}$

Vierpolersatzschaltbilder. Die in den Vierpolgleichungen ausgedrückten Zusammenhänge zwischen Ein- und Ausgangsgrößen eines linearen Vierpols lassen sich durch ein Vierpolersatzschaltbild veranschaulichen. Die Verkopplungen zwischen den Anschlussklemmen werden durch Ersatzschaltbildelemente in Form von komplexen Widerständen bzw. Leitwerten und gesteuerten Quellen repräsentiert. Bild 2.8 zeigt die wichtigsten von ihnen.

Das π -Ersatzschaltbild ist insbesondere für die physikalisch orientierte Transistorbeschreibung von Bedeutung. Zwischen π - und y -Ersatzschaltbild besteht folgender Zusammenhang:

$$\underline{Y}_1 = \underline{y}_{11} + \underline{y}_{12} \quad (2.8)$$

$$\underline{Y}_2 = \underline{y}_{22} + \underline{y}_{12} \quad (2.9)$$

$$\underline{Y}_3 = -\underline{y}_{12} \quad (2.10)$$

$$\underline{S} = \underline{y}_{21} - \underline{y}_{12} \quad (2.11)$$

Umrechnung der Vierpolparameter. Die verschiedenen Vierpolbeschreibungen sind ineinander umrechenbar. Dies kann notwendig sein, um die Berechnung einer bestimmten Schaltung zu vereinfachen. Die Zusammenhänge enthält Tabelle 2.4.

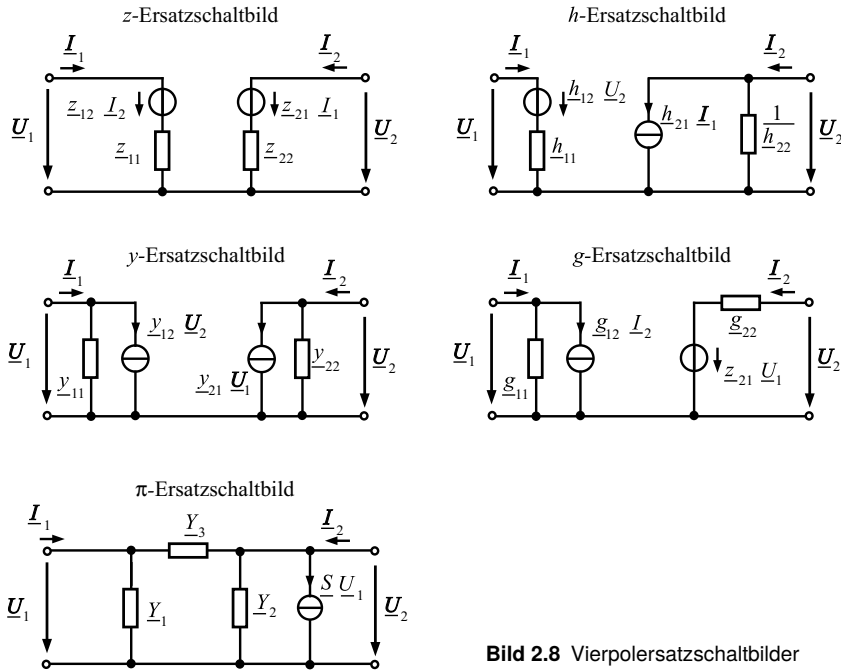


Bild 2.8 Vierpolersatzschaltbilder

2.3 Zusammenschaltung von Vierpolen

Kettenschaltungen von Vierpolen. Die Gesamtübertragungseigenschaften zweier verketteter Vierpole ergeben sich entsprechend dem Produkt der Kettenmatrizen $\underline{A}$ der Teilschaltungen, wenn bei der Definition der Vierpolgleichungen für die Kettenmatrix ein Bezug auf den auswärts fließenden Ausgangsstrom $-I_2$ eingeführt wird.

$$\begin{pmatrix} U_{1,A} \\ I_{1,A} \end{pmatrix} = \underline{A}_A \cdot \begin{pmatrix} U_{2,A} \\ -I_{2,A} \end{pmatrix} = \underline{A}_A \cdot \begin{pmatrix} U_{1,B} \\ I_{1,B} \end{pmatrix} = \underline{A}_A \cdot \underline{A}_B \cdot \begin{pmatrix} U_{2,B} \\ -I_{2,B} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\underline{A} = \underline{A}_A \cdot \underline{A}_B = \begin{pmatrix} a_{11,A} & a_{12,A} \\ a_{21,A} & a_{22,A} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{11,B} & a_{12,B} \\ a_{21,B} & a_{22,B} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

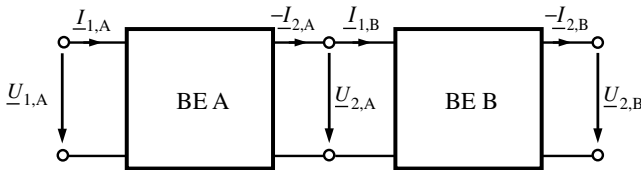


Bild 2.9 Kettenschaltung von Vierpolen

Reihen- und Parallelschaltung von Vierpolen. Für die Reihen- und Parallelschaltung von Vierpolen ergeben sich entsprechend der möglichen Kombinationen der Ein- bzw. Ausgangstore vier Schaltungsvarianten (siehe Bild 2.10).

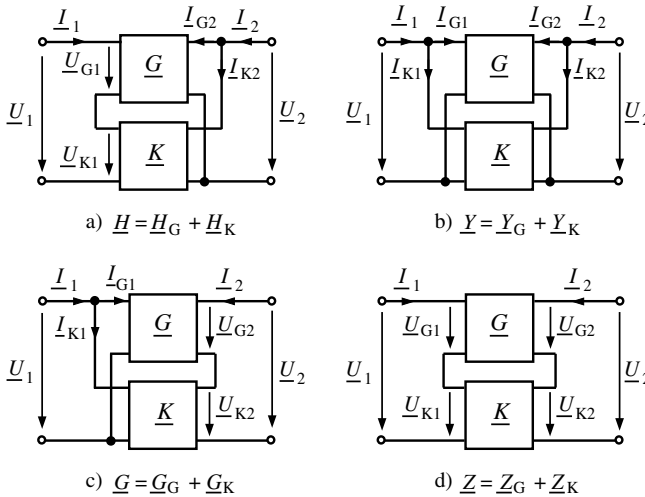


Bild 2.10 Reihen- und Parallelschaltung von Vierpolen

Bei der Reihenschaltung addieren sich die Torspannungen der Vierpole zur Gesamtspannung der Schaltung, bei der Parallelschaltung trifft dies für die Ströme zu. Folglich lässt sich das Gesamtübertragungsverhalten jeder der vier Schaltungsvarianten durch geeignete Verknüpfung von Vierpolparametern der Einzelschaltungen beschreiben. Diese sind in Bild 2.10 eingetragen.

2.4 Vierpole mit äußerer Beschaltung

Für die Zusammenschaltung von Vierpolen und die Berechnung des Übertragungsverhaltens kompletter Schaltungen (Vierpol mit äußerer Beschaltung) sind die *Betriebsparameter* der Vierpole von großer Bedeutung. Aus der Sicht der Vierpole spricht man von einer Eingangsbeschaltung mit einem aktiven Zweipol (Generator aus Spannungsquelle $\underline{U}_G$ und Innenwiderstand $\underline{Z}_G$) und einer Ausgangsbeschaltung mit einem Lastelement $\underline{Z}_L$ (siehe Bild 2.11).

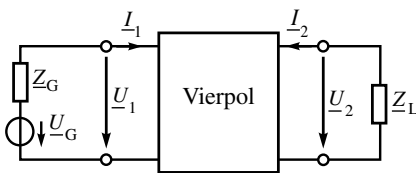


Bild 2.11 Vierpol mit Beschaltung

Die wichtigsten Betriebsparameter sind:

Eingangsimpedanz:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \quad (2.14)$$

Ausgangsimpedanz:

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \quad (2.15)$$

Spannungsverstärkung:

$$\underline{V}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \quad (2.16)$$

Stromverstärkung:

$$\underline{V}_i = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} \quad (2.17)$$

Übertragungsimpedanz:

$$\underline{Z}_T = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \quad (2.18)$$

Übertragungsadmittanz:

$$\underline{Y}_T = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \quad (2.19)$$

Die Beziehungen zwischen den Betriebsparametern und den Vierpolparametern sind in Tabelle 2.5 zusammengestellt.

Tabelle 2.5 Beziehungen zwischen Betriebsparametern und Vierpolparametern

Betriebs- parameter	Z_1	Z_2	V_u	V_i	Z_T	Y_T
(z)	$\frac{\Delta z + z_{11}Z_L}{z_{22} + Z_L}$	$\frac{\Delta z + z_{22}Z_G}{z_{11} + Z_G}$	$\frac{z_{21}Z_L}{\Delta z + z_{11}Z_L}$	$\frac{-z_{21}}{z_{22} + Z_L}$	$\frac{z_{21}Z_L}{z_{22} + Z_L}$	$\frac{-z_{21}}{\Delta z + z_{11}Z_L}$
(y)	$\frac{1 + y_{22}Z_L}{y_{11} + \Delta y Z_L}$	$\frac{1 + y_{11}Z_G}{y_{22} + \Delta y Z_G}$	$\frac{-y_{21}Z_L}{1 + y_{22}Z_L}$	$\frac{y_{21}}{y_{11} + \Delta y Z_L}$	$\frac{-y_{21}Z_L}{y_{11} + \Delta y Z_L}$	$\frac{y_{21}}{1 + y_{22}Z_L}$
(h)	$\frac{h_{11} - \Delta h Z_L}{1 + h_{22}Z_L}$	$\frac{h_{11} + Z_G}{\Delta h + h_{22}Z_G}$	$\frac{-h_{21}Z_L}{h_{11} + \Delta h Z_L}$	$\frac{h_{21}}{1 + h_{22}Z_L}$	$\frac{-h_{21}Z_L}{1 + h_{22}Z_L}$	$\frac{h_{21}}{h_{11} + \Delta h Z_L}$
(g)	$\frac{g_{22} + Z_L}{\Delta g + g_{11}Z_L}$	$\frac{g_{22} + \Delta g Z_G}{1 + g_{11}Z_G}$	$\frac{g_{21}Z_L}{g_{22} + Z_L}$	$\frac{-g_{21}}{\Delta g + g_{11}Z_L}$	$\frac{g_{21}Z_L}{\Delta g + g_{11}Z_L}$	$\frac{-g_{21}}{g_{22} + Z_L}$
(a)	$\frac{a_{12} + a_{11}Z_L}{a_{22} + a_{21}Z_L}$	$\frac{a_{12} + a_{22}Z_G}{a_{11} + a_{21}Z_G}$	$\frac{Z_L}{a_{11}Z_L + a_{12}}$	$\frac{-1}{a_{22} + a_{21}Z_L}$	$\frac{Z_L}{a_{22} + a_{21}Z_L}$	$\frac{-1}{a_{12} + a_{11}Z_L}$

■ 2.5 Darstellung des Übertragungsverhaltens

Wichtige Formen zur Darstellung des Kleinsignalübertragungsverhaltens elektronischer Schaltungen bei harmonischen Eingangssignalen verschiedener Frequenzen sind:

- Übertragungsfunktion,
- Amplitudenfrequenzgang und Phasenfrequenzgang in Form des Bodediagramms,
- Ortskurven.

Die unabhängige Variable dieser Darstellungen ist die Frequenz f bzw. die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$. Man spricht von einer Darstellung des Übertragungsverhaltens im Frequenzbereich.

Übertragungsfunktion

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{X}_2(j\omega)}{\underline{X}_1(j\omega)} \quad (2.20)$$

Sie beschreibt das Verhältnis von Ausgangssignalfunktion $\underline{X}_2(j\omega)$ zu Eingangssignalfunktion $\underline{X}_1(j\omega)$ und besitzt i. Allg. komplexe Werte, sodass sowohl die Amplitude als auch die Phase eines zu übertragenden Signals verändert werden. Für die grafische Darstellung der Übertragungsfunktion wird diese entweder in Betrag und Phase oder in Realteil und Imaginärteil zerlegt.

Amplitudenfrequenzgang

$$A(\omega) = 20 \cdot \lg |\underline{G}(j\omega)| \quad (2.21)$$

Der Amplitudenfrequenzgang ist die logarithmierte Darstellung des Betrages der Übertragungsfunktion. Zur Verdeutlichung dieses logarithmierten Verstärkungsmaßes wird die Einheit Dezibel (dB) angegeben.

Phasenfrequenzgang

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{\underline{G}(j\omega)\}}{\operatorname{Re}\{\underline{G}(j\omega)\}} \quad (2.22)$$

Der Phasenfrequenzgang ist die Darstellung der Phase der Übertragungsfunktion.

Bodediagramm. Die gemeinsame Darstellung von Amplituden- und Phasenfrequenzgang einer Schaltung wird als Bodediagramm bezeichnet. Die Frequenzachse besitzt darin eine logarithmische Teilung.

Ortskurve. Die zusammenhängende Darstellung von Realteil und Imaginärteil der Übertragungsfunktion heißt Ortskurve.

Beispiel 2.3

Für den in Bild 2.12 gegebenen RC-Tiefpass ist die Übertragungsfunktion der Spannungsverstärkung zu bestimmen und diese in Form des Bodediagramms und der Ortskurve grafisch darzustellen.

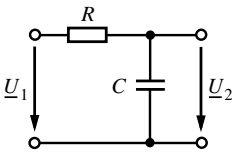


Bild 2.12 RC-Tiefpass

Lösung:

Aus dem Schaltbild ist die komplexe Übertragungsfunktion

$$G(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

ablesbar. Für den Amplitudenfrequenzgang ergibt sich

$$A(\omega) = 20 \cdot \lg \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}} = -10 \cdot \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 \right]$$

Der Phasenfrequenzgang errechnet sich zu

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$$

Die grafische Darstellung ist in Bild 2.13 zu sehen.

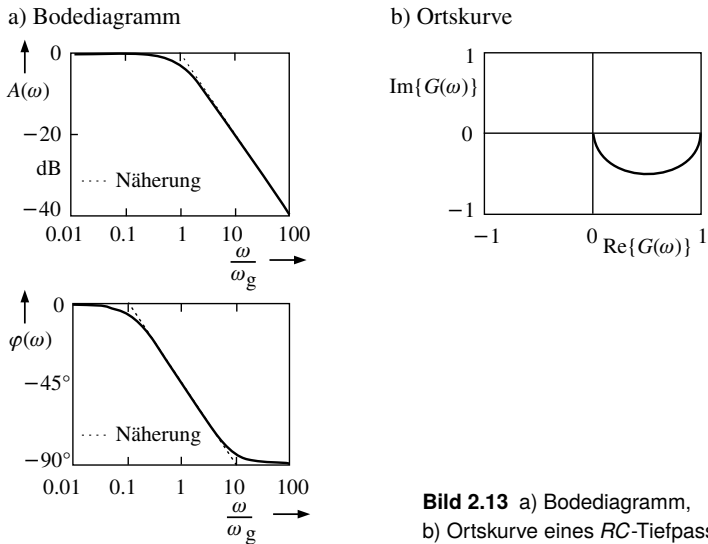


Bild 2.13 a) Bodediagramm, b) Ortskurve eines RC-Tiefpass

2.6 Signalflussdarstellung

Zur Beschreibung und Berechnung des Signalflusses in großen Schaltungen werden diese in Teilschaltungen (Blöcke) untergliedert, wobei sich diese Blöcke i. Allg. durch eine rückwirkungsfreie Signalübertragung auszeichnen (siehe Bild 2.14). Diese kann eindeutig durch eine Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich $G(p) = X_2(p)/X_1(p)$ beschrieben werden. Bei sinusförmigen Signalen gilt dann $p = j\omega$.

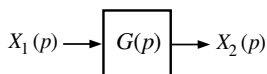


Bild 2.14 Signalfluss-Blockschaltbild

Durch die Zusammenschaltung dieser Blöcke in Form eines Signalflussgraphen entsteht ein Blockschaltbild der Gesamtschaltung, in dem auch Signalverzweigungen und Signalverknüpfungen auftreten. Die wichtigsten Verknüpfungen sind Addition, Subtraktion und Multiplikation. Diese muss man sich als idealisierte Schaltungsblöcke vorstellen, die ebenfalls einer schaltungstechnischen Realisierung bedürfen.

Rechenregeln für Blockschaltbilder. Bei der Berechnung einer Übertragungsfunktion auf der Basis von Blockschaltbildern können die Grundregeln aus Bild 2.15 benutzt werden.